机密★启用前(全国卷文科数学)

华大新高考联盟 2022 年名校高考押题卷

数学参考答案和评分标准

一、选择题

1.【答案】B

【解析】由 Venn 图易知 $M\subseteq N$,选 B.

2.【答案】D

【解析】$(x+\mathrm{i})^8$(其中 i 为虚数单位)的第 $r+1$ 项为 $T_{r+1}=\mathrm{C}_8^r x^{8-r}\mathrm{i}^r$,令 $8-r=4$,得 $r=4$.

所以 x^4 项的系数为 $\mathrm{C}_8^4(\mathrm{i})^4=70$,故选 D.

3.【答案】D

【解析】命题 q:$\forall x\in\mathbf{R},x^2+x-1>0$ 为假命题,故选 D.

4.【答案】D

【解析】$y=2\cos3\left(x-\frac{\pi}{6}\right)=2\cos\left(-\frac{\pi}{2}+3x\right)=2\sin3x$,所以选 D.

5.【答案】C

【解析】由题意得 $P(A)=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$,$P(B)=\frac{3}{4\times4}=\frac{3}{16}$,$P(AB)=\frac{2}{4\times4}=\frac{1}{8}$.

$\because P(AB)\neq P(A)\cdot P(B)$,$\therefore$事件 A 和事件 B 不相互独立,$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{1}{4}$. 故选 C.

6.【答案】C

【解析】$2^{x+2y}=2^x+2^{2y}\geqslant2\sqrt{2^{x+2y}}\Rightarrow2^{x+2y}\geqslant2^{\frac{x+2y}{2}+1}\Rightarrow x+2y\geqslant2$,

当且仅当 $x=1,y=\frac{1}{2}$时取等号,所以选 C.

7.【答案】B

【解析】$a=\log_{0.3}0.2>\log_{0.3}0.3=1$,$b=\log_3 2<\log_3 3=1$,$c=\log_{30}20<\log_{30}30=1$,

$b-c=\log_3 2-\log_{30}20=\frac{\lg2}{\lg3}-\frac{1+\lg2}{1+\lg3}=\frac{\lg2-\lg3}{\lg3(1+\lg3)}<0$,$b<c<a$ 故选 B.

8.【答案】D

【解析】$\tan(\alpha-\beta)=\tan\alpha-\tan\beta$,$\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}=\tan\alpha-\tan\beta$,$(\tan\alpha-\tan\beta)\cdot\frac{\tan\alpha\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}=0$,

$\because\tan\alpha\tan\beta\neq0$,$\tan\alpha=\tan\beta$,$\therefore\alpha=k\pi+\beta,k\in\mathbf{Z}$.

又 $\sin^2\alpha=\sin^2(k\pi+\beta)=\sin^2\beta$,$\therefore\sin^2\alpha+\cos^2\beta=\sin^2\beta+\cos^2\beta=1$. 故选 D.

9.【答案】C

【解析】因为$\overrightarrow{F_1A}+\overrightarrow{F_2P}=\mathbf{0}$,所以四边形 PF_1AF_2 是平行四边形,

所以 $S_{\triangle AF_2P}=S_{\triangle F_1F_2P}=\frac{b^2}{\tan\frac{\angle F_1PF_2}{2}}=b^2$,可得$\angle F_1PF_2=\frac{\pi}{2}$.

过点 A 作 x 轴的平行线交 PQ 于点 B,可知四边形 F_1F_2BA 是平行四边形,

因为$\overrightarrow{F_1F_2}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AF_2}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AQ}$,

所以$\overrightarrow{AB}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AF_2}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AQ}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AF_2}+\frac{1}{3}(\overrightarrow{AF_2}+\overrightarrow{F_2Q})=\overrightarrow{AF_2}+\frac{1}{3}\overrightarrow{F_2Q}$,

又$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AF_2}+\overrightarrow{F_2B}$,所以有$\overrightarrow{F_2B}=\frac{1}{3}\overrightarrow{F_2Q}$.

设$|PF_2|=m$,则$|PF_1|=m+2a$,$|AF_1|=|F_2B|=m$,$|F_2Q|=3m$,$|F_1Q|=3m+2a$,$|PQ|=4m$.

