

# 数 学

时长:120 分钟

满分:150 分

得分 \_\_\_\_\_

号  
学  
名  
姓  
班  
级  
学  
校

题  
答  
要  
不  
内  
线  
封  
密

一、选择题:本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

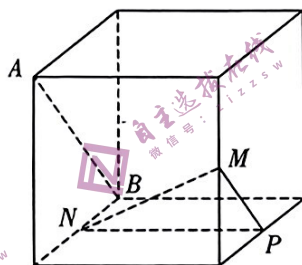
1. 已知集合  $U = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ ,  $A = \{2, 3\}$ ,  $B = \{0, 1\}$ , 则  $(\complement_U A) \cap B =$

- A.  $\emptyset$                       B.  $\{0, 1\}$                       C.  $\{0\}$                       D.  $\{1\}$

2.  $x^2 < 4$  的一个必要不充分条件是

- A.  $0 < x \leq 2$                       B.  $-2 < x < 0$   
C.  $-2 \leq x \leq 2$                       D.  $1 < x < 3$

3. 如图,  $A, B$  为正方体的两个顶点,  $M, N, P$  为所在棱的中点, 则直线  $AB$  与平面  $MNP$  的位置关系为



- A. 平行                                      B. 垂直  
C. 相交                                      D. 直线在平面内

4. 已知平面向量  $\mathbf{a} = (2x, 3)$ ,  $\mathbf{b} = (1, 9)$ , 如果  $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$ , 则  $x =$

- A.  $\frac{1}{6}$                                       B.  $-\frac{1}{6}$                                       C.  $\frac{1}{3}$                                       D.  $-\frac{1}{3}$

5. 下列一组数据的 25% 分位数是

2.8, 3.6, 4.0, 3.0, 4.8, 5.2, 4.8, 5.7, 5.8, 3.3

- A. 3.0                                      B. 4.0                                      C. 4.4                                      D. 3.3

6. 已知  $F_1, F_2$  是椭圆  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$  的两个焦点,  $P$  是椭圆上一点, 则  $|PF_1|$

•  $|PF_2|$  的最大值是

- A.  $\frac{25}{4}$                                       B. 9                                      C. 16                                      D. 25

7. 实数  $x, y$  满足  $x^2 + y^2 + 2x = 0$ , 则  $\frac{y-x}{x-1}$  的取值范围是

A.  $\left[0, \frac{4}{3}\right]$

B.  $(-\infty, 0] \cup \left[\frac{4}{3}, +\infty\right)$

C.  $\left[-1, \frac{1}{3}\right]$

D.  $(-\infty, -1] \cup \left[\frac{1}{3}, +\infty\right)$

8. 在正四棱锥  $P-ABCD$  中, 若  $\overrightarrow{PE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{PB}$ ,  $\overrightarrow{PF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{PC}$ , 平面  $AEF$  与棱

$PD$  交于点  $G$ , 则四棱锥  $P-AEFG$  与四棱锥  $P-ABCD$  的体积比为

A.  $\frac{7}{46}$

B.  $\frac{8}{45}$

C.  $\frac{7}{45}$

D.  $\frac{4}{45}$

二、选择题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的四个

选项中, 有多项符合题目要求, 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分,

有选错的得 0 分.

9. 下列结论不正确的是

A. 过点  $A(1, 3), B(-3, 1)$  的直线的倾斜角为  $30^\circ$

B. 直线  $(3+m)x + 4y - 3 + 3m = 0 (m \in \mathbf{R})$  恒过定点  $(-3, -3)$

C. 直线  $x + 2y - 4 = 0$  与直线  $2x + 4y + 1 = 0$  之间的距离是  $\frac{\sqrt{5}}{2}$

D. 已知  $A(2, 3), B(-1, 1)$ , 点  $P$  在  $x$  轴上, 则  $|PA| + |PB|$  的最小值是

5

10. 已知函数  $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$  (其中  $\omega > 0, \varphi \in (-\pi, \pi)$ ) 相邻的两个零

点为  $\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}$ , 则

A. 函数  $f(x)$  的图象的一条对称轴是  $x = \frac{\pi}{6}$

B. 函数  $f(x)$  的图象的一条对称轴是  $x = \frac{\pi}{12}$

C.  $\varphi$  的值可能是  $\frac{\pi}{3}$

D.  $\varphi$  的值可能是  $\frac{5\pi}{6}$

11. 如图,在三棱锥  $P-ABC$  中,  $PA=AB=AC=BC=2$ ,

若三棱锥  $P-ABC$  的体积为  $V=\frac{2\sqrt{3}}{3}$ , 则下列说法

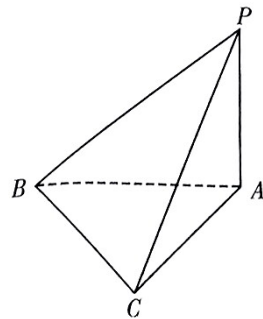
正确的有

A.  $PA \perp BC$

B. 直线  $PC$  与面  $PAB$  所成角的正弦值为  $\frac{\sqrt{6}}{4}$

C. 点  $A$  到平面  $PBC$  的距离为  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

D. 三棱锥  $P-ABC$  的外接球表面积  $S=\frac{28\pi}{3}$



12. 已知定义在  $\mathbf{R}$  上的函数  $f(x)$ , 对于给定集合  $A$ , 若  $\forall x_1, x_2 \in \mathbf{R}$ , 当  $x_1 - x_2 \in A$  时都有  $f(x_1) - f(x_2) \in A$ , 则称  $f(x)$  是“ $A$  封闭”函数, 则下列命题正确的是

