

沈阳市第 120 中学 2022-2023 学年度下学期

高一年级第三次质量监测

数学参考答案

一、单选题（本大题共 8 小题，共 40 分，在每题列出的选项中，选出符合题目的一项）

1. B 2. D 3. C 4. C 5. B 6. B 7. A 8. A

二、多选题（本大题共 4 小题，共 20 分，在每小题有多项符合题目要求）

9. AD 10. ABC 11. AD 12. ACD

三、填空题（本大题共 4 小题，共 20 分）

13. -1 14. $\frac{3}{2}$ 15. $\frac{21}{4}$ 16. $\frac{7}{17}$

四、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17.（本题 10 分）解：(1)因为 $z_0 = (a^2 - 4a + 3) + (a^2 - 3a + 2)i$ 为纯虚数，

$$\text{所以} \begin{cases} a^2 - 4a + 3 = 0 \\ a^2 - 3a + 2 \neq 0 \end{cases}, \text{即} \begin{cases} a^2 - 4a + 3 = 0 \\ a^2 - 3a + 2 \neq 0 \end{cases}$$

解得 $a = 3$, 3 分

$$\text{此时 } z_0 = 2i, \text{ 由韦达定理得 } \begin{cases} z_0 + b = 3 + 2i \\ z_0 b = 6i \end{cases},$$

$\therefore b = 3$ 5 分

(2)复数 z 满足 $|z| = |a + bi|$, 即 $|z| = 3\sqrt{2}$,

所以所求点 Z 的集合是以原点为圆心, 以 $3\sqrt{2}$ 为半径的圆, 7 分

$S = \pi r^2 = 18\pi$ 10 分

18.（本题 12 分）(1) $B = \frac{2\pi}{3}$ (2)正确条件为①③, (i) $\sin A = \frac{3\sqrt{3}}{14}$, (ii) $BD = \frac{15}{8}$

【详解】(1) 由题设 $\sqrt{3}\sin\left(B + \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(B + \frac{\pi}{6}\right) = 2\sin\left(B + \frac{\pi}{3}\right) = 0$,

$$\text{而 } \frac{\pi}{3} < B + \frac{\pi}{3} < \frac{4\pi}{3},$$

所以 $B + \frac{\pi}{3} = \pi$, 故 $B = \frac{2\pi}{3}$; 2 分

(2) 若①②正确, 则 $c^2 + 3c + 2 = (c + 1)(c + 2) = 0$, 得 $c = -1$ 或 $c = -2$,

所以①②有一个错误条件, 则③是正确条件,

若②③正确, 则 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ab\sin C = \frac{15\sqrt{3}}{4}$, 可得 $\sin C = \frac{15}{2} > 1$, 即②为错误条件,

综上, 正确条件为①③, 4 分

(i) 由 $2ac\cos B = a^2 + c^2 - b^2$, 则 $c(3-a) = 0$, 即 $a = 3$,

又 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ac\sin B = \frac{15\sqrt{3}}{4}$, 可得 $c = 5$,

所以 $9 - b^2 + 25 + 15 = 0$, 可得 $b = 7$, 则 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{14}{\sqrt{3}}$,

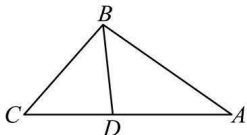
故 $\sin A = \frac{3\sqrt{3}}{14}$;8 分

(ii) 因为 $\sin A = \frac{3\sqrt{3}}{14}$ 且 $A \in (0, \frac{\pi}{3})$, 得 $\cos A = \sqrt{1 - \sin^2 A} = \frac{13}{14}$,

由 BD 平分 $\angle ABC$ 得 $\angle ABD = \frac{\pi}{3}$,

在 $\triangle ABD$ 中, $\sin \angle ADB = \sin(\angle ABD + A) = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{13}{14} + \frac{1}{2} \times \frac{3\sqrt{3}}{14} = \frac{4\sqrt{3}}{7}$,

在 $\triangle ABD$ 中, 由 $\frac{BD}{\sin A} = \frac{AB}{\sin \angle ADB}$, 得 $BD = \frac{5 \times \frac{3\sqrt{3}}{14}}{\frac{4\sqrt{3}}{7}} = \frac{15}{8}$,12 分



19. (本题 12 分) (1) 证明: 取 PA 的中点 G , 连接 DG, FG2 分

因为 G, F 分别是 PA, PB 的中点, 所以 $FG \parallel AB$, 且 $FG = \frac{1}{2}AB$

又底面 $ABCD$ 是平行四边形, 且 E, F 分别是 CD 的中点, 所以 $DE \parallel AB$, 且 $DE = \frac{1}{2}AB$

所以 $FG \parallel DE$ 且 $FG = DE$, 所以四边形 $FGDE$ 是平行四边形,

所以 $EF \parallel DG$4 分

因为 $EF \not\subset$ 平面 PAD , $DG \subset$ 平面 PAD , 所以 $EF \parallel$ 平面 PAD6 分

(2) 因为 E 是 CD 的中点, 所以 $\triangle BDE$ 的面积是平行四边形 $ABCD$ 面积的 $\frac{1}{4}$.

