

[启用前★注意保密]

## 铜仁市 2023 年高三适应性考试 (一)

## 理科数学

2023 年 2 月

注意事项:

1. 本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分。答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号、座位号填写在答题卡相应位置上。
2. 回答第Ⅰ卷时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号。写在本试卷上无效。
3. 回答第Ⅱ卷时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。
4. 请保持答题卡平整,不能折叠。考试结束,监考员将试题卷、答题卡一并收回。

## 第Ⅰ卷(选择题 共 60 分)

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 集合  $A = \{x | x^2 \geq 4\}$ , 集合  $B = \{-3, -2, -1, 1, 2, 3\}$ , 则  $A \cap B =$   
A.  $\{2, 3\}$  B.  $\{-2, -1, 1, 2, 3\}$   
C.  $\{-3, -2, 2, 3\}$  D.  $\{-3, 3\}$
2. 已知  $i$  是虚数单位, 复数  $(1 - 2i)^2$  的共轭复数的虚部为  
A.  $4i$  B.  $-3$   
C.  $4$  D.  $-4$
3. 在一场跳水比赛中, 7 位裁判给某选手打分从低到高依次为  $x_1, 8.1, 8.4, 8.5, 9.0, 9.5, x_7$  ( $x_7 \leq 10$ ), 若去掉一个最高分  $x_7$  和一个最低分  $x_1$  后的平均分与不去掉的平均分相同, 那么最低分  $x_1$  的值不可能是  
A. 7.7 B. 7.8  
C. 7.9 D. 8.0

铜仁市 2023 年高三适应性考试 (一) 理科数学 第 1 页 (共 6 页)

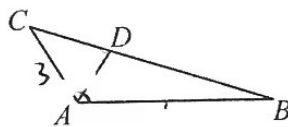
4. 等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_2 + a_4 + 2a_7 = 12$ , 则数列  $\{a_n\}$  的前 9 项之和为
- A. 24                      B. 27  
C. 48                      D. 54

5. 香农-威纳指数 ( $H$ ) 是生态学中衡量群落中生物多样性的一个指数, 其计算公式是  $H = -\sum_{i=1}^n p_i \cdot \log_2 p_i$ , 其中  $n$  是该群落中生物的种数,  $p_i$  为第  $i$  个物种在群落中的比例, 下表为某个只有甲、乙、丙三个种群的群落中各种群个体数量统计表, 根据表中数据,

该群落的香农-威纳指数值为

| 物种   | 甲   | 乙   | 丙   | 合计  |
|------|-----|-----|-----|-----|
| 个体数量 | 300 | 150 | 150 | 600 |

- A.  $\frac{3}{2}$                       B.  $\frac{3}{4}$   
C.  $-\frac{3}{2}$                       D.  $-\frac{3}{4}$
6. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = 6$ ,  $AC = 3$ ,  $\angle BAC = \frac{2\pi}{3}$ ,



$\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{DC}$ , 则  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} =$

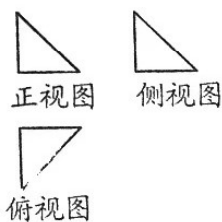
- A. 18                      B. 9  
C. 12                      D. 6
7. 棱锥的内切球半径  $R = \frac{3V_{\text{锥}}}{S_{\text{锥}}}$ , 其中  $V_{\text{锥}}$ ,  $S_{\text{锥}}$  分别为该棱锥的体积和表面积, 右图为某三棱锥的三视图, 若每个视图都是直角边长为 1 的等腰直角三角形, 则该三棱锥内切球半径为

A.  $\frac{1}{3}$

B.  $\frac{3-\sqrt{3}}{2}$

C.  $\frac{3-\sqrt{3}}{6}$

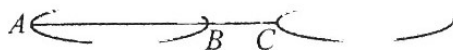
D.  $\frac{1}{8}$



8. “一笔画”游戏是指要求经过所有路线且节点可以多次经过, 但连接节点间的路线不能重复画的游戏, 下图是某一局“一笔画”游戏的图形, 其中  $A$ ,  $B$ ,  $C$  为节点, 若研究发现本局游戏只能以  $A$  为起点  $C$  为终点或者以  $C$  为起点  $A$  为终点完成, 那么完成该图“一笔画”的方法数为

- A. 6 种  
C. 24 种

- B. 12 种  
D. 30 种



9. 以双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的实轴为直径的圆与该双曲线的渐近线分别交于  $A$ ,

$B, C, D$  四点, 若四边形  $ABCD$  的面积为  $\sqrt{3}a^2$ , 则该双曲线的离心率为

A.  $\sqrt{3}$  或 2                      B. 2 或  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

C.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$                               D.  $\sqrt{3}$

10. 函数  $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi) (A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2})$  的部分图象如图所示, 则下列关于

