

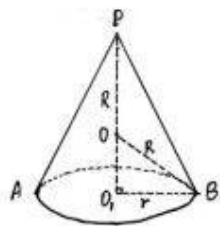
成都七中高 2023 届二诊模拟测试 (文科数学参考答案)

一、选择题

1. 【答案】B. 【解析】由题意, $z = \frac{4-3i}{1-i} = \frac{(4-3i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{7+i}{2}$, 所以 z 的虚部为 $\frac{1}{2}$.
2. 【答案】B. 【解析】平均数为 $\bar{X} = \frac{1 \times 12 + 2 \times 5 + 3 \times 2 + 4 \times 1}{12 + 5 + 2 + 1} = \frac{32}{20} = 1.6$.
3. 【答案】A. 【解析】 $\sin 2x = -\cos\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) = -\left(1 - 2\sin^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\right) = -\left(1 - 2 \times \left(-\frac{2}{3}\right)^2\right) = -\frac{1}{9}$.
4. 【答案】D. 【解析】 A 集合表示以原点为圆心, 2 为半径的圆及其内部的点. B 集合表示直线 $x + ay + 3a = 0$ 图象上的点. 要保证 $A \cap B$ 只有一个元素, 只需要直线与圆 $x^2 + y^2 = 4$ 相切即可. 得到 $\frac{|3a|}{\sqrt{1+a^2}} = 2$, 所以 $a = \pm \frac{2\sqrt{5}}{5}$. 答案 D.
5. 【答案】C. 【解析】要检验命题, 需要保证原命题的条件成立时, 结论一定成立, 因此需要检测①; 同时要保证命题的逆否命题“如果一个人没有年满 20 岁, 则这个人不能喝酒.”因此需要检查④. 答案选 C.
6. 【答案】A. 【解析】若 S_3, S_9, S_6 成等差数列, 则 $S_3 + S_6 = 2S_9$, 显然, 公比 $q \neq 1$, 则 $\frac{a_1(1-q^3)}{1-q} + \frac{a_1(1-q^6)}{1-q} = \frac{2a_1(1-q^9)}{1-q}$, 化简得: $1+q^3 = 2q^6$. 所以 a_2, a_8, a_5 一定是等差数列.
7. 【答案】C. 【解析】由题意, $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = bc \cos A = 4$, $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{2}bc \sin A = 6$, 两式相除得到 $\tan A = 3$. 所以 $\frac{\sin B \cos C + \cos B \sin C}{\sin A + 3 \cos A} = \frac{\sin(B+C)}{\sin A + 3 \cos A} = \frac{\sin A}{\sin A + 3 \cos A} = \frac{\tan A}{\tan A + 3} = \frac{1}{2}$.
8. 【答案】D. 9. 【答案】B.
10. 【答案】A. 【解析】由累加法可得:

$$\left(\frac{1}{a_n} - \frac{1}{a_{n-1}}\right) + \left(\frac{1}{a_{n-1}} - \frac{1}{a_{n-2}}\right) + \dots + \left(\frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_1}\right) = (2n + 2(n-1) + \dots - (2 \times 1 + 2))$$
 所以 $\frac{1}{a_n} - \frac{1}{a_1} = n^2 + n - 2$, 又因为 $a_1 = \frac{1}{2}$, 所以 $a_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$.
 所以 $S_{2023} = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \dots + \left(\frac{1}{2023} - \frac{1}{2024}\right) = 1 - \frac{1}{2024} = \frac{2023}{2024}$.
11. 【答案】C.
 【解析】如图, 设圆锥的底面半径为 r , 球半径 $R = 5$, 球心为 O . 过圆锥的顶点 P 作底面的垂线 PO_1 , 垂足为 O_1 . 则球心 O 必定在 PO_1 上, 连接 OB , 则 $|OO_1| = \sqrt{25 - r^2}$.
 所以圆锥的高 $h = |PO| + |OO_1|$ 或者 $h = |PO| - |OO_1|$. 要求体积的最大值, 所以取 $h = |PO| + |OO_1|$.
 则 $V(r) = \frac{1}{3}\pi r^2(5 + \sqrt{25 - r^2})$, $0 < r \leq 5$.
 令 $\sqrt{25 - r^2} = t$, $0 < t \leq 5$. 则 $V(t) = \frac{\pi}{3}(25 - t^2)(5 + t)$.

