数 学(理科)

本试卷共4页,22题。全卷满分150分,考试时间120分钟。

考生注意事项:

1. 答题前,先将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上,并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。

2. 选择题的作答:每小题选出答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

3. 非选择题的作答:用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

4. 选考题的作答:先把所选题目的题号在答题卡上指定的位置用2B铅笔涂黑。答案写在答题卡上对应的答题区域内,写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

5. 考试结束后,请将本试卷和答题卡一并上交。

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

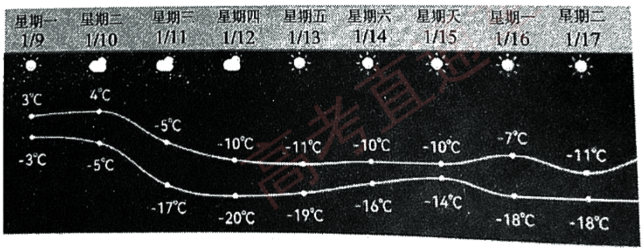
1. 已知集合 $M=\{x\mid \log_2 x<1\}$,集合 $N=\{x\mid -1<x<1\}$,则 $M\cap(C_{\mathbf{R}}N)=$

A. $(-\infty,-1]\cup[1,2)$　　B. $[1,2)$　　C. $(-\infty,-1)\cup(1,2)$　　D. $(1,2)$

2. 若复数 $z=\dfrac{i}{2-i}$(i是虚数单位)的共轭复数是 $\bar{z}$,则 $z-\bar{z}$ 的虚部是

A. $\dfrac{4}{5}i$　　B. $-\dfrac{1}{5}$　　C. $-\dfrac{2}{5}$　　D. $\dfrac{4}{5}$

3. 2022年三九天从农历腊月十八开始计算,也就是2023年1月9日至17日,是我国北方地区一年中最冷的时间. 下图是北方某市三九天气预报气温图,则下列对这9天判断错误的是



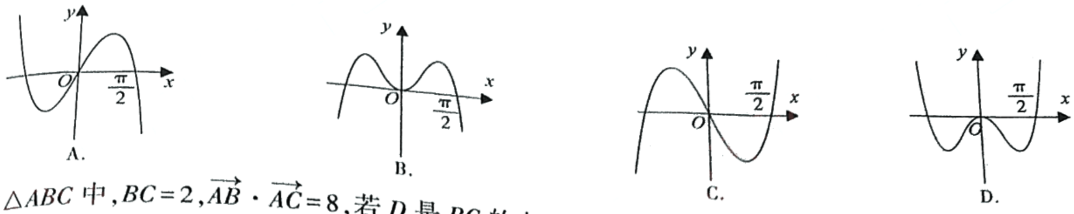
A. 昼夜温差最大为12℃　　B. 昼夜温差最小为4℃

C. 有3天昼夜温差大于10℃　　D. 有3天昼夜温差小于7℃

4. 已知 $\sin\theta+2\cos^2\dfrac{\theta}{2}=\dfrac{5}{4}$,则 $\sin2\theta=$

A. $-\dfrac{15}{16}$　　B. $\dfrac{15}{16}$　　C. $-\dfrac{3}{4}$　　D. $\dfrac{3}{4}$

5. 函数 $f(x)=\dfrac{(1-e^{2x})\cos x}{e^{x}}$ 的部分图象大致为



6. 在 $\triangle ABC$ 中，$BC=2$，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=8$，若 D 是 BC 的中点，则 $AD=$

A. 1　　B. 3　　C. 4　　D. 5

7. 已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)\ (\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2})$ 图象上相邻两条对称轴之间的距离为 $\frac{\pi}{2}$，将函数 $y=f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位后，得到的图象关于 y 轴对称，则函数 $f(x)$ 的一个对称中心是

A. $\left(\frac{\pi}{6},0\right)$　　B. $\left(\frac{\pi}{3},0\right)$　　C. $\left(\frac{\pi}{12},0\right)$　　D. $\left(\frac{5\pi}{12},0\right)$

8. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，其导函数为 $f'(x)$，且满足 $f(x)>f'(x)+1$，$f(0)=2023$，则不等式 $e^{-x}f(x)>e^{-x}+2022$（其中 e 为自然对数的底数）的解集是