函数  $y = f(x)$  的说法正确的是

①  $f(x)$  的图象关于直线  $x = -\frac{3\pi}{4}$  对称

②  $f(x)$  的图象关于点  $(-\frac{\pi}{6}, 0)$  对称

③ 将函数  $y = 2 \sin(2x - \frac{\pi}{6})$  的图象向左平移  $\frac{\pi}{2}$  个单位长度得到函数  $f(x)$  的图象

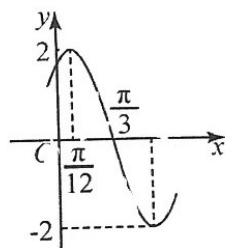
④ 若方程  $f(x) = m$  在  $[-\frac{\pi}{2}, 0]$  上有两个不相等的实数根, 则  $m$  的取值范围是  $(-2, -\sqrt{3}]$

A. ①④

B. ②④

C. ③④

D. ②③



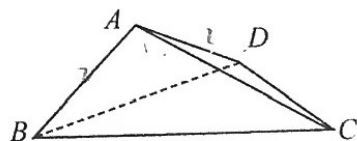
11. 如图, 在四棱锥  $A-BCD$  中, 平面  $ABD \perp$  平面  $BCD$ ,  $\triangle BCD$  是边长为  $2\sqrt{3}$  的等边三角形,  $AB = AD = 2$ , 则该几何体外接球表面积为

A.  $20\pi$

B.  $8\pi$

C.  $28\pi$

D.  $48\pi$



12. 已知正实数  $a, b, c$ , 若  $\frac{\ln a}{a} > \frac{\ln b}{b} = \frac{1}{c} \ln \frac{1}{c}$ ,  $b > e$ , 则  $a, b, c$  的大小关系为

A.  $a > c > b$

B.  $a > b > c$

C.  $b > c > a$

D.  $b > a > c$

## 第II卷(非选择题 共 90 分)

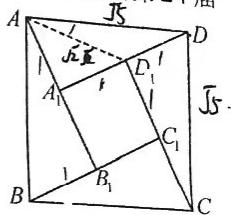
本卷包括必考题和选考题两部分。第 13 题~第 21 题为必考题，每个试题考生都必须作答，第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分。

13. 函数  $f(x) = \ln(x+1) + 2x - 1$  在点  $(0, -1)$  处的切线方程为\_\_\_\_\_。

14. 正实数  $a, b$  满足  $4a + b = 4ab$ ，则  $a + 4b$  的最小值为\_\_\_\_\_。

15. 赵爽是我国汉代数学家，他在注解《周髀算经》时给出的“赵爽弦图”被选为第 24 届国际数学家大会的会徽。如右图所示，“赵爽弦图”中的大正方形  $ABCD$  是由 4 个全等的直角三角形和小正方形  $A_1B_1C_1D_1$  拼成，现连接  $AD_1$ ，当正方形  $A_1B_1C_1D_1$  的边长为 1 且其面积与正方形  $ABCD$  的面积之比为  $1:5$  时， $\cos \angle DAD_1 =$ \_\_\_\_\_。



16. 抛物线  $E: y^2 = 4x$ ，圆  $M: x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$ ，直线  $l$  过圆心  $M$  且与抛物线

$E$  交于  $A, B$  与圆  $M$  交于  $C, D$ 。若  $|AC| = |BD|$ ，则  $\frac{|AB|}{|CD|} =$ \_\_\_\_\_。

三、解答题：第 17 至 21 题每题 12 分，第 22、23 题为选考题，各 10 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17. (本题满分 12 分)

已知等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ， $S_3 = \frac{7}{4}$ ，且  $a_1, 2a_2, 4a_3$  成等差数列。

(1) 证明数列  $\{S_n - 2\}$  是等比数列；

(2) 若  $b_n = na_n$ ，求数列  $\{b_n\}$  前  $n$  项和  $T_n$ 。

18. (本题满分 12 分)

2022 年 9 月 3 日至 2022 年 10 月 8 日，因为疫情，贵阳市部分高中学生只能居家学习，为了监测居家学习效果，某校在恢复正常教学后举行了一次考试，在考试中，发现学生总体成绩相较疫情前的成绩有明显下降。为了解学生成绩下降的原因，学校进行了问卷调查，从问卷中随机抽取了 200 份学生问卷，发现其中有 96 名学生成绩下降，在这些成绩下降的学生中有 54 名学生属于“长时间使用手机娱乐”（每天使用手机娱乐 2 个小时以上）的学生。

(1) 根据以上信息, 完成下面的  $2 \times 2$  列联表, 并判断能否有 99.5% 把握认为“成绩下降”与“长时间使用手机娱乐”有关?

|       | 长时间使用手机娱乐 | 非长时间使用手机娱乐 | 合计  |
|-------|-----------|------------|-----|
| 成绩下降  | 54        |            |     |
| 成绩未下降 |           |            |     |
| 合计    | 90        | 110        | 200 |

(2) 在被抽取的 200 名学生中“长时间使用手机娱乐”且“成绩未下降”的女生有 12 人, 现从“长时间使用手机娱乐”且“成绩未下降”的学生中按性别分层抽样抽取 6 人, 再从这 6 人中随机抽取 3 人访谈, 记被抽取到的 3 名学生中女生人数为  $X$ , 求  $X$  的分布列和数学期望  $E(X)$ .