$$V(t) = \frac{\pi}{3}[-2t(5+t) + (25 - t^2)] = \frac{\pi}{3}(-3t^2 - 10t + 25) = -\frac{\pi}{3}(3t - 5)(t + 5)$$
 所以 $V(t)$ 在 $\left(0, \frac{5}{3}\right)$ 上单调递增, 在 $\left(\frac{5}{3}, 5\right)$ 上单调递减, 所以当 $t = \frac{5}{3}$ 时, 圆锥体积最大.
 此时, $r = \sqrt{25 - t^2} = \frac{10\sqrt{2}}{3}$.
12. 【答案】B.
 【解析】数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, $a_1 = 1$, $a_5 - a_3 = 2a_1$. 所以公差 $d = 1$, 所以 $a_n = n$. 数列 $\{b_n\}$ 是等比数列, $b_1 = a_2$, $b_2 = a_4$. 所以 $b_1 = 2$, $b_2 = 4$, 所以 $b_n = 2^n$.



①当 $k=1$ 时, $f_1(x) = \frac{\sin x}{2}$, 所以 $f_1\left(2x + \frac{3\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}\sin\left(2x + \frac{3\pi}{4}\right)$, 当 $x = \frac{\pi}{8}$ 时,

$f_1\left(2 \times \frac{\pi}{8} + \frac{3\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}\sin \pi = 0$. 该命题为假命题.

②当 $k=2022$ 时, $f_{2022}(x) = \frac{\sin(x)}{2} + \frac{\sin(2x)}{2^2} + \dots + \frac{\sin(2022x)}{2^{2022}}$, 所以

$f_{2022}\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^5} - \frac{1}{2^7} + \dots + \frac{1}{2^{2021}} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{2^{2021}} \times \left(-\frac{1}{4}\right)}{1 - \left(-\frac{1}{4}\right)} = \frac{1}{5} \times \left(2 + \frac{1}{2^{2021}}\right)$. 该命题为真命题.

③当 $k=2$ 时, $f_2(x) = \frac{1}{2}\sin x + \frac{1}{4}\sin 2x = \frac{1}{2}\sin x + \frac{1}{2}\sin x \cos x$,

所以 $g(x) = \frac{f_2(x)}{\sin x} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos x$, 且定义域满足 $\sin x \neq 0$, 即 $\cos x \neq 1$, 且 $\cos x \neq -1$.

令 $h(x) = 2[g(x)]^3 - 3[g(x)]^2 + g(x) = 0$, 可得 $g(x) \cdot (2g(x) - 1) \cdot (g(x) - 1) = 0$, 所以对应零点为 $g(x) = 0$, 或 $g(x) = \frac{1}{2}$, 或 $g(x) = 1$; 亦即 $\cos x = -1$ (舍去), 或 $\cos x = 0$, 或 $\cos x = 1$ (舍

去). 所以在区间 $[a, a + 2022\pi)$ 上 $h(x)$ 的零点等价于 $\cos x$ 在区间 $[a, a + 2022\pi)$ 上的零点. 又因为 $\cos x$ 对任意实数 a , 在一个周期内有且只有两个零点, 所以在 $[a, a + 2022\pi)$ 上 (共 1011 个周期) 恰好有 2022 个零点. 该命题为真命题.