A. $(2022,+\infty)$　　B. $(-\infty,2023)$　　C. $(0,2022)$　　D. $(-\infty,0)$

9. 在锐角 $\triangle ABC$ 中，$AB=3$，$4\cos A\sin B=1$，若 BC 在 AB 上的投影长等于 $\triangle ABC$ 的外接圆半径 R，则 $R=$

A. 4　　B. 2　　C. 1　　D. $\frac{1}{2}$

10. 已知 e 是自然对数的底数，则下列不等关系中正确的是

A. $e^{\pi}>\pi^{e}>3^{e}$　　B. $\pi^{e}>3^{e}>e^{\pi}$　　C. $e^{\pi}>3^{e}>e^{3}$　　D. $3^{e}>e^{\pi}>e^{3}$

11. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1，E，F 分别是棱 A_1D_1 和棱 C_1D_1 的中点，G 为棱 BC 上的动点（不含端点）.

①三棱锥 D_1-EFG 的体积为定值；

②当 G 为棱 BC 的中点时，$\triangle EFG$ 是锐角三角形；

③$\triangle EFG$ 面积的取值范围是 $\left(\frac{3}{8},\frac{\sqrt{17}}{8}\right)$；

④若异面直线 AB 与 EG 所成的角为 α，则 $\sin\alpha\in\left[\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{5}}{3}\right)$.

以上四个命题中正确命题的个数为

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

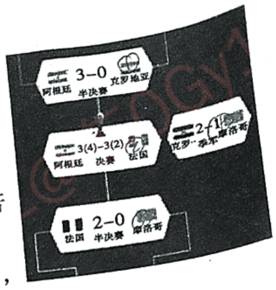
12. 已知抛物线 $C:y^2=2px$ 的焦点 F 与双曲线 $16x^2-2y^2=1$ 的右焦点重合，斜率为 k 的直线 l 与 C 的两个交点为 A，B. 若 $|AF|+|BF|=4$，则 k 的取值范围是

A. $\left(-\infty,-\frac{\sqrt{15}}{5}\right)\cup\left(\frac{\sqrt{15}}{5},+\infty\right)$　　B. $\left(-\frac{\sqrt{15}}{5},0\right)\cup\left(0,\frac{\sqrt{15}}{5}\right)$

C. $\left(-\infty,-\frac{\sqrt{15}}{3}\right)\cup\left(\frac{\sqrt{15}}{3},+\infty\right)$　　D. $\left(-\frac{\sqrt{15}}{3},0\right)\cup\left(0,\frac{\sqrt{15}}{3}\right)$

二、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分.

13. 2022年12月18日在卡塔尔世界杯决赛中,阿根廷队以总分7比5战胜法国队,历时28天的2022卡塔尔世界杯也缓缓落下了帷幕。随后某电视台轮流播放半决赛及以后的这4场足球赛(如图),某人随机选3场进行观看,其中恰好总决赛、季军赛被选上的概率为____________.



14. 已知$\odot O: x^2+y^2=4$,$\odot C$与一条坐标轴相切,圆心在直线$x-y+7=0$上。若$\odot C$与$\odot O$相切,则$\odot C$的一个方程为:____________.

15. 已知圆锥DO的轴截面为等边三角形,$\triangle ABC$是底面$\odot O$的内接正三角形,点P在DO上,且$PO=\lambda DO$. 若$PA\perp$平面PBC,则实数$\lambda=$____________.

16. 著名科学家牛顿用“作切线”的方法求函数的零点时,给出了“牛顿数列”,它在航空航天中应用广泛. 其定义是:对于函数$f(x)$,若数列$\{x_n\}$满足$x_{n+1}=x_n-\dfrac{f(x_n)}{f'(x_n)}$,则称数列$\{x_n\}$为牛顿数列. 已知函数$f(x)=x^2-1$,数列$\{x_n\}$为牛顿数列,$a_n=\ln\dfrac{x_n+1}{x_n-1}$,且$a_1=1$,$x_n>1$,则$a_8=$____________.

三、解答题:共70分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第17-21题为必考题,每个试题考生都必须作答. 第22,23题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共60分.

17. (12分)

设数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,$S_n=n^2+n$,$\{b_n\}$是等比数列,$b_1=a_1$,$b_2=\dfrac{a_1a_2}{2}$.

$q=\frac{a_2}{2}$　$q=2$　$b_n=2^n$

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

$a_n=2n$

(2)求数列$\left\{\dfrac{1}{S_n}+b_n\right\}$的前$n$项和$T_n$.

