

## 高三文科数学

### 考生注意：

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分 150 分。考试时间 120 分钟。
2. 答题前，考生务必用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚。
3. 考生作答时，请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效。
4. 本试卷主要命题范围：高考范围。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合  $A = \{1, 3, 4, 5\}$ ，集合  $B = \{0, 1, 2, 3\}$ ，则  $A \cap B$  的真子集个数为  
A. 3                      B. 4                      C. 7                      D. 8
2. 若复数  $z$  满足  $(1+i) \cdot z = 3-i$  ( $i$  是虚数单位)，则  $z$  等于  
A.  $\frac{1}{2} + i$               B.  $\frac{1}{2} - i$               C.  $1 - 2i$               D.  $1 + 2i$
3. 《九章算术》中方田篇有如下问题：“今有田广十五步，从十六步。问为田几何？答曰：一亩。”其意思：“现有一块田，宽十五步，长十六步。问这块田的面积是多少？答：一亩。”如果百亩为一顷，今有田宽 480 步，长 600 步，则该田有  
A. 12 顷                  B. 13 顷                  C. 14 顷                  D. 16 顷
4. 函数  $f(x) = x \cos x - \sin x$  在区间  $[-\pi, 0]$  上的最大值为  
A. 1                      B.  $\pi$                       C.  $\frac{3}{2}$                       D.  $\frac{3\pi}{2}$
5. 在 1, 2, 3, 4 中任取 2 个不同的数，作为  $a, b$  的值，使方程  $ax^2 + 2bx + 1 = 0$  有 2 个不相等的实数根的概率为  
A.  $\frac{4}{9}$                       B.  $\frac{5}{9}$                       C.  $\frac{5}{12}$                       D.  $\frac{2}{3}$
5. 若点  $F$  是抛物线  $C: y^2 = 2x$  的焦点，点  $A, B$  分别是抛物线  $C$  上位于第一、四象限的点，且  $AF \perp x$  轴， $|BF| = 2|AF|$ ，则点  $B$  的坐标为  
A.  $(\frac{3}{2}, -\sqrt{3})$           B.  $(2, -2\sqrt{2})$           C.  $(3, -2\sqrt{3})$           D.  $(\frac{1}{2}, -\sqrt{2})$

【高三开学考·文科数学 第 1 页(共 4 页)】

已知  $a = \log_2 0.2, b = \log_2 2, c = \log_2 \frac{1}{5}$ , 则

- A.  $a < b < c$       B.  $b < c < a$       C.  $c < a < b$       D.  $a < c < b$

8. 已知函数  $f(x) = \sin x + \lambda \cos x (\lambda \in \mathbb{R})$  的图象关于直线  $x = -\frac{\pi}{6}$  对称, 则函数  $f(x)$  的最大值为

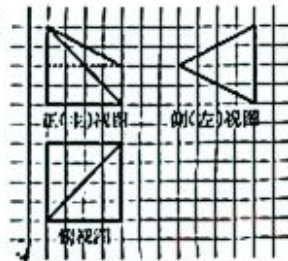
- A. 1      B.  $\sqrt{2}$       C. 2      D.  $\sqrt{5}$

9. 已知平面向量  $\vec{PA}, \vec{PB}$  满足  $|\vec{PA}| = |\vec{PB}| = 1, \vec{PA}, \vec{PB}$  的夹角为  $\frac{2\pi}{3}$ , 若  $|\vec{BC}| = 1$ , 则  $|\vec{AC}|$  的最小值为

- A.  $\sqrt{2} - 1$       B.  $\sqrt{2} + 1$       C.  $\sqrt{3} - 1$       D.  $\sqrt{3} + 1$

10. 如图, 网格纸上小正方形的边长为 1, 图中画出的是某四棱锥的三视图, 则该四棱锥中最长的棱长为

- A. 4  
B.  $4\sqrt{2}$   
C.  $2\sqrt{5}$   
D. 6



11. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的渐近线方程为  $3x \pm 4y = 0$ , 且焦距为 10, 过双曲线  $C$  中心的直线与双曲线  $C$  交于  $M, N$  两点, 在双曲线  $C$  上取一点  $P$  (异于  $M, N$ ), 直线  $PM, PN$  的斜率分别为  $k_1, k_2$ , 则  $k_1 k_2$  等于

- A.  $\frac{3}{4}$       B.  $\frac{9}{16}$       C.  $\frac{4}{5}$       D.  $\frac{16}{25}$

12. 已知直线  $l: x - y + 2 = 0$  与圆  $x^2 + (y - 2)^2 = m^2 (m > 0)$  相切, 若函数  $f(x) = \frac{m^2 - 1}{1 + m^2}$ , 满足  $f[a(x + 1)] + f[(x + 2)(x + 1)] > 0$ , 对于任意的  $x \in (0, +\infty)$  恒成立, 则实数  $a$  的取值范围为

- A.  $(2\sqrt{3} + 4, +\infty)$       B.  $(-2\sqrt{3} - 4, +\infty)$   
C.  $(4, +\infty)$       D.  $(-2\sqrt{3}, +\infty)$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 若实数  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x - y \leq 0, \\ x + 2y \geq 0, \\ 0 \leq y \leq 2, \end{cases}$  则  $z = 2x + y$  的最小值为 \_\_\_\_\_.