在$\mathrm{Rt}\triangle PF_1Q$中,由$|PF_1|^2+|PQ|^2=|F_1Q|^2$,解得$m=a$.

在$\mathrm{Rt}\triangle PF_1F_2$中,由$|PF_1|^2+|PF_2|^2=|F_1F_2|^2$,得$10a^2=4c^2$,所以离心率$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{10}}{2}$,故选C.

10.【答案】C

【解析】当$\omega=2$时,$f(x)=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$,$2\times\frac{\pi}{12}+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}$,所以$f(x)$的图象关于直线$x=\frac{\pi}{12}$对称,A选项正确;

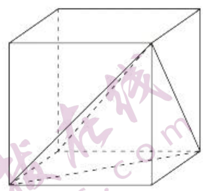
当$\omega=\pi$时,$f(x)=2\sin\left(\pi x+\frac{\pi}{3}\right)$,$\pi\times\left(-\frac{4}{3}\right)+\frac{\pi}{3}=-\pi$,所以$f(x)$的图象关于点$\left(-\frac{4}{3},0\right)$成中心对称,B选项正确;

当$\omega=\frac{1}{2}$时,$f(x)=2\sin\left(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{3}\right)$,当$x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$时,$\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{3}\in\left[\frac{\pi}{3},\frac{7\pi}{12}\right]$,$y=\sin x$在$\left[\frac{\pi}{3},\frac{7\pi}{12}\right]$上不单调递增,C选项错误;

若$f(x)$在$[0,\pi]$上的最小值为-2,由$x\in[0,\pi]$,得$\omega x+\frac{\pi}{3}\in\left[\frac{\pi}{3},\left(\omega+\frac{1}{3}\right)\pi\right]$,$\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)$可取得$-1$,

所以$\left(\omega+\frac{1}{3}\right)\pi\geq\frac{3}{2}\pi$,解得$\omega\geq\frac{7}{6}$,D选项正确.

11.【答案】C



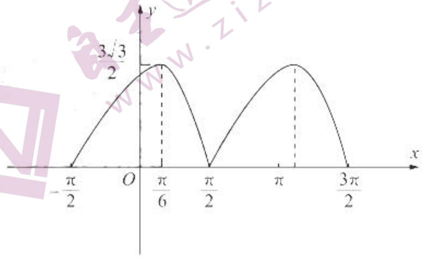
【解析】三视图还原成几何体如图所示,

三棱锥的四个面的面积分别为:

$S_1=\frac{1}{2}\times4\times4=8$,$S_2=S_3=\frac{1}{2}\times4\times4\sqrt{2}=8\sqrt{2}$,$S_4=\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times4\sqrt{2}\sin60^\circ=8\sqrt{3}$.

所以选C.

12.【答案】C



【解析】因为$f(x+\pi)=f(x)$,

所以$f(x)$是以π为周期的周期函数,

设$x\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$时,

$f(x)=\sin2x+2\cos x=2\sin x\cos x+2\cos x$,

$f'(x)=2\cos^2x-2\sin^2x-2\sin x=-2(2\sin^2x+\sin x-1)=-2(2\sin x-1)(\sin x+1)$,

当$x\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{6}\right]$时,$f'(x)\geq0$,函数$f(x)$单调递增,

当$x\in\left(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}\right]$时,$f'(x)<0$,函数$f(x)$单调递减,

根据函数$f(x)$的周期性作出$y=f(x)$的大致图象,

由图知结论①②④正确,故选C.

二、填空题

13.【答案】$5\sqrt{2}$.

【解析】$\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}=(-3,x-1)$，$\boldsymbol{a}\perp(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a})\Rightarrow\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a})=0\Rightarrow x=7$，

$|\boldsymbol{b}|=\sqrt{1+49}=5\sqrt{2}$.

14.【答案】$y=\pm\sqrt{3}x$.

【解析】当 $m-1<0$ 且 $2-m<0$ 时，m 不存在，

当 $m-1>0$ 且 $2-m>0$ 时，得 $1<m<2$，$e^2=\dfrac{m-1+2-m}{m-1}=4\Rightarrow m=\dfrac{5}{4}$，

所以 $a=\dfrac{1}{2}$，$b=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，双曲线渐近线的方程为 $y=\pm\sqrt{3}x$.