18. (12分)

甲、乙两人各有一只箱子. 甲的箱子里放有大小形状完全相同的3个红球、2个黄球和1个蓝球. 乙的箱子里放有大小形状完全相同的x个红球、y个黄球和z个蓝球,$x+y+z=6(x,y,z\in\mathbf{N}^*)$. 现两人各从自己的箱子里任取一球,规定同色时乙胜,异色时甲胜.

(1)当$x=1,y=2,z=3$时,求乙胜的概率;

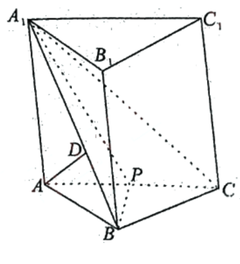
(2)若规定:当乙取红球、黄球和蓝球获胜的得分分别是1分、2分和3分,否则得零分. 求乙得分均值的最大值,并求此时x,y,z的值.

19. (12分)

如图所示,在直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中,D为A_1B上一点,$AD\perp$平面A_1BC.

(1)求证:$BC\perp A_1B$;

(2)若$AD=\sqrt{3}$,$AB=BC=2$,P为AC的中点,求二面角$A-A_1B-P$的余弦值.



20.（12 分）

已知函数 $f(x)=e^x+a\cos x$，其中 $x>0$，$a\in\mathbf{R}$.

（1）当 $a=-1$ 时，讨论 $f(x)$ 的单调性；

（2）若函数 $f(x)$ 的导函数 $f'(x)$ 在 $(0,\pi)$ 内有且仅有一个极值点，求 a 的取值范围.

21.（12 分）

已知 F_1，F_2 为椭圆 $C:\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$ 的左右焦点，P 为椭圆 C 上一点. 若 $\triangle PF_1F_2$ 为直角三角形，且 $|PF_1|\geqslant|PF_2|$.

（1）求 $\dfrac{|PF_1|}{|PF_2|}$ 的值；

（2）若直线 $l:y=kx+m(k\neq0)$ 与椭圆 C 交于 A，B 两点，线段 AB 的垂直平分线经过点 $N(0,-\dfrac{1}{2})$，求实数 m 的取值范围.

（二）选考题：共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题做答. 如果多做，则按所做的第一题计分.

22.（10 分）**选修 4-4：坐标系与参数方程**

在直角坐标系 xOy 中，$P(0,\sqrt{3})$. 以坐标原点为极点，x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系，已知圆锥曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2(\sin^2\theta+3)=12$，$F_1$、$F_2$ 为 C 的左、右焦点，过点 F_1 的直线 l 与曲线 C 相交于 A，B 两点.

（1）当 $l\perp PF_2$ 时，求 l 的参数方程；

（2）求 $|AF_1|\,|BF_1|$ 的取值范围.

23.（10 分）**选修 4-5：不等式选讲**

设函数 $f(x)=4x+|x-a|$，其中 $a\in\mathbf{R}$.

（1）当 $a=6$ 时，求曲线 $y=f(x)$ 与直线 $4x-y+8=0$ 围成的三角形的面积；

（2）若 $a<0$，且不等式 $f(x)<2$ 的解集是 $(-\infty,-3)$，求 a 的值.

理科数学参考答案

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，有且只有一项符合题目要求.

1.【答案】B【解析】因为$M=\{x|\log_2 x<1\}=(0,2)$，$N=(-1,1)$，$C_R N=(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$，所以$(C_R N)=[1,2)$.故选 B.

2.【答案】D【解析】$z=\frac{i}{2-i}=\frac{i(2+i)}{(2-i)(2+i)}=\frac{2i-1}{5}=-\frac{1}{5}+\frac{2}{5}i$，$\bar{z}=-\frac{1}{5}-\frac{2}{5}i$.因此$z-\bar{z}=\frac{4}{5}i$，虚部是$\frac{4}{5}$.故选 D.

3.【答案】C【解析】由气温图可知，选 C。

4.【答案】A【解析】由已知$\sin\theta+2\cos^2\frac{\theta}{2}=\frac{5}{4}$，化简得$\sin\theta+\cos\theta=\frac{1}{4}$.平方得，$1+\sin 2\theta=\frac{1}{16}$，$\sin 2\theta=-\frac{15}{16}$.故选 A。

5.【答案】C【解析】因为$f(x)=\cos x(e^{-x}-e^{x})$，所以$f(-x)=-f(x)$，故函数$f(x)$的为奇函数。

又$x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，$f(x)<0$，故选 C。

6.【答案】B【解析】$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DB})\cdot(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC})=\overrightarrow{AD}^2-\overrightarrow{DC}^2=\overrightarrow{AD}^2-1=8$，$AD=3$.故选 B.

