

绝密★启用前

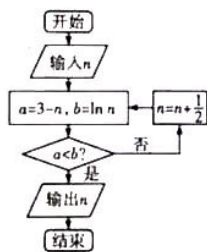
信阳市实验高级中学
2021-2022学年高三毕业班开学摸底测试
数学(文科)

考生注意:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号填写在试卷和答题卡上,并将考生号条形码粘贴在答题卡上的指定位置.
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.回答非选择题时,将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

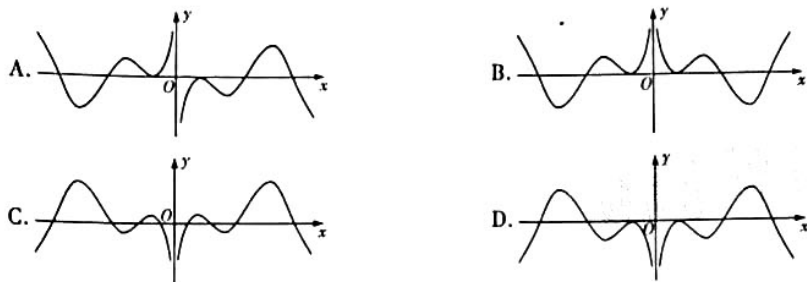
1. 已知集合 $A = \{x | x^2 < 4\}$, $B = \{x | \frac{x-3}{x-1} \leq 0\}$, 则 $(\complement_{\mathbb{R}} B) \cap A =$
A. $(-2, 1]$ B. $(-2, 1)$ C. $(1, 2)$ D. $[1, 2)$
2. 设 i 为虚数单位, z 为复数, 若 $\frac{|z|}{z} + i$ 为实数 m , 则 $m =$
A. -1 B. 0 C. 1 D. 2
3. 执行如图所示的程序框图, 若输入 $n = \frac{1}{2}$, 则输出的 n 的值为



- A. $\frac{3}{2}$ B. 2 C. $\frac{5}{2}$ D. 3
4. 一个陶瓷圆盘的半径为 10 cm, 中间有一个边长为 4 cm 的正方形花纹, 向盘中投入 1 000 粒米后, 发现落在正方形花纹上的米共有 51 粒, 据此估计圆周率 π 的值为(精确到 0.001)
A. 3.132 B. 3.137 C. 3.142 D. 3.147
5. 已知实数 x, y 满足 $\begin{cases} y \leq \sqrt{1-x^2} \\ x+y \geq -1 \end{cases}$, 则 $x-y$ 的取值范围为
A. $[-1, 3]$ B. $[-\sqrt{2}, 1]$ C. $[-3, \sqrt{2}]$ D. $[-\sqrt{2}, 3]$

数学(文科)试题 第 1 页(共 8 页)

6. 函数 $y = \ln|x| \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)$ 的部分图象为



7. 已知三棱锥 $D-ABC$ 的外接球半径为 2, 且球心为线段 BC 的中点, 则三棱锥 $D-ABC$ 的体积的最大值为

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{8}{3}$ D. $\frac{16}{3}$

8. 已知 AM, BN 分别为圆 $O_1: (x+1)^2 + y^2 = 1$ 与 $O_2: (x-2)^2 + y^2 = 4$ 的直径, 则 $\vec{AB} \cdot \vec{MN}$ 的取值范围为

- A. $[0, 8]$ B. $[0, 9]$ C. $[1, 8]$ D. $[1, 9]$

9. 过抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点 F 作直线与抛物线在第一象限交于点 A , 与准线在第三象限交于点 B , 过

点 A 作准线的垂线, 垂足为 H . 若 $\tan \angle AFH = 2$, 则 $\frac{|AF|}{|BF|} =$

- A. $\frac{5}{4}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{3}{2}$ D. 2

10. 数列 $\{a_n\}$ 满足递推公式 $a_{n+2} = a_n + a_{n+1}$, 且 $a_1 = a_2, a_{2019} \cdot a_{2020} = 2020$, 则 $a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_{2019}^2 =$

- A. 1 010 B. 2 020 C. 3 030 D. 4 040

11. 设正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 内部有两个球 O_1 和 O_2 , 已知球 O_1 与正方体的三个面相切, 球 O_2 与正方体

的六个面均相切, 且球 O_1 与球 O_2 也相切. 设球 O_1, O_2 的半径分别为 r_1, r_2 , 则 $\frac{r_1}{r_2} =$

- A. $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ B. $2 - \sqrt{3}$ C. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ D. $1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$

12. 方程 $x^2 + e^x \ln|x| - 2(e \ln|x|)^2 = 0$ 的实根个数为

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知 $f(x) = e^x + e^{-x}$ 是偶函数, 则 $f(x)$ 的最小值为_____.

14. 公比不为 1 的等比数列 $\{a_n\}$ 中, 对任意 $k \in \mathbb{N}^*$, a_k 既是 a_{k+1} 与 a_{k+2} 的等差中项, 又是 1 与 a_{2k} 的等比中项, 则 $a_3 =$ _____.

15. 在直角坐标系中, 某等腰直角三角形的两个顶点坐标分别为 $(1, 1), (2, 2)$, 函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, 0 < \omega < \frac{\pi}{2}, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的图象经过该三角形的三个顶点, 则 $f(x)$ 的解析式为 $f(x) =$ _____.