15.【答案】2 或 4.

【解析】$4a_1n+\dfrac{4n(4n-1)}{2}d=\lambda\left[2a_1n+\dfrac{2n(2n-1)}{2}d\right]$，化简得 $(4d-\lambda d)n+2a_1-d-\lambda a_1+\dfrac{1}{2}\lambda d=0$，

故 $\begin{cases}4d-\lambda d=0,\\2a_1-d-\lambda a_1-\dfrac{1}{2}\lambda d=0.\end{cases}$

由 $4d-\lambda d=0$，得 $d=0$ 或 $\lambda=4$，

当 $d=0$ 时，显然 $\lambda=2$；当 $\lambda=4$ 时，$d=2a_1$，满足条件，

所以 $\lambda=2$ 或 4.

16.【答案】$[3,\sqrt{17}]$.

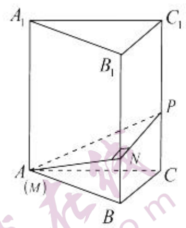
【解析】不妨设 M 在 A 处，$|BN|=m$，$|CP|=n$，

则 $MN^2=4+m^2$，$NP^2=(n-m)^2+4$，$AP^2=4-n^2$，

$4+m^2+(n-m)^2+4=4+n^2\Rightarrow n=m+\dfrac{2}{m}$，

$S^2_{\triangle MNP}=\dfrac{1}{4}MN^2\cdot NP^2=\dfrac{1}{4}(4+m^2)[(n-m)^2+4]=5+\dfrac{4}{m^2}+m^2=\left(m+\dfrac{2}{m}\right)^2+1=$

n^2+1，



显然 $n=m+\dfrac{2}{m}\geqslant 2\sqrt{2}$，即 $8\leqslant n^2\leqslant 16$，

故 $3\leqslant S_{\triangle MNP}\leqslant\sqrt{17}$.

三、解答题

17.【解析】(1)在 100 瓶的样本中 $x<13$ 的共抽取 $0.01\times2\times100=2$ 瓶，不妨设为 a，b，

$x\geqslant21$ 的共抽取 $0.015\times2\times100=3$ 瓶，不妨设为 1，2，3，…………（2 分）

则从这 5 瓶二等品中抽取 2 瓶包含如下基本事件：(a,b)，$(a,1)$，$(a,2)$，$(a,3)$，$(b,1)$，$(b,2)$，$(b,3)$，$(1,2)$，$(1,3)$，$(2,3)$ 共 10 个基本事件，

质量指标值 $x<13$ 的消毒液恰好有 1 瓶的基本事件有：$(a,1)$，$(a,2)$，$(a,3)$，$(b,1)$，$(b,2)$，$(b,3)$ 共 6 个基本事件，…………（4 分）

所以这 2 瓶二等品消毒液中其质量指标值 $x<13$ 的消毒液恰好有 1 瓶的概率为 $P=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$. …（6 分）

(2)该厂 5 月份生产特等品的消毒液为 $0.19\times2\times10=3.8$ 万瓶，…………（8 分）

一等品的消毒液为 $(0.06\times2+0.175\times2+0.05\times2)\times10=5.7$ 万瓶，…………（10 分）

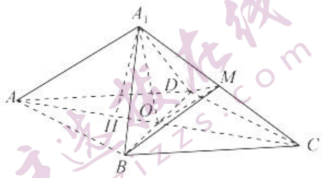
该厂 5 月份生产的消毒液的利润是 $3.8\times35+5.7\times30-10\times20=104$ 万元，

所以该厂 5 月份生产的消毒液的利润是 104 万元. …………（12 分）

18.【解析】(1)如图，连接 A_1O，

$\because ABCD$ 为菱形，$\therefore BD\perp AC$，…………（1 分）

又 $\because A_1B=A_1D$，O 为 BD 的中点，



$\therefore BD\perp A_1O.$ ……………………………………………… (2 分)

又$\because AC\cap A_1O=O$,

$\therefore BD\perp$平面AA_1C,而$BD\subset$平面MBD, ……………………… (5 分)

$\therefore$平面$AA_1C\perp$平面MBD. …………………………………… (6 分)

(2)连接OM,$\because AA_1\,/\!/$平面MBD,而平面$AA_1C\cap$平面$MBD=OM$,

$\therefore AA_1\,/\!/\,OM$.