A.  $f(x)=x^3$  是“ $[-1, 1]$  封闭”函数

B. 定义在  $\mathbf{R}$  上的函数  $f(x)$  都是“ $\{0\}$  封闭”函数

C. 若  $f(x)$  是“ $\{1\}$  封闭”函数, 则  $f(x)$  一定是“ $\{k\}$  封闭”函数 ( $k \in \mathbf{N}^*$ )

D. 若  $f(x)$  是“ $[a, b]$  封闭”函数 ( $a, b \in \mathbf{N}^*$ ), 则  $f(x)$  在区间  $[a, b]$  上单调递减

### 选择题答题卡

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	得分
答案													

是 三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知  $i$  是虚数单位, 化简  $\frac{2-i}{1+i}$  的结果为 \_\_\_\_\_.

零 14. 甲、乙两人独立地破译一份密码, 已知甲、乙能破译的概率分别为  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{3}{5}$ , 则密码被成功破译的概率为 \_\_\_\_\_.

15. 已知圆  $C: (x-3)^2 + (y-4)^2 = 9$  和两点  $A(-m, 0), B(m, 0) (m > 0)$ , 若圆  $C$  上存在点  $P$ , 使得  $\angle APB = 90^\circ$ , 则  $m$  的最大值为 \_\_\_\_\_.

16. 设函数  $f(x) = \sin(\omega x + \frac{\pi}{4}) (\omega > 0)$  在  $(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4})$  上恰有两个零点, 且  $f(x)$  的图象在  $(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4})$  上恰有两个最高点, 则  $\omega$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

已知直线  $l_1: 2x - 3y + 4 = 0$  与直线  $l_2: x + y - 3 = 0$  的交点为  $M$ .

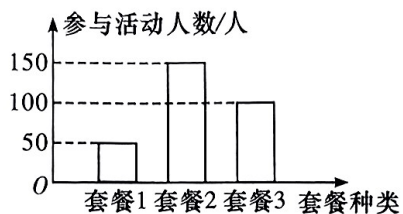
(1) 求过点  $M$  且与直线  $l_1$  垂直的直线  $l$  的方程;

(2) 求过点  $M$  且与直线  $l_3: x - 2y + 5 = 0$  平行的直线  $l'$  的方程.



18. (本小题满分 12 分)

移动公司在国庆期间推出 4G 套餐,对国庆节当日办理套餐的客户进行优惠,优惠方案如下:选择套餐 1 的客户可获得优惠 200 元,选择套餐 2 的客户可获得优惠 500 元,选择套餐 3 的客户可获得优惠 300 元.国庆节当天参与活动的人数统计结果如图所示,现将频率视为概率.



- (1)求从中任选 1 人获得优惠金额不低于 300 元的概率;
- (2)若采用分层抽样的方式从参加活动的客户中选出 6 人,再从该 6 人中随机选出 2 人,求这 2 人获得相等优惠金额的概率.

19. (本小题满分 12 分)

在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 且满足  $\cos C = \frac{a}{b}$

$$-\frac{c}{2b}.$$

(1) 求角  $B$ ;

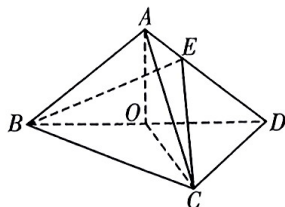
(2) 已知  $b=2, a-c=1$ , 求  $\triangle ABC$  的面积.



20. (本小题满分 12 分)

如图,在三棱锥  $A-BCD$  中,平面  $ABD \perp$  平面  $BCD$ ,  $AB=AD$ ,  $O$  为

$BD$  的中点,  $\triangle OCD$  是边长为 1 的等边三角形,且  $V_{A-BCD} = \frac{\sqrt{3}}{6}$ .



(1)证明:  $OA \perp CD$ ;

(2)若  $ED=2AE$ ,求二面角  $B-EC-D$  的余弦值.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = \log_a(a^{2x} + 1) + kx$  ( $a > 0, a \neq 1$ ) 为偶函数.

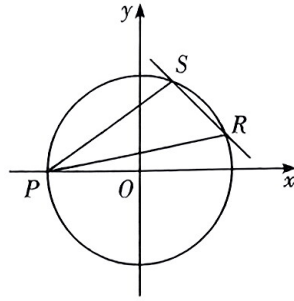
(1)求  $k$  的值;

(2)设函数  $g(x) = 2a^{f(x)+x} - 5a^x$ ,若  $\forall x \in [-1, 2], g(x) \leq 0$  恒成立,

求  $a$  的取值范围.

22. (本小题满分 12 分)

已知圆  $O$  的方程为  $x^2 + y^2 = 16$ , 直线  $l$  与圆  $O$  交于  $R, S$  两点.



(1) 若坐标原点  $O$  到直线  $l$  的距离为  $\frac{3}{2}$ , 且  $l$  过点  $M(3, 0)$ , 求直线  $l$  的方程;

(2) 已知点  $P(-4, 0)$ ,  $Q$  为  $RS$  的中点, 若  $R, S$  在  $x$  轴上方, 且满足  $\angle OPR + \angle OPS = \frac{\pi}{4}$ , 在圆  $O$  上是否存在定点  $T$ , 使得  $\triangle PQT$  的面积为定值? 若存在, 求出  $\triangle PQT$  的面积; 若不存在, 说明理由.

自主选拔在线  
微信号: zizzsw

自主选拔在线  
微信号: zizzsw

自主选拔在线  
微信号: zizzsw