绝密★考试结束前（暑假返校联考）

Z20名校联盟（浙江省名校新高考研究联盟）2024届高三第一次联考

数学试题卷

命题：富阳中学 吴显平、刘峻浩　　磨题：海宁高级中学 谢 艳　湖州中学 倪新华　　校稿：董燕勤

考生须知：

1. 本卷满分150分，考试时间120分钟.
2. 答题前务必将自己的姓名，准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔分别填写在试题卷和答题纸规定的地方.
3. 答题时，请按照答题纸上"注意事项"的要求，在答题纸相应的位置上规范答题，在本试卷纸上答题一律无效.
4. 考试结束后，只需上交答题卷.

选择题部分（共60分）

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求的.

1．已知集合 $A=\{-2,-1,0,1,2\}$，$B=\{x\mid y=\ln(x^2-5x-6)\}$，则 $A\cap B=$

A．$\{-2,-1,0,1,2\}$　　B．$\{-2\}$　　C．$\{0,1,2\}$　　D．$\{-2,-1,0\}$

2．已知复数 $z=1-i$（i为虚数单位），则 $\left|\dfrac{5}{7-4z}\right|=$

A．1　　B．$\sqrt{5}$　　C．3　　D．4

3．已知向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$|\boldsymbol{a}|=5$，$|\boldsymbol{b}|=4$，$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $120°$，若 $(k\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})\perp(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$，则 $k=$

A．$-\dfrac{4}{5}$　　B．$-\dfrac{3}{5}$　　C．$\dfrac{4}{5}$　　D．$\dfrac{3}{5}$

4．已知等轴双曲线 Γ 经过点 $A(3,2)$，则 Γ 的标准方程为

A．$\dfrac{x^2}{5}-\dfrac{y^2}{5}=1$　　B．$\dfrac{y^2}{5}-\dfrac{x^2}{5}=1$　　C．$y^2-x^2=1$　　D．$x^2-y^2=1$

5．已知等差数列 $\{a_n\}$，记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $a_1=1$，$S_7=5a_5$，则数列 $\{a_n\}$ 的公差 $d=$

A．1　　B．2　　C．-1　　D．-2

6．已知函数 $f(x)=\ln\dfrac{e^x+1}{e^x-1}$，则 $f[f(3)]=$

A．$\ln 3$　　B．3　　C．e^3　　D．$e^3\ln 3$

7．已知 $\sin\alpha-\cos\alpha=\dfrac{1}{5}$，$0\le\alpha\le\pi$，则 $\sin(2\alpha-\dfrac{\pi}{4})=$

A．$-\dfrac{17\sqrt{2}}{50}$　　B．$\dfrac{17\sqrt{2}}{50}$　　C．$-\dfrac{31\sqrt{2}}{50}$　　D．$\dfrac{31\sqrt{2}}{50}$

8．在三棱锥 $P-ABO$ 中，$PO\perp$ 平面 ABO，$OB\perp BA$，$OH\perp BP$ 于 H，$|AP|=4$，C 为 PA 中点，则三棱锥 $P-HOC$ 的体积的最大值为

A．$\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$　　B．$\dfrac{2}{3}$　　C．$\dfrac{\sqrt{6}}{3}$　　D．$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分．

9．已知$(x-\frac{1}{\sqrt[3]{x}})^n(n\in N^*)$的展开式中含有常数项，则$n$的可能取值为

A．4　　B．6　　C．8　　D．10

10．已知圆$C:(x-1)^2+(y-2)^2=25$，直线$l:(2m+1)x+(m+1)y-7m-4=0$，则下列说法正确的是

A．直线l恒过定点$(3,1)$

B．直线l被圆C截得的弦最长时，$m=-\frac{1}{3}$

C．直线l被圆C截得的弦最短时，$m=-\frac{3}{4}$

D．直线l被圆C截得的弦最短弦长为$2\sqrt{5}$

11．设数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$都是等比数列，则

A．若$c_n=a_nb_n$，则数列$\{c_n\}$也是等比数列

B．若$d_n=\frac{a_n}{b_n}$，则数列$\{d_n\}$也是等比数列

C．若$\{a_n\}$的前n项和为S_n，则S_n，$S_{2n}-S_n$，$S_{3n}-S_{2n}$也成等比数列

D．在数列$\{a_n\}$中，每隔k项取出一项，组成一个新数列，则这个新数列仍是等比数列

12．定义在$(0,+\infty)$上的函数$f(x)$满足如下条件：①$f(xy)=xf(y)+yf(x)$；②当$x>1$时，$f(x)>0$；则下列结论中正确的是

A．$f(1)=0$

B．$f(xy)=f(x)f(y)$

C．$f(x)$在$(1,+\infty)$上单调递增

D．不等式$xf(x-\frac{3}{2})\geq(\frac{3}{2}-x)f(x)$的解集为$[2,+\infty)$

非选择题部分（共90分）

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分．

13．已知成对样本数据(x_1,y_1)，(x_2,y_2)，$\cdots$，$(x_n,y_n)(n\geq3)$中$x_1,x_2,\cdots,x_n$互不相等，且所有样本点$(x_i,y_i)(i=1,2,\cdots,n)$都在直线$y=-\frac{1}{2}x+1$上，则这组成对样本数据的样本相关系数$r=$____▲____．