14. 已知倾斜角为  $\theta$  的直线  $l$  与直线  $x + 2y + 1 = 0$  垂直, 则  $\frac{\sin \theta + 3\cos \theta}{\sin \theta - \cos \theta} =$  \_\_\_\_\_.

15. 已知四棱锥  $P-ABCD$  的顶点都在半径为 3 的球面上, 底面  $ABCD$  是正方形, 且底面  $ABCD$  经过球心  $O, E$  是  $AB$  的中点,  $PE \perp$  底面  $ABCD$ , 则该四棱锥  $P-ABCD$  的体积等于 \_\_\_\_\_.

16. 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c, \sin B = 2\sin A, b\sin B + a(\sin B - \sin A) + (a - c)\sin C - a\sin B = 0$ , 则  $\frac{c}{a} =$  \_\_\_\_\_.

17. 解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (12 分)

已知等比数列  $\{a_n\}$  的各项均为正数,  $a_1 + a_2 = 6$ ,  $a_3 = 8$ .

(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

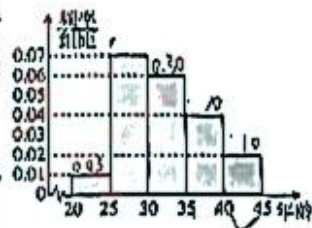
(2) 若  $b_n + b_{n+1} = \log_2 a_n$ , 数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和为  $T_n$ , 求  $T_{20}$ .

18. (12 分)

某地区为了调查年龄区间在  $[20, 45]$  岁的居民的上网时间, 从该地区抽取了  $n$  ( $n \geq 100$ ) 名居民进行调查, 并将调查结果按年龄分组, 得到的频率分布直方图如图所示.

(1) 若用分层抽样的方法进一步从被调查的  $n$  名居民中抽取 60 人进行深度调研, 则年龄在  $[35, 40)$  以及年龄在  $[40, 45]$  的居民分别有多少人?

(2) 在  $[35, 40)$  中抽取 4 人,  $[40, 45)$  中抽取 2 人, 若从这 6 人中再次随机抽取 2 人调查浏览新闻的时间, 求两人年龄都在  $[35, 40)$  上的概率.

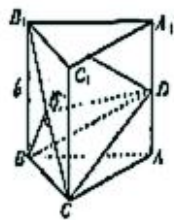


19. (12 分)

如图, 在直三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中,  $AB=AC=5$ ,  $BB_1=BC=6$ ,  $D, E$  分别是  $AA_1$  和  $B_1C$  的中点.

(1) 求证: 平面  $BED \perp$  平面  $BCC_1B_1$ ;

(2) 求三棱锥  $E-BCD$  的体积.



已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的离心率为  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ , 且过点  $P(2, 2)$ .

(1) 求椭圆  $C$  的方程;

(2) 过点  $M(-1, 0)$  作直线  $l$  与椭圆  $C$  交于  $A, B$  两点, 且椭圆  $C$  的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ ,  $\triangle F_1AF_2, \triangle F_1BF_2$  的面积分别为  $S_1, S_2$ , 求  $|S_1 - S_2|$  的最大值.

21. (12分)

已知函数  $f(x) = 2e^x - x^2 + 2ax - a^2 + 3, a \in \mathbb{R}$ .

(1) 若  $a = 1$ , 求函数  $f(x)$  的图象在  $(0, f(0))$  处的切线方程;

(2) 若对任意的  $x \geq 0, f(x) \geq 0$  恒成立, 求  $a$  的取值范围.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程](10分)

已知曲线  $C_1$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 2\cos t, \\ y = 2 + 2\sin t \end{cases}$  ( $t$  为参数), 以坐标原点为极点,  $x$  轴正半轴为极轴, 曲线  $C_2$

的极坐标方程为  $\rho \cos \theta = -\sqrt{3}$ .

(1) 求曲线  $C_1$  的极坐标方程;

(2) 求曲线  $C_1$  与曲线  $C_2$  的交点的极坐标.

23. [选修 4-5: 不等式选讲](10分)

已知函数  $f(x) = |x + 2| + |2x - a|, a \in \mathbb{R}$ .

(1) 当  $a = 2$  时, 求不等式  $f(x) > 6$  的解集;

(2) 当  $a < -4$  时, 若存在  $x \leq -2$ , 使得  $f(x) - x \leq 4$  成立, 求  $a$  的取值范围.

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



自主选拔在线  
微信号: zizzsw



自主选拔在线  
微信号: zizzsw



自主选拔在线  
微信号: zizzsw