二、填空题

13. 【答案】 $\frac{11}{4}$. 14. 【答案】 $\frac{14}{3}$

15. 【答案】 42. 【解析】 因为 A 公司的股价在 $t=0$ 时是每股 5 元人民币, 所以 $5 = Ae^{0}$, 所以 $A_0 = 5$. 经过 12 个月后, 得到 $6 = 5e^{12k}$, 所以 $k = \frac{1}{12} \ln \frac{6}{5}$. 根据题意, 要股价涨到 10

元, 则 $10 = 5e^{kt}$, 所以 $kt = \ln 2$, 所以 $t = \frac{\ln 2}{k} = \frac{12 \times \ln 2}{\ln 2 + \ln 3 - \ln 5} \approx \frac{12 \times 0.7}{0.7 + 1.1 - 1.6} \approx 42$.

16. 【答案】 $\left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$.

【解析】 因为 $f'(x) = \frac{1}{x} - k\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)$, 则 $f'(x) \leq 0$; 所以 $k \geq \frac{x}{x^2 + 1}$; 因为 $0 < \frac{x}{x^2 + 1} \leq \frac{1}{2}$, 所以 k 的取值范围是 $\left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$.

三、解答题: 共 70 分.

17. 解: (1) $f(x) = \vec{a} \cdot \vec{b} + 2 = (\sin x + \cos x)(\sin x - \cos x) + 2 \sin x \cos x + 2$

$$= \sin^2 x - \cos^2 x + \sin 2x + 2 = \sin 2x - \cos 2x + 2 = \sqrt{2} \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + 2. \dots 3 \text{分}$$

由 $-\frac{\pi}{2} + 2k\pi \leq 2x - \frac{\pi}{4} \leq \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ ($k \in \mathbf{Z}$) 解得: $-\frac{\pi}{8} + k\pi \leq x \leq \frac{3\pi}{8} + k\pi$ ($k \in \mathbf{Z}$),

所以 $f(x)$ 的单调增区间为 $\left[-\frac{\pi}{8} + k\pi, \frac{3\pi}{8} + k\pi\right]$ ($k \in \mathbf{Z}$). $\dots 6 \text{分}$

(2) 由 $g(x) = 0$ 得到 $f(x) = 3$. 所以 $\sqrt{2} \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = 1$, 所以 $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$. $\dots 8 \text{分}$

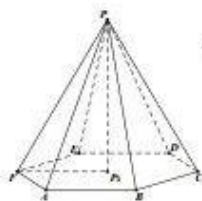
所以 $2x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$ 或 $2x - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi$, $k \in \mathbf{Z}$.

所以 $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ 或 $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbf{Z}$. $\dots 10 \text{分}$

又因为 $x \in [0, 2\pi]$, 所以 $x = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$.

所以集合 $A = \left\{ \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right\}$ 12分

18. (1) 证明: 连接 AD 、 CE , 因为 P_1 是正六边形的中心, 所以 P_1 在直线 AD 上. 所以 $PP_1 \subset$ 平面 PAD . 又因为 $PP_1 \perp$ 平面 $ABCDEF$, $CE \subset$ 平面 $ABCDEF$, 所以 $PP_1 \perp CE$.



...2分

正六边形中, 因为 $AD \parallel BC \parallel EF$, 且正六边形内角为 120° , 所以 $\angle ADC = 60^\circ$.

又因为 $\triangle DEC$ 中, $DE = DC$, $\angle EDC = 120^\circ$, 所以 $\angle DCE = 30^\circ$. 所以 $\angle ADC + \angle DCE = 90^\circ$.

所以 $AD \perp EC$.

...4分

又因为 AD 、 PP_1 都在平面 PAD 内, 且 AD 与 PP_1 相交于点 P_1 .

所以 $EC \perp$ 平面 PAD .

...5分

又因为 $EC \subset$ 平面 PEC , 所以平面 $PAD \perp$ 平面 PEC .

...6分

(2) 解: 如图所示, 因为 $BC \parallel EF$, 所以 BC 与 PF 的夹角等于 $\angle PFE$.

连接 P_1F , 因为 $PP_1 = 6$, $P_1F = AB = 4$, 所以 $PF = 2\sqrt{13}$.

...8分

$\triangle PEF$ 中, $PE = PF = 2\sqrt{13}$, $EF = 4$, 由余弦定理: $\cos \angle PFE = \frac{PF^2 + EF^2 - PE^2}{2 \cdot PF \cdot EF} = \frac{1}{\sqrt{13}}$.