又O为AC的中点,$\therefore M$为A_1C的中点. ……………………………………………… (7 分)

由(1)知$BD\perp$平面AA_1C,$\therefore$平面$AA_1C\perp$平面$ABCD$,

作$A_1H\perp AC$于H,所以$A_1H\perp$平面$ABCD$,

$\because AB=2,\angle BAD=60^\circ,AA_1=\sqrt{3}$,

$\therefore\triangle AA_1O$为等边三角形,$\therefore A_1H=\dfrac{3}{2}$. ……………………………………………… (10 分)

故三棱锥M-A_1BD的体积$V_{M-A_1BD}=V_{A_1-BCD}-V_{M-BCD}=\dfrac{1}{3}S_{\triangle BCD}\left(\dfrac{3}{2}-\dfrac{3}{4}\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$. ……………… (12 分)

19.【解析】(1)$f(x)=\dfrac{\sin(x+B)\cos C+\cos(x+B)\sin C}{\cos C}$

$=\dfrac{\sin(x+B+C)}{\cos C}$

$=\dfrac{\sin(\pi+x-A)}{\cos C}$

$=-\dfrac{\sin(x-A)}{\cos C}$. ……………………………………………… (2 分)

$\because f\left(\dfrac{5\pi}{6}\right)=-\dfrac{1}{\cos C}$,

$\therefore-\dfrac{\sin\left(\dfrac{5\pi}{6}-A\right)}{\cos C}=-\dfrac{1}{\cos C}\Rightarrow\sin\left(\dfrac{5\pi}{6}-A\right)=1$. ……………………………… (4 分)

$0<A<\pi\Rightarrow-\dfrac{\pi}{6}<\dfrac{5\pi}{6}-A<\dfrac{5\pi}{6}$,

$\dfrac{5\pi}{6}-A=\dfrac{\pi}{2}\Rightarrow A=\dfrac{\pi}{3}$. ……………………………………………… (6 分)

(2)$\triangle ABC$的面积$S=\dfrac{1}{2}bc\sin A=\dfrac{1}{2}bc\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}\Rightarrow bc=4$. ……………………………… (7 分)

由正弦定理知$\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}=\dfrac{a}{\sin A}=2R$,

$\sin B=\dfrac{b}{2R},\sin C=\dfrac{c}{2R},a=\sqrt{3}R$, $\sin B+\sin C=\dfrac{\sqrt{6}}{2}\Rightarrow b+c=\sqrt{6}R$, …………………… (9 分)

由余弦定理得$a^2=b^2+c^2-2bc\cos\dfrac{\pi}{3}\Rightarrow a^2=(b+c)^2-3bc$,

$3R^2=6R^2-12\Rightarrow R=2$, ……………………………………………… (11 分)

所以$a=2\sqrt{3}$. ……………………………………………… (12 分)

20.【解析】(1)依题意知椭圆C不可能同时过P_1,P_2,所以一定经过P_3,P_4,

即$\begin{cases}\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{3}{2b^2}=1,\\ \dfrac{2}{a^2}+\dfrac{7}{4b^2}=1,\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a^2=4,\\ b^2=2,\end{cases}$ ……………………………………………… (3 分)

P_1 显然满足$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$，所以椭圆 C 的方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$. ……………………………………（4 分）

(2)A,B,P_2 三点共线，设 AB 的方程为 $y=k(x-3)$，……………………………………（5 分）

$\begin{cases}\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1,\\ y=k(x-3),\end{cases}\Rightarrow x^2+2k^2(x^2-6x+9)=4$，

$(1+2k^2)x^2-12k^2x+18k^2-4=0$，

$\Delta=(12k^2)^2-4(1+2k^2)(18k^2-4)>0\Rightarrow k^2<\frac{2}{5}$，……………………………………（7 分）

$x_1+x_2=\frac{12k^2}{1+2k^2}, x_1x_2=\frac{18k^2-4}{1+2k^2}$，……………………………………（8 分）