7.答案:C【解析】由函数$y=f(x)$图象相邻两条对称轴之间的距离为$\frac{\pi}{2}$可知其周期为π，所以$\omega=\frac{2\pi}{\pi}=2$，所以$f(x)=\sin(2x+\varphi)$.将函数$y=f(x)$的图象向左平移$\frac{\pi}{3}$个单位后，所得函数$y=\sin\left[2\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+\varphi\right]$图象.因为得到的图象关于$y$轴对称，所以$2\times\frac{\pi}{3}+\varphi=k\pi+\frac{\pi}{2}$，$k\in Z$，即$\varphi=k\pi-\frac{\pi}{6}$，$k\in Z$.又$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，所以$\varphi=-\frac{\pi}{6}$.所以$f(x)=\sin(2x-\frac{\pi}{6})$.由$\sin(2x-\frac{\pi}{6})=0$得，$2x-\frac{\pi}{6}=k\pi$，$x=\frac{1}{2}k\pi+\frac{\pi}{12}$.故选 C.

8.【答案】D【解析】令$g(x)=e^{-x}[f(x)-1]$，则$g'(x)=e^{-x}[f'(x)-f(x)+1]<0$，所以$g(x)$在$R$上单减.因为$g(0)=f(0)-1=2022$，故$e^{-x}f(x)>e^{-x}+2022$等价于$g(x)>g(0)$，所以$x<0$.故选 D.

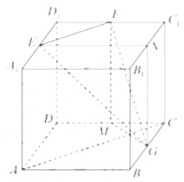
9.【答案】B 解析:因为ΔABC是锐角三角形，所以$BC\cdot\cos B=R$，将$BC=2R\sin A$代入就是，$2R\sin A\cos B=R$，

因此$\sin A\cos B=\frac{1}{2}$，即$4\sin A\cos B=2$.与已知条件$4\cos A\sin B=1$整体相加得，

$4\sin A\cos B+4\cos A\sin B=3$，即$4\sin(A+B)=3$，$4\sin C=3$，$\sin C=\frac{3}{4}$.

于是$2R=\frac{AB}{\sin C}=\frac{3}{\frac{3}{4}}=4$，$R=2$.故选 B.

10.【答案】A【解析】先判断e^{π},π^{e}及$e^{3},3^{e}$大小，即$\pi,e\ln\pi$及$3,e\ln 3$的大小。设函数$f(x)=x-e\ln x$，则$f'(x)=1-\frac{e}{x}=\frac{x-e}{x}$。当$0<x<e$时，$f'(x)<0$, $f(x)$在$(0,e)$内单减；当$x>e$时，$f'(x)>0$, $f(x)$在$(e,+\infty)$内单增.因此$f(x)_{min}=f(e)=e\ln e-e=0$，故$\pi>e\ln\pi,3>e\ln 3$。故$e^{\pi}>\pi^{e}$，$e^{3}>3^{e}$，所以$e^{\pi}>\pi^{e}>3^{e}$，故选**A**。



11.【答案】C【解析】如图，因为$V_{D_1-EFG}=V_{G-EFD_1}$，点G到平面EFD_1的距离为定值，则三棱锥$G-EFD_1$的体积为定值.①正确；设CD中点为M，若G为BC中点，则有$AC\perp MG$，$AC\perp MF$，$MG\cap MF=M$，则$AC\perp$平面MFG，则$AC\perp FG$.因为$EF//AC$，所以$EF\perp FG$.②不正确；在侧面BCC_1B_1内作$GN\perp B_1C_1$垂足为N，设N到EF的距离m，则ΔEFG边EF上的高为$h=\sqrt{1+m^2}$，故其面积为$S=\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}h=\frac{\sqrt{2}}{4}\times\sqrt{1+m^2}$.当$G$与$C$重合时时，$m=\frac{\sqrt{2}}{4}$，$S=\frac{3}{8}$。当$G$与$B$重合时时，$m=\frac{3\sqrt{2}}{4}$，$S=\frac{\sqrt{17}}{8}$。故③正确；取$B_1C_1$中点为$N$，连接$EN$.因为$EN//AB$，所以异面直线$AB$与$EG$所成的角即为$\angle NEG=\alpha$.在直角三角形$NEG$中，$\sin\alpha=\frac{NG}{EG}$.当$G$为$BC$中点时，$\sin\alpha=\frac{NG}{EG}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，当$G$与$B,C$重合时，$\sin\alpha=\frac{NG}{EG}=\frac{\sqrt{5}}{3}$，故$\sin\alpha\in\left[\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{5}}{3}\right)$所以④正确.故选C.

