

## 高三年级第十次调研考试 数学试卷（文科）

注意事项：

- 1、本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分，满分 150 分，考试时间为 120 分钟。
- 2、本试卷分试题卷和答题卷，第 I 卷（选择题）的答案应填在答题卷卷首相应的空格内，做在第 I 卷的无效。
- 3、答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号填涂在答题卡相应的位置。

### 第 I 卷（选择题）

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

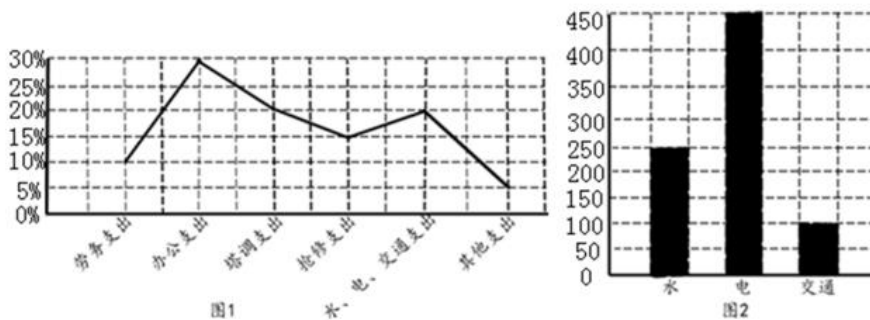
1. 已知集合  $M = \{x | x < 1\}$ ， $N = \{x | x^2 - x < 0\}$ ，则（ ）

- A.  $M \cap N = \{x | x < 1\}$     B.  $M \cup N = \{x | x > 0\}$     C.  $M \subseteq N$     D.  $N \subseteq M$

2. 设复数  $z$  满足： $(1+i)z = 2-i$ ，则  $z$  的虚部为（ ）

- A.  $\frac{1}{2}i$     B.  $\frac{1}{2}$     C.  $-\frac{3}{2}i$     D.  $-\frac{3}{2}$

3. 某单位去年的开支分布的折线图如图 1 所示，在这一年中的水、电、交通开支（单位：万元）如图 2 所示，则该单位去年的水费开支占总开支的百分比为（ ）



- A. 6.25%    B. 7.5%    C. 10.25%    D. 31.25%

4. 下列双曲线中, 渐近线方程为  $y = \pm 2x$  的是 ( )

- A.  $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$       B.  $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$       C.  $x^2 - \frac{y^2}{2} = 1$       D.  $\frac{x^2}{2} - y^2 = 1$

5. 已知  $\vec{a} = (1, 2), \vec{b} = (2, t)$ , 若  $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ , 则  $t$  为 ( )

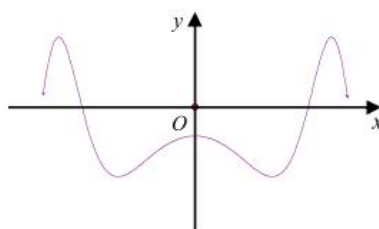
- A.  $\pm 1$       B. 1      C. -1      D. 0

6. 已知锐角  $\alpha$  的终边上一点  $P(\sin 40^\circ, 1 + \cos 40^\circ)$ , 则锐角  $\alpha =$  ( )

- A.  $80^\circ$       B.  $20^\circ$       C.  $70^\circ$       D.  $10^\circ$

7. 已知某函数的图像如图所示, 则下列函数中, 图像最契合的函数是 ( )

- A.  $y = \sin(e^x + e^{-x})$   
 B.  $y = \sin(e^x - e^{-x})$   
 C.  $y = \cos(e^x - e^{-x})$   
 D.  $y = \cos(e^x + e^{-x})$



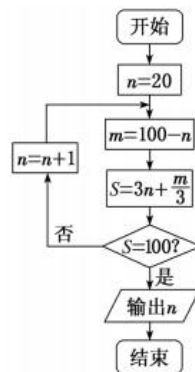
8. 已知  $A(x_1, 0), B(x_2, 0)$  两点是函数  $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi) + 1 (\omega > 0, \varphi \in (0, \pi))$  与  $x$  轴

两个交点, 且满足  $|x_1 - x_2|_{\min} = \frac{\pi}{3}$ , 现将函数  $f(x)$  的图像向左平移  $\frac{\pi}{6}$  个单位, 得到的新函数图像关于  $y$  轴对称, 则  $\varphi$  的可能取值为 ( )

- A.  $\frac{\pi}{6}$       B.  $\frac{\pi}{3}$       C.  $\frac{2\pi}{3}$       D.  $\frac{5\pi}{6}$