$k_1k_2=\frac{y_1}{x_1-2}\cdot\frac{y_2}{x_2-2}=\frac{k^2(x_1-3)(x_2-3)}{(x_1-2)(x_2-2)}=\frac{k^2[x_1x_2-3(x_1+x_2)+9]}{x_1x_2-2(x_1+x_2)+4}$

$=\frac{k^2\left[\frac{18k^2-4}{1+2k^2}-3\left(\frac{12k^2}{1+2k^2}\right)+9\right]}{\frac{18k^2-4}{1+2k^2}-2\left(\frac{12k^2}{1+2k^2}\right)+4}=\frac{k^2(18k^2-4-36k^2+9+18k^2)}{18k^2-4-24k^2+4+8k^2}=\frac{5k^2}{2k^2}=\frac{5}{2}$. ………………（12 分）

21.【解析】(1)$f(x)=\frac{1+a\ln x}{x}\ (x>0)$，

$f'(x)=\frac{a-(1+a\ln x)}{x^2}=\frac{a-1-a\ln x}{x^2}$. ……………………………………（1 分）

当 $a=0$ 时，$f'(x)=\frac{a-(1+a\ln x)}{x^2}=-\frac{1}{x^2}<0$ 恒成立，$f(x)$在$(0,+\infty)$上为减函数，……………（2 分）

当 $a>0$ 时，令 $f'(x)>0\Rightarrow a-1-a\ln x>0\Rightarrow \ln x<\frac{a-1}{a}\Rightarrow 0<x<e^{\frac{a-1}{a}}$，……………………（3 分）

综上，当 $a=0$ 时，$f(x)$的减区间为$(0,+\infty)$；

当 $a>0$ 时，$f(x)$的单调递增区间为$(0,e^{\frac{a-1}{a}})$，单调递减区间为$(e^{\frac{a-1}{a}},+\infty)$. ……………（4 分）

(2)$f(x)\leqslant x^2\Leftrightarrow x^3-a\ln x-1\geqslant 0$，

设 $g(x)=x^3-a\ln x-1\ (x>0)$，

$g'(x)=3x^2-\frac{a}{x}=\frac{3x^3-a}{x}$. ……………………………………（5 分）

①当 $a\leqslant 0$ 时，$g'(x)>0$，$g(x)$单调递增，而 $g\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{8}-a\ln\frac{1}{2}-1=-\frac{7}{8}+a\ln 2<0$，

所以不满足. ……………………………………（6 分）

②当 $a>0$ 时，$g'(x)=\frac{3x^3-a}{x}=0\Rightarrow x=\sqrt[3]{\frac{a}{3}}$，

当 $x\in\left(0,\sqrt[3]{\frac{a}{3}}\right)$时，$g'(x)<0$，$g(x)$为减函数，当 $x\in\left(\sqrt[3]{\frac{a}{3}},+\infty\right)$时，$g'(x)>0$，$g(x)$为增函数，

$g(x)\geqslant g\left(\sqrt[3]{\frac{a}{3}}\right)=\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\ln 3\right)a-\frac{1}{3}a\ln a-1$. ……………………………………（8 分）

令 $h(a)=\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\ln 3\right)a-\frac{1}{3}a\ln a-1\ (a>0)$，

$h'(a)=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\ln 3-\frac{1}{3}(\ln a+1)=\frac{1}{3}(\ln 3-\ln a)$，

当 $a\in(0,3)$时，$h'(a)>0$，$h(a)$为增函数，当 $a\in(3,+\infty)$时，$h'(a)<0$，$g(x)$为减函数，………（10 分）

$h(a)\leqslant h(3)=0$，又 $g(x)\geqslant h(a)\geqslant 0$.