16. 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 过 F_1 作直线 l 与双曲线有唯一交点 P , 若 $\sin \angle F_1 P F_2 = \frac{4}{5}$, 则该双曲线的离心率为_____.

三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22, 23 题为选考题, 考生根据要求作答.

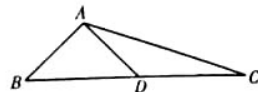
(一) 必考题: 共 60 分.

17. (12 分)

如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且满足 $a \sin B + b \cos A = c$, 线段 BC 的中点为 D .

(I) 求角 B 的大小;

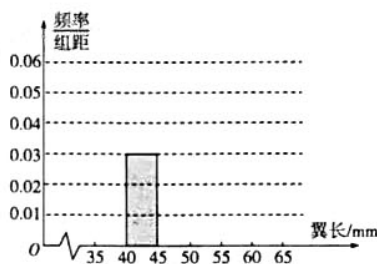
(II) 已知 $\sin C = \frac{\sqrt{10}}{10}$, 求 $\angle ADB$ 的大小.



18. (12 分)

某生物研究小组准备探究某种蜻蜓的翼长分布规律, 随机捕捉 20 只该种蜻蜓, 测量它们的翼长 (翼长为整数, 单位: mm) 并绘制成如下的茎叶图 and 一部分频率分布直方图, 其中茎叶图中有一处数字看不清 (用 a 表示), 但已知茎叶图中每一行的数据都按照从小到大的顺序排列且无相同数据. 频率分布直方图每个分组含左端点不含右端点.

茎	叶
3	6 7 9
4	1 2 3 a 6 8 9
5	0 1 2 3 4 5 6 8
6	1 2



(I) 求 a 的值;

(II) 根据茎叶图将频率分布直方图补充完整;

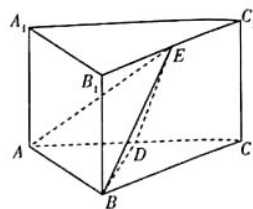
(III) 分别根据茎叶图和频率分布直方图计算蜻蜓翼长的中位数, 并分析哪个中位数可以更准确地反映蜻蜓翼长的总体情况.

19. (12 分)

如图, 在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AB = BC = AA_1 = 1, AC = \sqrt{3}$, 点 D, E 分别为 AC 和 B_1C_1 的中点.

(I) 棱 AA_1 上是否存在点 P 使得平面 $PBD \perp$ 平面 ABE ? 若存在, 写出 PA 的长并证明你的结论; 若不存在, 请说明理由.

(II) 求点 A 到平面 BDE 的距离.



20. (12分)

已知圆 $O_1: (x+1)^2 + y^2 = 8$ 上有一动点 Q , 点 O_2 的坐标为 $(1, 0)$, 四边形 QO_1O_2R 为平行四边形, 线段 O_1R 的垂直平分线交 O_2R 于点 P .

(I) 求点 P 的轨迹 C 的方程;

(II) 过点 O_2 作直线与曲线 C 交于 A, B 两点, 点 K 的坐标为 $(2, 1)$, 直线 KA, KB 与 y 轴分别交于 M, N 两点, 求证: 线段 MN 的中点为定点, 并求出 $\triangle KMN$ 面积的最大值.

21. (12分)

已知曲线 $f(x) = \ln x + ax + b$ 在 $x = 1$ 处的切线经过原点.

(I) 求实数 b 的值;

(II) 若 $a \geq -2$, 讨论 $g(x) = \frac{f(x)}{e^x}$ 的极值点的个数.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22, 23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

在直角坐标系 xOy 中, 直线 l_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = t \cos \varphi, \\ y = t \sin \varphi \end{cases}$ (t 为参数), 直线 l_2 的参数方程为

$\begin{cases} x = t \cos \left(\frac{\pi}{2} - \varphi \right), \\ y = t \sin \left(\frac{\pi}{2} - \varphi \right) \end{cases}$ (t 为参数). 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方

程为 $\rho \sin^2 \theta = \cos \theta$.

(I) 求 l_1, l_2 的极坐标方程和 C 的直角坐标方程;

(II) 设 l_1, l_2 分别交 C 于 A, B 两点 (与原点 O 不重合), 求 $|OA| \cdot |OB|$ 的最小值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10分)

已知 $f(x) = |x - a| + |x + b|$ ($a > 0, b > 0$).

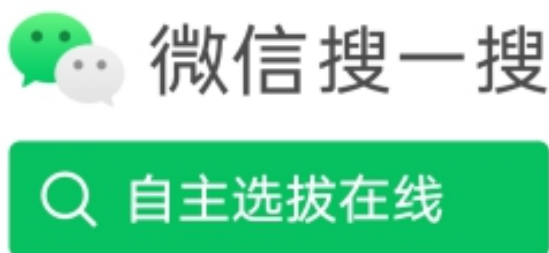
(I) 当 $a = b = 1$ 时, 解不等式 $f(x) \leq 8 - x^2$;

(II) 若 $f(x)$ 的最小值为 1, 求 $\frac{1}{a+1} + \frac{1}{2b}$ 的最小值.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》