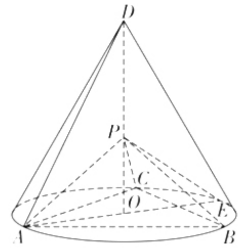
12.**【答案】A【解析】**双曲线的标准方程是$\frac{x^2}{\frac{1}{16}}-\frac{y^2}{\frac{1}{2}}=1$，其右焦点是$(\frac{3}{4},0)$.所以$\frac{p}{2}=\frac{3}{4},p=\frac{3}{2}$,抛物线$C$是$y^2=3x$.联立$\begin{cases}y=kx+b\\y^2=3x\end{cases}$消去$y$，化简整理得$k^2x^2+(2kb-3)x+b^2=0$.由$\Delta=(2kb-3)^2-4\times k^2b^2>0$得，$12kb<9, kb<\frac{3}{4}$.因为$|AF|+|BF|=4$，所以$x_1+x_2+\frac{3}{2}=4$，即$x_1+x_2=\frac{5}{2}$.而$x_1+x_2=-\frac{2kb-3}{k^2}$，即$-\frac{2kb-3}{k^2}=\frac{5}{2}$，解得$b=\frac{6-5k^2}{4k}$.代入$kb<\frac{3}{4}$得到，$k\cdot\frac{6-5k^2}{4k}<\frac{3}{4}, k<-\frac{\sqrt{15}}{5}$或$k>\frac{\sqrt{15}}{5}$.故选A.

三、填空题（本题共4小题，每小题5分，共20分）

13.【答案】$\frac{1}{2}$【解析】由图可知：比赛共有4场，半决赛2场，季军赛1场，总决赛1场。选其中3场的基本事件共有4种，其中季军赛、总决赛被选上的基本事件共有2种，故概率为$P=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$。

14.【答案】$(x+4)^2+(y-3)^2=9$或$(x+3)^2+(y-4)^2=9$，或$(x-8)^2+(y-15)^2=225$或$(x+15)^2+(y+8)^2=225$

【解析】当$\odot C$与x轴相切时，设圆心$C(a,a+7)$，故$\sqrt{a^2+(a+7)^2}=2+|a+7|$，解得$a=-4$或$a=8$，所以$\odot C$方程为$(x+4)^2+(y-3)^2=9$或$(x-8)^2+(y-15)^2=225$；当$\odot C$与$y$轴相切时，设圆心$C(a,a+7)$，故$\sqrt{a^2+(a+7)^2}=2+|a|$，解得$a=-3$或$a=-15$，$\odot C$方程为$(x+3)^2+(y-4)^2=9$或$(x+15)^2+(y+8)^2=225$。



15.【答案】$\frac{\sqrt{6}}{6}$【解析】不妨设$AE=AD=1$，则$BA=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$PO=\lambda DO=\frac{\sqrt{3}}{2}\lambda$，$PA^2=PB^2=\frac{3}{4}\lambda^2+\frac{1}{4}$.因为$PA\perp$平面$PBC$，$PB\subset$平面$PBC$,所以$PA\perp PB$.在$\Delta PAB$中，由勾股定理有$PA^2+PB^2=BA^2$,即$2(\frac{3}{4}\lambda^2+\frac{1}{4})=\frac{3}{4}$,解得$\lambda=\frac{\sqrt{6}}{6}$.

16.【答案】128【解析】由$f(x)=x^2-1$得，$x_{n+1}=x_n-\frac{x_n^2-1}{2x_n}=\frac{x_n^2+1}{2x_n}$.一方面，$x_{n+1}+1=\frac{(x_n+1)^2}{2x_n}$.另一方面，$x_{n+1}-1=\frac{(x_n-1)^2}{2x_n}$，因此$\frac{x_{n+1}+1}{x_{n+1}-1}=\frac{(x_n+1)^2}{(x_n-1)^2}$，$\ln\left(\frac{x_{n+1}+1}{x_{n+1}-1}\right)=2\ln\left(\frac{x_n+1}{x_n-1}\right)$，即$a_{n+1}=2a_n$，所以数列$\{a_n\}$是以$a_1=1$为首项，2为公比的等比数列，故$a_8=2^7=128$.