14．中国茶文化博大精深，茶水的口感与茶叶类型和水的温度有关，经验表明，某种绿茶用80℃的开水泡制，再等茶水温度降至35℃时饮用，可以产生最佳口感．若茶水原来的温度是T_0℃，经过一定时间t min后的温度T℃，则可由公式$T-T_\alpha=(T_0-T_\alpha)\cdot\left(\frac{1}{e}\right)^{ht}$求得，其中$T_\alpha$表示室温，$h$是一个随着物体与空气的接触状况而定的正常数，现有一杯80℃的绿茶放在室温为20℃的房间中，已知茶温降到50℃需要10min．那么在20℃室温下，用80℃的开水刚泡好的茶水大约需要放置时间____▲____min，才能达到最佳饮用口感．

15．杭州亚运会举办在即，主办方开始对志愿者进行分配．已知射箭场馆共需要6名志愿者，其中3名会说韩语，3名会说日语．目前可供选择的志愿者中有4人只会韩语，5人只会日语，另外还有1人既会韩语又会日语，则不同的选人方案共有____▲____种．（用数字作答）

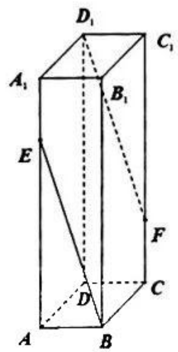
16. 已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的右焦点为$F$，过点$F$作倾斜角为$\dfrac{\pi}{4}$的直线交椭圆$C$于$A,B$两点，弦$AB$的垂直平分线交$x$轴于点$P$，若$\dfrac{|PF|}{|AB|}=\dfrac{1}{4}$，则椭圆$C$的离心率$e=$___▲___.

四、解答题：本题共6小题，共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17.（10分）已知函数$f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,|\varphi|<\dfrac{\pi}{2})$的周期为$\pi$，且图像经过点$(\dfrac{\pi}{6},2)$．

（1）求函数$f(x)$的单调递增区间；

（2）在ΔABC中，角A,B,C所对的边分别是a,b,c，若$af(\dfrac{C}{2}+\dfrac{\pi}{6})+c=2b$，$c=4$，$S_{\Delta ABC}=3\sqrt{3}$，求$a$的值．



18.（12分）如图，在长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，点E,F分别在棱AA_1,CC_1上，且$AE=3EA_1$，$3CF=FC_1$．

（1）证明：$BE//D_1F$；

（2）若$AB=1$，$AD=2$，$AA_1=4$，求平面DEF与平面BDF夹角的余弦值．

19.（12分）在数列$\{a_n\}$中，$a_1=\dfrac{1}{2},a_{n+1}=\dfrac{na_n}{(n+1)(na_n+1)}(n\in N^*)$，$\{a_n\}$的前$n$项为$S_n$．

（1）求证：$\left\{\dfrac{1}{na_n}\right\}$为等差数列，并求$\{a_n\}$的通项公式；

（2）当$n\geq 2$时，$16a_n+\dfrac{1}{a_{n-1}}\geq\lambda S_n$恒成立，求$\lambda$的取值范围．

20.（12分）已知函数 $f(x)=\dfrac{a(\ln x+a)}{x}$.

（1）当 $a=1$ 时，求函数 $f(x)$ 的单调区间；

（2）求证：当 $a>0$ 时，$f(x)\le e^{2a-2}$.

21.（12分）2023年中央一号文件指出，民族要复兴，乡村必振兴．为助力乡村振兴，某电商平台准备为某地的农副特色产品开设直播带货专场．直播前，此平台用不同的单价试销，并在购买的顾客中进行体验调查问卷．已知有 $N(N>30)$ 名热心参与问卷的顾客，此平台决定在直播中专门为他们设置两次抽奖活动，每次抽奖都是由系统独立、随机地从这 N 名顾客中抽取20名顾客，抽中顾客会有礼品赠送，若直播时这 N 名顾客都在线，记两次抽中的顾客总人数为 X（不重复计数）.

（1）若甲是这 N 名顾客中的一人，且甲被抽中的概率为 $\dfrac{9}{25}$，求 N；

（2）求使 $P(X=30)$ 取得最大值时的整数 N.

22.（12分）已知抛物线 E：$y=x^2$ 与圆 M：$x^2+(y-4)^2=r^2(r>0)$ 相交于 A，B，C，D 四个点.

（1）当 $r=2$ 时，求四边形 $ABCD$ 的面积；

（2）四边形 $ABCD$ 的对角线交点是否可能为 M，若可能，求出此时 r 的值，若不可能，请说明理由；

（3）当四边形 $ABCD$ 的面积最大时，求圆 M 的半径 r 的值.