参考公式:  $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ , 其中  $n = a+b+c+d$ .

| $P(K^2 > k_0)$ | 0.15  | 0.10  | 0.05  | 0.025 | 0.010 | 0.005 | 0.001  |
|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| $k_0$          | 2.072 | 2.706 | 3.841 | 5.024 | 6.635 | 7.879 | 10.828 |

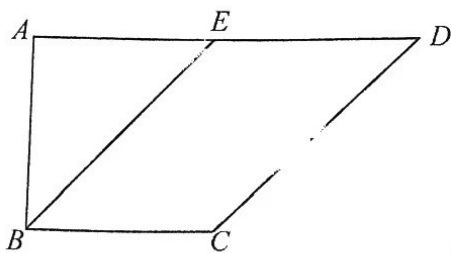
19. (本题满分 12 分)

如图①, 在梯形  $ABCD$  中,  $AD \parallel BC$ ,  $AD \perp AB$ ,  $AD = 2AB = 2BC$ ,  $E$  为  $AD$  中点,

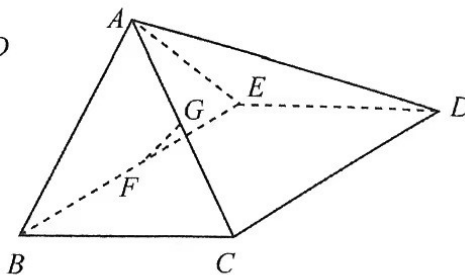
现沿  $BE$  将  $\triangle ABE$  折起, 如图②, 其中  $F, G$  分别是  $BE, AC$  的中点.

(1) 求证:  $FG \perp$  平面  $ACD$ ;

(2) 若  $AB = AC = \sqrt{2}$ , 求二面角  $B-AC-D$  的余弦值.



①



②

20. (本题满分 12 分)

已知  $(1, \frac{\sqrt{2}}{2})$ ,  $(1, -\frac{\sqrt{3}}{3})$ ,  $(-1, -\frac{\sqrt{2}}{2})$  三点中有两点在椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$

上, 椭圆  $C$  的右顶点为  $A$ , 过右焦点的直线  $l$  与  $C$  交于点  $M$ ,  $N$ , 当  $l$  垂直于  $x$  轴时  $|MN| = \sqrt{2}$ .

(1) 求椭圆  $C$  的方程;

(2) 若直线  $AM$  与  $y$  轴交于  $P$  点, 直线  $AN$  与  $y$  轴交于  $Q$  点, 在  $x$  轴是否存在定点  $S$ ,

使得  $\vec{PS} \cdot \vec{QS} = 0$ , 若存在, 求出点  $S$ , 若不存在, 说明理由.

21. (本题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = a \ln(x-1) + \frac{1}{4}x^2 + 1$ ,  $g(x) = f(x) + \frac{1}{e^x} - (\frac{1}{2}x - 1)^2$ .

(1) 当  $a = -1$  时, 求函数  $f(x)$  的极值;

(2) 若任意  $x_1, x_2 \in (1, +\infty)$  且  $x_1 \neq x_2$ , 都有  $\frac{g(x_2) - g(x_1)}{x_2 - x_1} \geq 1$  成立, 求实数  $a$  的取值范围.

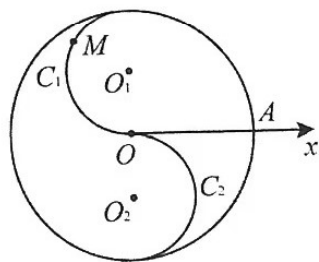
请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题记分. 作答时用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应题号的方框涂黑.

22. 选修 4-4: 坐标系与参数方程 (本题满分 10 分)

如图, 在极坐标系  $Ox$  中, 圆  $O$  的半径为 2, 半径均为 1 的两个半圆弧  $C_1$ ,  $C_2$  所在圆的圆心分别为  $O_1(1, \frac{\pi}{2})$ ,  $O_2(1, \frac{3\pi}{2})$ ,  $M$  是半圆弧  $C_1$  上的一个动点.

(1) 若点  $A$  是圆  $O$  与极轴的交点, 求  $|MA|$  的最大值;

(2) 若点  $N$  是射线  $\theta = \frac{\pi}{4} (\rho \geq 0)$  与圆  $O$  的交点, 求  $\triangle MON$  面积的取值范围.



23. 选修 4-5: 不等式选讲 (本题满分 10 分)

已知  $a^2 + 4b^2 = 4$ .

(1) 求  $a+b$  的取值范围;

(2) 若  $a > 0$ ,  $b > 0$ , 求证:  $\frac{1}{a} + \frac{1}{2b} \geq \sqrt{2}$ .

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：[www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线