9. 我国明朝数学家程大位著的《算法统宗》里有一道闻名世界的题目: “一百馒头一百僧, 大僧三个更无争. 小僧三人分一个, 大小和尚各几丁?” 如图所示的程序框图反映了对此题的一个求解算法, 则输出的  $n$  的值为 ( )

- A. 20      B. 25  
 C. 30      D. 35



10. 设  $a = \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{3}}$ ,  $b = \log_5 2$ ,  $c = \log_8 5$ , 则 ( )

- A.  $a < b < c$       B.  $b < c < a$   
 C.  $c < b < a$       D.  $c < a < b$

11. 在边长为2的正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中, 过  $AB$  中点  $E$  的直线  $l$  与直线  $A_1D_1$ , 直线  $BC_1$  分别交于点  $M, N$ , 则  $MN$  的长为 ( )
- A. 5                      B.  $4\sqrt{2}$                       C. 6                      D.  $4\sqrt{3}$
12. 倾斜角为  $45^\circ$  的直线经过椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的右焦点  $F$ , 与椭圆交于  $A, B$  两点, 且  $\overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{FB}$ , 则该椭圆的离心率为 ( )
- A.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$                       B.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$                       C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

### 第 II 卷 (非选择题)

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 若函数  $f(x) = x^2 \ln x$ , 则  $f(x)$  在点  $(1, f(1))$  处的切线方程为\_\_\_\_\_.
14. 在数列  $\{a_n\}$  中, 已知  $a_1 = 1$ ,  $a_{n+1} = a_n + n + 1$ , 则  $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_{2020}} =$ \_\_\_\_\_.
15. 设  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 且满足  $b^2 - a^2 = (a \cos B + b \cos A)^2$ ,  $\triangle ABC$  的周长为  $5(\sqrt{2} + 1)$ , 则  $\triangle ABC$  面积的最大值为\_\_\_\_\_.
16. 已知四面体  $ABCD$  的棱长满足  $AB = AC = BD = CD = 2$ ,  $BC = AD = 1$ , 现将四面体  $ABCD$  放入一个主视图为等边三角形的圆锥中, 使得四面体  $ABCD$  可以在圆锥中任意转动, 则圆锥侧面积的最小值为\_\_\_\_\_.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

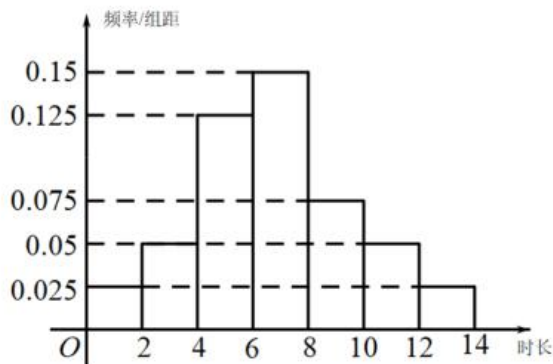
17. (本小题满分 12 分)

已知等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 等比数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和为  $T_n$ ,  $a_1 = -1$ ,  $b_1 = 1$ ,  $a_2 + b_2 = 3$ .

- (1) 若  $a_3 + b_3 = 7$ , 求  $\{b_n\}$  的通项公式;  
(2) 若  $T_3 = 13$ , 求  $S_n$ .

18. (本小题满分 12 分)

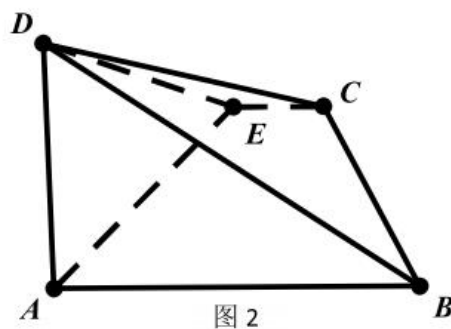
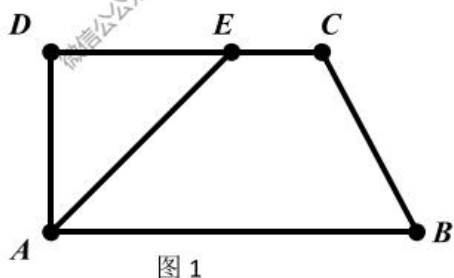
“学习强国”学习平台是由中宣部主管，以深入学习宣传习近平新时代中国特色社会主义思想为主要内容，立足全体党员，面向全社会的优质平台，现日益成为老百姓了解国家动态，紧跟时代脉搏的热门 APP，某市宣传部门为了了解全民利用“学习强国”了解国家动态的情况，从全市抽取 2000 名人员进行调查，统计他们每周利用“学习强国”的时长，下图是根据调查结果绘制的频率分布直方图