...10分

所以异面直线 PF 与 BC 的夹角的正弦值就是 $\sin \angle PFE = \sqrt{1 - (\cos \angle PFE)^2} = \frac{2\sqrt{39}}{13}$.

...12分

19. 解: (1) 根据条件, 重新画出列联表如下:

	比较支持政策	反对政策	合计
学生	35	5	40
教职工	45	45	90
合计	80	50	130

假设 H_0 : 校内人员的身份 (学生/教职工) 和态度 (比较支持/反对) 是相互独立的.

则统计检验量 $K^2 = \frac{130(35 \times 45 - 5 \times 45)^2}{40 \times 90 \times 80 \times 50} = \frac{1053}{64} \approx 16.45 > 7.879$,

所以拒绝假设 H_0 , 我们有 99.5% 以上的把握认为校内人员的身份 (学生/教职工) 和态度 (比较支持/反对) 是相关的. ...6分

(2) 记样本中反对政策的 5 名学生分别为 A 、 B 、 C 、 D 、 E , 则抽取三人可能取到的组合有: $\{ABC\}$, $\{ABD\}$, $\{ABE\}$, $\{ACD\}$, $\{ACE\}$, $\{ADE\}$, $\{BCD\}$, $\{BCE\}$, $\{BDE\}$, $\{CDE\}$ 共 10 种情况. ...8分

其中学生 A 和学生 B 同时被选中的有: $\{ABC\}$, $\{ABD\}$, $\{ABE\}$, 共 3 种情况. ...10分

所以概率为 $\frac{3}{10}$12分

20. 解: (1) 抛物线 $C_2: y^2 = 4ax$ 的焦点为 $B(a, 0)$, 所以抛物线的准线方程为 $x = -a$.

设点 $P(x_p, y_p)$. 过点 P 作准线 $x = -a$ 的垂线 PK , 垂足为 K . 所以 $|PB| = \frac{6}{5}a = |PK| = |x_p + a|$,

因为点 P 在第一象限, 所以可得点 P 的坐标为 $x_p = \frac{1}{5}a$, 代入椭圆方程解得 $y_p = \frac{2}{\sqrt{5}}a$.

根据点 P 在椭圆上, 将 P 点坐标代入椭圆方程, 得到 $\frac{a^2}{b^2} = \frac{6}{5}$. 即 $5a^2 = 6b^2 = 6(a^2 - c^2)$,

所以 $a^2 = 6c^2$, 则椭圆 E 的离心率 $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{6}}{6}$4分

(2) 因为椭圆 C_1 的焦距为 2, 所以 $2c = 2$, 所以 $c = 1$,

所以椭圆 C_1 方程为 $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{5} = 1$.

抛物线 C_2 的方程为 $y^2 = 4\sqrt{6}x$. 且 $B(\sqrt{6}, 0)$, $|OB| = \sqrt{6}$6分

因为直线 l 过 B 且不与坐标轴垂直, 设直线 l 的方程为 $x = my + \sqrt{6}$, $m \in \mathbf{R}$, 且 $m \neq 0$.

设点 $M(x_1, y_1)$, $N(x_2, y_2)$, 联立 l 与 C_2 : $\begin{cases} x = my + \sqrt{6} \\ y^2 = 4\sqrt{6}x \end{cases}$, 消去 x 得: $y^2 - 4\sqrt{6}my - 24 = 0$.