四、解答题（17---21每题12分，共60分）

17.【解析】等差数列$\{a_n\}$的公差$d=2,a_1=2$…………………3分

于是$b_1=a_1=2,,b_2=\frac{a_1a_2}{2}=4$，则其公比$q=2$，$b_n=2^n$.………………6分

因此$\frac{1}{S_n}+b_n=\frac{1}{n(n+1)}+2^n=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}+2^n$………………9分

故$T_n=1-\frac{1}{n+1}+\frac{2(1-2^n)}{1-2}=2^{n+1}-\frac{1}{n+1}-1$………………12分

18.【解析】(1)当$x=1,y=2,z=3$时，乙胜的概率为$\frac{1}{6}\times\frac{3}{6}+\frac{2}{6}\times\frac{2}{6}+\frac{3}{6}\times\frac{1}{6}=\frac{5}{18}$.…………5分

（2）设乙的得分为随机变量X,则$X=3,2,1,0$.

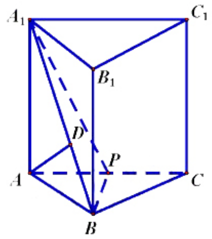
于是$P(X=3)=\frac{z}{6}\times\frac{1}{6}=\frac{z}{36}$, $P(X=2)=\frac{y}{6}\times\frac{2}{6}=\frac{2y}{36}$, $P(X=1)=\frac{x}{6}\times\frac{3}{6}=\frac{3x}{36}$,

所以$EX=3\times\frac{z}{36}+2\times\frac{2y}{36}+1\times\frac{3x}{36}+0\times(1-\frac{z}{36}-\frac{2y}{36}-\frac{3x}{36})=\frac{3z+4y+3x}{36}$

$=\frac{3(x+y+z)+y}{36}=\frac{1}{2}+\frac{y}{36}$…………9分

因为$x+y+z=6(x,y,z\in N^*)$，所以$1\le y\le 4$，$\frac{1}{2}+\frac{y}{36}$的最大值是$\frac{1}{2}+\frac{4}{36}=\frac{11}{18}$.

即乙得分均值的最大值为$\frac{11}{18}$，此时$x=z=1,y=4$. …………12 分



19.【解析】（1）因为$ABC-A_1B_1C_1$是直三棱柱，所以$A_1A\perp$平面ABC.

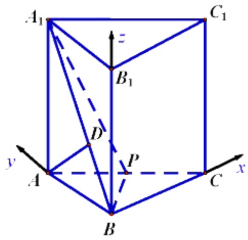
又因为$BC\subset$平面ABC，所以$A_1A\perp BC$.因为$AD\perp$平面A_1BC，

且$BC\subset$平面A_1BC，所以$AD\perp BC$ …………2 分

又$AA_1\subset$平面A_1AB，$AD\subset$平面A_1AB，$A_1A\cap AD=A$，

所以$BC\perp$平面A_1AB.而$A_1B\subset$平面A_1BC，所以$BC\perp A_1B$ …………5 分

（2）因为$AD\perp$平面A_1BC，所以$AD\perp A_1B$.在$Rt\Delta ABD$中，$AD=\sqrt{3}$，



$AB=BC=2$，$\sin\angle ABD=\frac{AD}{AB}=\frac{\sqrt{3}}{2}$,

$\angle ABD=60^0$.在$Rt\Delta ABA_1$中，

$AA_1=AB\cdot\tan 60^0=2\sqrt{3}$

由（1）知，$BC\perp AB$.

以B为坐标原点，直线BC,BA,BB_1分别为x,y,z轴,建立空间直角坐标系$B-xyz$.

则$B(0,0,0)$, $A_1(0,2,2\sqrt{3})$, $P(1,1,0)$， …………8 分

所以$\overrightarrow{BA_1}=(0,2,2\sqrt{3})$, $\overrightarrow{BP}=(1,1,0)$.

设面A_1PB的法向量为$\vec{m}=(x,y,z)$,则由$\vec{m}\cdot\overrightarrow{BP}=0,\vec{m}\cdot\overrightarrow{BA_1}=0$得，

$\begin{cases}x-y=0\\2y+2\sqrt{3}z=0\end{cases}$，取$x=1,y=1,z=-\frac{\sqrt{3}}{3}$,

$\vec{m}=\left(1,1,-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ …………10 分

又平面A_1AB的一个法向量是$\vec{n}=(1,0,0)$.