- (1) 根据右图，求所有被抽查人员利用“学习强国”的平均时长和中位数；
- (2) 宣传部为了了解大家利用“学习强国”的具体情况，准备采用分层抽样的方法从  $[8,10]$  和  $[10,12]$  组中抽取 50 人了解情况，则两组各抽取多少人？再利用分层抽样从抽取的 50 人中选 5 人参加一个座谈会。现从参加座谈会的 5 人中随机抽取两人发言，求  $[10,12]$  小组中至少有 1 人发言的概率？

19. (本小题满分 12 分)

如图 1，在直角梯形  $ABCD$  中， $AB \parallel DC$ ， $\angle BAD = 90^\circ$ ， $AB = 4$ ， $AD = 2$ ， $DC = 3$ ，点  $E$  在  $CD$  上，且  $DE = 2$ ，将  $\triangle ADE$  沿  $AE$  折起，得到四棱锥  $D-ABCE$  (如图 2)。



- (1) 求四棱锥  $D-ABCE$  的体积的最大值；
- (2) 在线段  $BD$  上是否存在点  $P$ ，使得  $CP \parallel$  平面  $ADE$ ？若存在，求  $\frac{BP}{BD}$  的值；若不存在，请说明理由。

20.(本小题满分 12 分)

已知抛物线  $C: x^2 = 2py$  ( $p > 0$ ) 的焦点为  $F$ , 点  $A(x_0, 1)$  在抛物线  $C$  上, 且  $|AF| = 3$ .

(1) 求抛物线  $C$  的方程及  $x_0$  的值;

(2) 设点  $O$  为坐标原点, 过抛物线  $C$  的焦点  $F$  作斜率为  $\frac{3}{4}$  的直线  $l$  交抛物线于  $M(x_1, y_1)$ ,

$N(x_2, y_2)$  ( $x_1 < x_2$ ) 两点, 点  $Q$  为抛物线  $C$  上异于  $M$ 、 $N$  的一点, 若  $\overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OM} + t\overrightarrow{ON}$ , 求实数  $t$  的值.

21. (本小题满分 12 分)

已知  $f(x) = mx^2 - x + \ln x$ .

(1) 当  $m = 0$  时, 求函数  $f(x)$  在区间  $[t, t+1]$  ( $t > 0$ ) 上的最大值  $M(t)$ ;

(2) 当  $m = 1$  时, 若存在正数  $x_1, x_2$  满足  $f(x_1) + f(x_2) = 1 - \ln 2$ , 求证:  $x_1 + x_2 \geq 2$ .





(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22.[选修 4-4: 坐标系与参数方程]

在平面直角坐标系  $xOy$  中,  $l$  的参数方程为 
$$\begin{cases} x = \frac{-1+t}{1+t} \\ y = \frac{t}{1+t} \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}).$$
 以坐标原点  $O$  为极点,

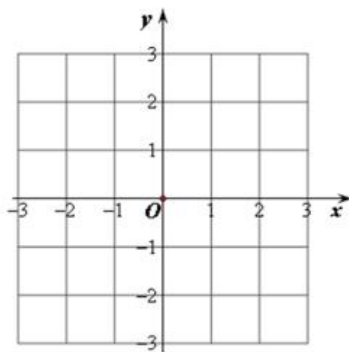
$x$  轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线  $C$  的极坐标方程为  $\rho^2 = \frac{12}{3 + \sin^2 \theta}$ .

- (1) 求  $l$  的普通方程和曲线  $C$  的直角坐标方程;
- (2) 求曲线  $C$  上的点到  $l$  距离的最大值及该点的直角坐标.

23.[选修 4-5: 不等式选讲]

已知点  $P(x, y)$  的坐标满足不等式:  $|x-1| + |y-1| \leq 1$ .

- (1) 请在直角坐标系中画出由点  $P$  构成的平面区域  $\Omega$ , 并求出平面区域  $\Omega$  的面积  $S$ ;
- (2) 如果正数  $a, b, c$  满足  $(a+c)(b+c) = S$ , 求  $a+2b+3c$  的最小值.



自主招生在线创始于 2014 年，致力于提供自主招生、综合评价、三位一体、学科竞赛、新高考生涯规划等政策资讯的服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站( www.zizs.com )和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国自主招生、综合评价领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注自主招生在线官方微信号：zizsw。



识别二维码，快速关注