所以 $y_1 + y_2 = 4\sqrt{6}m$, $y_1y_2 = -24$8分

$\triangle OMN$ 面积 $S = \frac{1}{2}|OB| \cdot |y_1 - y_2| = \frac{\sqrt{6}}{2} \cdot \sqrt{(y_1 + y_2)^2 - 4y_1y_2} = \frac{\sqrt{6}}{2} \cdot \sqrt{96m^2 + 96} = 12\sqrt{m^2 + 1} = 24$,

所以 $m^2 = 3$10分

所以 $|MN| = \sqrt{1+m^2}|y_1 - y_2| = 4\sqrt{6}(m^2 + 1) = 16\sqrt{6}$12分

21.解: (1) 因为 $f'(x) = 2x + a(x+1)e^x$, ...2分

所以函数 $f(x)$ 的图象在 $x=2$ 处的切线斜率为 $f'(2) = 4 + 3ae^2$,

又因为 $f(2) = 4 + 3ae^2$,

所以函数 $f(x)$ 的图象在 $x=2$ 处的切线方程为: $y - 4 - 3ae^2 = (4 + 3ae^2)(x - 2)$4分

又因为这条切线过点 $(3, 14)$, 代入解得 $a = \frac{1}{e^2}$6分

(2) 当 $x=0$ 时, $f(0) = ae^2 \geq 0$, 所以必有 $a \geq 0$7分

下面证明, 当 $a \geq 0$ 时, 对任意实数 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $x^2 + axe^x + ae^2 \geq 0$ 恒成立.

记 $g(x) = xe^x - e^2$, 则 $g'(x) = (x+1)e^x$,

所以 $g(x)$ 在 $(-\infty, -1)$ 上单调递减, 在 $(-1, +\infty)$ 上单调递增,

所以 $g_{\min} = g(-1) = -e^{-1} - e^2 > 0$10分

所以当 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $a(xe^x - e^2) \geq 0$.

所以当 $a \geq 0$ 时, 对任意实数 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $x^2 + axe^x + ae^2 \geq 0$ 恒成立.

综上所述, a 的取值范围是 $[0, +\infty)$12分

22.解: (1) 令 $x=0$, 可得 $t=2$, 所以 $B(0, \ln 2)$; ...1分

令 $y=0$, 可得 $t=1$, 所以 $A(e^2 - e, 0)$; ...2分

所以 $|AB| = \sqrt{(\ln 2)^2 + (e^2 - e)^2} > \sqrt{(e^2 - e)^2} = e^2 - e = e(e-1)$, ...4分

因为 $e > 2$, 所以 $|AB| > 2$5分

(2) 因为 $B(0, \ln 2)$, 所以圆 B 的普通方程为: $x^2 + (y - \ln 2)^2 = (\ln 2)^2$.

展开得到: $x^2 + y^2 - (2\ln 2)y = 0$8分

因为 $x^2 + y^2 = \rho^2$, $y = \rho \sin \theta$,

所以得到圆 B 的极坐标方程为 $\rho^2 = (2\ln 2) \cdot \rho \cdot \sin \theta$,

化简得: $\rho = (2\ln 2) \cdot \sin \theta$10分

23.解: (1) 方法 1: 当 $x \leq -\frac{3}{2}$ 时, $f(x) = -4x - 2 \leq 10$, 解得: $-3 \leq x \leq -\frac{3}{2}$.

当 $-\frac{3}{2} < x \leq \frac{1}{2}$ 时, $f(x) = 4 \leq 10$ 成立, 所以 $-\frac{3}{2} < x \leq \frac{1}{2}$.

当 $x > \frac{1}{2}$ 时, $f(x) = 4x + 2 \leq 10$, 解得: $\frac{1}{2} < x \leq 2$.

综上所述, 不等式的解集为 $[-3, 2]$5分

方法 2: 因为 $f(x) = |2x - 1| + |2x + 3| \leq |4x + 2|$,

所以 $|4x + 2| \leq 10$ 即可, 解得: 不等式的解集为 $[-3, 2]$5分

(2) $f(x) \geq |(2x - 1) - (2x + 3)| = 4$, 所以 $m = 4$6分

所以 $a + b = 4$, 所以 $4 = a + b \geq 2\sqrt{ab}$, 所以 $\frac{1}{\sqrt{ab}} \geq \frac{1}{2}$, 所以 $\frac{1}{ab} \geq \frac{1}{4}$,

所以 $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \geq \frac{2}{ab} \geq \frac{1}{2}$, 当且仅当 $a = b = 2$ 时, 等号成立.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线