$h(a)=0\Rightarrow a=3$，所以实数 a 的取值范围是$\{3\}$. ……………………（12 分）

22.【解析】(1)因为 $\rho\cos\theta=4\tan\theta$，所以 $\rho^2\cos^2\theta=4\rho\sin\theta\Rightarrow x^2=4y$，

又$\begin{cases}x=4+2\cos\alpha,\\ y=2+2\sin\alpha,\end{cases}\Rightarrow(x-4)^2+(y-2)^2=4$，

所以圆 M 的普通方程为$(x-4)^2+(y-2)^2=4$，

曲线 C 的直角坐标方程为 $x^2=4y$. ……………………（5 分）

(2)$M(4,2)$，设直线 l 的参数方程为$\begin{cases}x=4+t\cos\alpha,\\ y=2+t\sin\alpha\end{cases}$（$t$ 为参数），带入 $x^2=4y$ 得

$(4+t\cos\alpha)^2=4(2+t\sin\alpha)$，$t^2\cos^2\alpha+4(2\cos\alpha-\sin\alpha)t+8=0$，

$\Delta=16(2\cos\alpha-\sin\alpha)^2-4\times8\cos^2\alpha>0\Rightarrow2\cos^2\alpha+\sin^2\alpha-4\sin\alpha\cos\alpha>0$， ①

$t_1+t_2=-\dfrac{4(2\cos\alpha-\sin\alpha)}{\cos^2\alpha}$，$t_1t_2=\dfrac{8}{\cos^2\alpha}$. ……………………（7 分）

又 $t_1t_2=\dfrac{8}{\cos^2\alpha}>0$，所以 $\dfrac{1}{|MA|}+\dfrac{1}{|MB|}=\dfrac{1}{|t_1|}+\dfrac{1}{|t_2|}=\dfrac{|t_1+t_2|}{t_1t_2}=1$，

$|2\cos\alpha-\sin\alpha|=2\Rightarrow4\cos^2\alpha+\sin^2\alpha-4\sin\alpha\cos\alpha=4$，……………………（8 分）

$\dfrac{4\cos^2\alpha+\sin^2\alpha-4\sin\alpha\cos\alpha}{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}=4\Rightarrow\dfrac{4+\tan^2\alpha-4\tan\alpha}{\tan^2\alpha+1}=4$，

$3\tan^2\alpha+4\tan\alpha=0\Rightarrow\tan\alpha=0$ 或 $\tan\alpha=-\dfrac{4}{3}$，代入①式满足 $l:y-2=0$ 或 $y-2=-\dfrac{4}{3}(x-4)$，

所以直线 l 的直角坐标方程为 $y-2=0$ 或 $4x+3y-22=0$. ……………………（10 分）

23.【解析】(1)$f(x)=|x-a|+|x+b|+c\geqslant|(x-a)-(x+b)|+c=|a+b|+c$，

因为 a,b,c 都是正数，且 $f(x)$的最小值为 1，所以$|a+b|+c=a+b+c=1$. ……………………（5 分）

(2)$a^{3a-1}\cdot b^{3b-1}\cdot c^{3c-1}=a^{2a-b-c}\cdot b^{2b-a-c}\cdot c^{2c-a-b}=a^{a-b+a-c}\cdot b^{b-a-b-c}\cdot c^{c-a-c-b}=\left(\dfrac{a}{b}\right)^{a-b}\cdot\left(\dfrac{a}{c}\right)^{a-c}\cdot$

$\left(\dfrac{b}{c}\right)^{b-c}$. ……………………（7 分）

若 $a\geqslant b$ 时，$\dfrac{a}{b}\geqslant1$，$a-b\geqslant0\Rightarrow\left(\dfrac{a}{b}\right)^{a-b}\geqslant1$，

若 $a<b$ 时，$0<\dfrac{a}{b}<1$，$a-b<0\Rightarrow\left(\dfrac{a}{b}\right)^{a-b}>1$，

所以$\left(\dfrac{a}{b}\right)^{a-b}\geqslant1$. ……………………（9 分）

同理可证$\left(\dfrac{a}{c}\right)^{a-c}\geqslant1$，$\left(\dfrac{b}{c}\right)^{b-c}\geqslant1$，所以$\left(\dfrac{a}{b}\right)^{a-b}\cdot\left(\dfrac{a}{c}\right)^{a-c}\cdot\left(\dfrac{b}{c}\right)^{b-c}\geqslant1$.

故 $a^{3a-1}\cdot b^{3b-1}\cdot c^{3c-1}\geqslant1$. ……………………（10 分）

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。