因为 F 是 PB 的中点, 所以三棱锥 $F - BDE$ 的高是四棱锥 $P - ABCD$ 的高的 $\frac{1}{2}$.

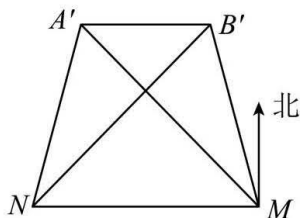
因为四棱锥 $P - ABCD$ 的体积为 32,

所以三棱锥 $F - BDE$ 的体积为 $32 \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = 4$9 分

设 B 到平面 DEF 的距离为 d ,

因为 $\triangle DEF$ 的面积为 4, 所以 $\frac{1}{3} \times d \times 4 = 4$, 得 $d = 3$, 即 B 到平面 DEF 的距离为 3. ..12 分

20. (本题 12 分)【详解】(1) 由题意可知 $\angle B'MN = \angle A'NM = 75^\circ$, $\angle A'MN = \angle B'NM = 45^\circ$



$\therefore \angle NAM = 60^\circ$, 在 $\triangle AMN$ 中, 由正弦定理 $\frac{MN}{\sin \angle NAM} = \frac{A'N}{\sin \angle A'MN}$

$$MN = 30\sqrt{3} \cdot \frac{6}{60} = 3\sqrt{3}, A'N = 3\sqrt{2}, \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\text{又} \because N \text{ 点观测 } A \text{ 时仰角的正切值为 } \frac{\sqrt{2}}{15}, AA' = 3\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{15} = 0.4, \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

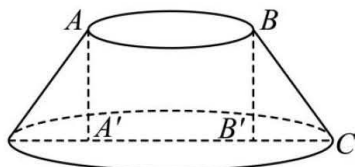
所以, 该山的高度为 0.4 千米.

(2) 设 $\triangle A'MB'$ 的外接圆为圆 O ,

$\because \angle A'MB' = \angle A'NB' = 30^\circ$, 根据圆的性质, A', B', M, N 四点共圆

在 $\triangle A'MN$ 中, 由正弦定理, 圆 O 直径为 $\frac{MN}{\sin \angle NAM} = 6$,

在 $\triangle A'MB'$ 中, 由正弦定理, $A'B' = 6 \sin \angle A'MB' = 3 \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$



延长 $A'B'$ 与圆台交于 C 点,

由题意下底面圆半径为 1.8km, 圆台的母线长 BC 可在直角 $\triangle BB'C$ 中由勾股定理得为 0.5.

$$\text{圆台的侧面积 } \pi \cdot (1.5 + 1.8) \cdot 0.5 = \frac{33\pi}{20} \text{ km}^2,$$

$$\text{圆台的上底面面积 } \pi \cdot 1.5^2 = \frac{9\pi}{4} \text{ km}^2, \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

所以, 侧面积与上底面面积相加知: 该山被冰雪覆盖的面积为 3.9π 平方千米. $\dots\dots\dots 12 \text{ 分}$

$$21. \text{ (本题 12 分) 【详解】(1) } f(x) = 2\sin^2\left(\omega x + \frac{\pi}{4}\right) - \sqrt{3}\cos(2\omega x) - 1$$

$$= 1 - \cos\left(2\omega x + \frac{\pi}{2}\right) - \sqrt{3}\cos(2\omega x) - 1$$

$$= \sin(2\omega x) - \sqrt{3}\cos(2\omega x) = 2\sin\left(2\omega x - \frac{\pi}{3}\right) \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\because f(x) \text{ 的最小正周期为 } \pi, \omega > 0, \therefore \frac{2\pi}{2\omega} = \pi, \therefore \omega = 1.$$

答案第 3 页, 共 5 页

那么 $f(x)$ 的解析式 $f(x) = 2\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$3 分

方程 $f(x) - n + 1 = 0$ 在 $\left[0, \frac{7\pi}{12}\right]$ 上有且有一个解, 转化为函数 $y = f(x)$ 与函数 $y = n - 1$ 在

$\left[0, \frac{7\pi}{12}\right]$ 上只有一个交点. $\because x \in \left[0, \frac{7\pi}{12}\right], \therefore -\frac{\pi}{3} \leq 2x - \frac{\pi}{3} \leq \frac{5\pi}{6}$

因为函数 $y = f(x) = 2\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ 在 $\left[0, \frac{5\pi}{12}\right]$ 上增, 在 $\left[\frac{5\pi}{12}, \frac{7\pi}{12}\right]$ 上减,

且 $f(0) = 2\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\sqrt{3}, f\left(\frac{5\pi}{12}\right) = 2, f\left(\frac{7\pi}{12}\right) = 1,$

$\therefore -\sqrt{3} \leq n - 1 < 1$ 或 $n - 1 = 2$, 所以 $1 - \sqrt{3} \leq n < 2$ 或 $n = 3$6 分

(2) 由 (1) 可知 $f(x) = 2\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right), \therefore f(x_2)_{\min} = -2.$

实数 m 满足对任意 $x_1 \in [-1, 1]$, 都存在 $x_2 \in R$, 使得 $4^{x_1} + 4^{-x_1} + m(2^{x_1} - 2^{-x_1}) + 2 > f(x_2)$ 成立.