所以$\cos\langle\vec{m},\vec{n}\rangle=\frac{\vec{m}\cdot\vec{n}}{|\vec{m}||\vec{n}|}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{21}}{7}$。

故二面角 $A-A_1B-P$ 的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{21}}{7}$。…………12 分

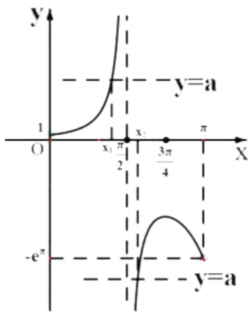
20.【解析】（1）当 $a=-1$ 时，$f(x)=e^x-\cos x, f'(x)=e^x+\sin x$.…………2 分

因为 $x>0$, 所以 $e^x>1,-1\le\sin x\le 1$，因此 $f'(x)=e^x+\sin x>0$,

故函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 内单调递增…………4 分

(2) $f'(x)=e^x-a\sin x, f''(x)=e^x-a\cos x$.

由 $f''(x)=e^x-a\cos x=0$ 得，$a\cos x=e^x$.显然 $x=\dfrac{\pi}{2}$ 不是 $f''(x)=0$ 的根.



当 $x\in(0,\dfrac{\pi}{2})\cup(\dfrac{\pi}{2},\pi)$ 时，$a=\dfrac{e^x}{\cos x}$.

令 $g(x)=\dfrac{e^x}{\cos x}$, 则 $g'(x)=\dfrac{e^x(\sin x+\cos x)}{\cos^2 x}$.

由 $g'(x)=0$ 得 $x=\dfrac{3\pi}{4}$.当 $\dfrac{\pi}{2}<x<\dfrac{3\pi}{4}$ 或 $0<x<\dfrac{\pi}{2}$ 时，

$g'(x)>0$；当 $\dfrac{3\pi}{4}<x<\pi$ 时，$g'(x)<0$，

且 $g(0)=1, g(\pi)=-e^{\pi}$.所以极大值是 $g(\dfrac{3\pi}{4})=-\sqrt{2}e^{\frac{3\pi}{4}}$…………8 分

由右图知，当 $a>1$ 或 $a\le -e^{\pi}$ 时，直线 $y=a$ 与曲线 $y=g(x)$ 在 $(0,\dfrac{\pi}{2})\cup(\dfrac{\pi}{2},\pi)$ 内有唯一交点 (x_1,a) 或

(x_2,a)，且在 $x<x_1$ 附近，$a>\dfrac{e^x}{\cos x}$, 则 $f''(x)=e^x-a\cos x<0$；在 $x>x_1$ 附近，$a<\dfrac{e^x}{\cos x}$, 则

$f''(x)=e^x-a\cos x>0$.因此 x_1 是 $f'(x)$ 在 $(0,\pi)$ 内唯一极小值点.

同理可得，x_2 是 $f'(x)$ 在 $(0,\pi)$ 内唯一极大值点.

故 a 的取值范围是 $\left(-\infty,-e^{\pi}\right]\cup(1,+\infty)$.…………12 分

21.【解析】（1）若∠PF₂F₁=90°，则 $|PF_1|^2=|PF_2|^2+|F_1F_2|^2$.

因为 $|PF_1|+|PF_2|=2\sqrt{2}, |F_1F_2|=2$, 解得 $|PF_1|=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}, |PF_2|=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

因此 $\dfrac{|PF_1|}{|PF_2|}=3$.…………3 分

若∠F_1PF_2=90°，则$|F_1F_2|^2=|PF_1|^2+|PF_2|^2=|PF_1|^2+(2\sqrt{2}-|PF_1|)^2$.

解得$|PF_1|=PF_2|=\sqrt{2}$. 因此$\frac{|PF_1|}{|PF_2|}=1$.

综上知，$\frac{|PF_1|}{|PF_2|}=3$或$\frac{|PF_1|}{|PF_2|}=1$. …………5 分

（2）设$A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$, 联立$\begin{cases}x^2+2y^2-2=0\\ y=kx+m\end{cases}$消去$y$得到，

$x^2+2(kx+m)^2-2=0$，即$(1+2k^2)x^2+4kmx+2m^2-2=0$.

则$x_1+x_2=-\frac{4km}{1+2k^2}$, $y_1+y_2=k(x_1+x_2)+2m=\frac{2m}{1+2k^2}$,

弦AB中点M的坐标是$(-\frac{2km}{1+2k^2},\frac{m}{1+2k^2})$.

由$\Delta=16k^2m^2-8(m^2-1)(1+2k^2)>0$得，$1+2k^2>m^2$…………8 分

另一个方面，直线PM的方程是$y=-\frac{1}{k}x-\frac{1}{2}$.

点$M(-\frac{2km}{1+2k^2},\frac{m}{1+2k^2})$在此直线上，

故$\frac{m}{1+2k^2}=-\frac{1}{k}(-\frac{2km}{1+2k^2})-\frac{1}{2}$, 整理得，$2m=1+2k^2$.

代入$1+2k^2>m^2$中，$m^2-2m<0, 0<m<2$.

又$2m=1+2k^2>1, k\neq 0$, 所以$2m>1, m>\frac{1}{2}$.

故实数m的取值范围是$(\frac{1}{2},2)$…………12 分

请考生在第 22、23 题中任选一题做答.

22. 解析:（1）因为$\rho^2=x^2+y^2, \rho\sin\theta=y$

由已知C的极坐标方程为$\rho^2\left(\sin^2\theta+3\right)=12$，

所以$3x^2+4y^2=12$，即C的直角坐标方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$…………2 分

所以F_1（-1，0）、F_2（1，0）.

而直线PF_2的斜率$k=-\sqrt{3}$，于是经过点F_1垂直于直线PF_2的直线l的斜率$k'=\frac{\sqrt{3}}{3}$，直线l的倾斜角是30°，因

此直线l的参数方程是$\begin{cases}x=-1+t\cos 30^\circ\\ y=t\sin 30^\circ\end{cases}$（$t$为参数），

即$\begin{cases}x=-1+\dfrac{\sqrt{3}}{2}t\\ y=\dfrac{1}{2}t\end{cases}$（$t$为参数）…………5分

（2）设直线l的倾斜角是$\alpha\left(0\le\alpha<\pi\right)$，

故其参数方程为$\begin{cases}x=-1+t\cos\alpha\\ y=t\sin\alpha\end{cases}$（$t$为参数）

由与$3x^2+4y^2=12$联立化简得：

$\left(3\cos^2\alpha+4\sin^2\alpha\right)t^2-6\cos\alpha t-9=0$…………8分

设上方程两实数根分别为t_1,t_2，则$t_1t_2=-\dfrac{9}{3\cos^2\alpha+4\sin^2\alpha}=-\dfrac{9}{3+\sin^2\alpha}$

由参数的几何意义可知：$|AF_1||BF_1|=|t_1t_2|=\dfrac{9}{3+\sin^2\alpha}$。

因为$0\le\alpha<\pi$，所以$|AF_1||BF_1|\in\left[\dfrac{9}{4},3\right]$…………10分

23.【解析】（1）当$a=6$时，$f(x)=4x+|x-6|=\begin{cases}5x-6 & (x\ge6)\\ 3x+6 & (x<6).\end{cases}$

直线$4x-y+8=0$与$y=3x+6$交于点$A(-2,0)$，与$y=5x-6$交于点$B(14,64)$…………2分

因此$|AB|=\sqrt{16^2+64^2}=16\sqrt{17}$，

点$C(6,24)$到直线$4x-y+8=0$的距离是$\dfrac{|4\times6-24+8|}{\sqrt{17}}=\dfrac{8}{\sqrt{17}}$.

故曲线$f(x)$与直线$4x-y+8=0$围成的三角形的面积为$\dfrac{1}{2}\times16\sqrt{17}\times\dfrac{8}{\sqrt{17}}=64$.…………5分

(2)当$x\ge a$时，$f(x)<2$是$5x-a<2,x<\dfrac{a+2}{5}$.所以$a\le x<\dfrac{a+2}{5}$.

当$x<a$时，$f(x)<2$是$3x+a<2,x<\dfrac{2-a}{3}$.…………7分

由$a<0$可知，$x<a$与$x<\dfrac{2-a}{3}$的公共部分是$x<a$.

于是$f(x)<2$的解集是$(-\infty,\dfrac{a+2}{5})$，

由已知$f(x)<2$的解集是$(-\infty,-3)$，

故$\dfrac{a+2}{5}=-3$，解得$a=-17$。

所以a的值为-17…………10分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。