即 $4^{x_1} + 4^{-x_1} + m(2^{x_1} - 2^{-x_1}) + 2 > -2$ 成立,8 分

令 $y = 4^{x_1} + 4^{-x_1} + m(2^{x_1} - 2^{-x_1}) + 4,$

设 $2^{x_1} - 2^{-x_1} = t$, 那么 $4^{x_1} + 4^{-x_1} = (2^{x_1} - 2^{-x_1})^2 + 2 = t^2 + 2$

$\because x_1 \in [-1, 1], \therefore t \in \left[-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right],$ 可得 $t^2 + mt + 6 > 0$ 在 $t \in \left[-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right]$ 上恒成立.

令 $g(t) = t^2 + mt + 6$, 其对称轴 $t = -\frac{m}{2}, \because t \in \left[-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right]$ 上,10 分

$\therefore$ ①当 $-\frac{m}{2} \leq -\frac{3}{2}$ 时, 即 $m \geq 3, g(t)_{\min} = g\left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{33}{4} - \frac{3m}{2} > 0$, 所以 $3 \leq m < \frac{11}{2};$

②当 $-\frac{3}{2} < -\frac{m}{2} < \frac{3}{2}$, 即 $-3 < m < 3$ 时, $g(t)_{\min} = g\left(-\frac{m}{2}\right) = 6 - \frac{m^2}{4} > 0$, 所以 $-3 < m < 3;$

③当 $\frac{3}{2} \leq -\frac{m}{2}$, 即 $m \leq -3$ 时, $g(t)_{\min} = g\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{33}{4} + \frac{3m}{2} > 0$, 所以 $-\frac{11}{2} < m \leq -3;$

综上可得, 存在 m , 可知 m 的取值范围是 $\left(-\frac{11}{2}, \frac{11}{2}\right).$ 12 分

22. (本题 12 分) (1) 当 $\lambda = 1$ 时, Q 为 BC 中点,

因为 E 是 AD 的中点, 所以 $ED = BQ, ED \parallel BQ,$

则四边形 $BEDQ$ 是平行四边形, 所以 $BE \parallel QD$2 分

又 $BE \not\subset$ 平面 $A_1DQ, DQ \subset$ 平面 A_1DQ , 所以 $BE \parallel$ 平面 $A_1DQ.$

因为 E, F 分别是 AD, A_1A 中点, 所以 $EF \parallel A_1D.$

因为 $EF \not\subset$ 平面 $A_1DQ, A_1D \subset$ 平面 A_1DQ , 所以 $EF \parallel$ 平面 A_1DQ4 分

因为 $BE \cap EF = E, EF \subset$ 平面 $BEF, BE \subset$ 平面 BEF , 所以平面 $BEF \parallel$ 平面 A_1DQ6 分

(2)如图, 连接 AQ , BD 与 FQ ,

因为 $A_1A \perp$ 平面 $ABCD$, $BD \subset$ 平面 $ABCD$, 所以 $A_1A \perp BD$.

若 $BD \perp FQ$, 又 $A_1A, FQ \subset$ 平面 A_1AQ , 且 $A_1A \cap FQ = F$, 所以 $BD \perp$ 平面 A_1AQ8分

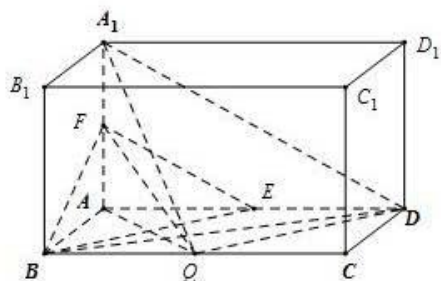
因为 $AQ \subset$ 平面 A_1AQ , 所以 $AQ \perp BD$10分

在矩形 $ABCD$ 中, 由 $AQ \perp BD$, 得 $\triangle AQB \sim \triangle DBA$,

所以 $AB^2 = AD \cdot BQ$.

又 $AB = 1, AD = 2$, 所以 $BQ = \frac{1}{2}, QC = \frac{3}{2}$,

则 $\frac{BQ}{QC} = \frac{1}{3}$, 即 $\lambda = \frac{1}{3}$12分



答案第 5 页, 共 5 页

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线