

龙岩一中 2021 届高三实验班选拔考试

数 学

(考试时间: 90 分钟 满分: 100 分)

友情提示: 请将答案填写在答题卷中, 写在试卷上不得分.

一、选择题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分, 在给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. 若 $b-1 < a < b$, 则 $a-b, (a-b)^3, \sqrt[3]{a-b}, \frac{1}{a-b}$ 一定是 ()

- A. $\frac{1}{a-b}$ 最小, $(a-b)^3$ 最大
B. $\sqrt[3]{a-b}$ 最小, $a-b$ 最大
C. $\frac{1}{a-b}$ 最小, $a-b$ 最大
D. $\frac{1}{a-b}$ 最小, $\sqrt[3]{a-b}$ 最大

2. 如图 1, 在等边 $\triangle ABC$ 中, D 是 BC 的中点, P 为 AB 边上的一个动点, 设 $AP=x$, 图 1 中线段 DP 的长为 y , 若表示 y 与 x 的函数关系的图象如图 2 所示, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 ()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. 1 C. $\sqrt{3}$ D. 3

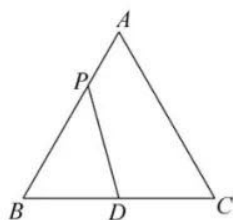


图 1

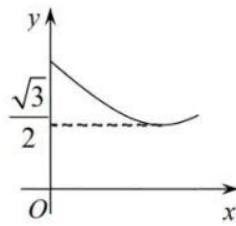
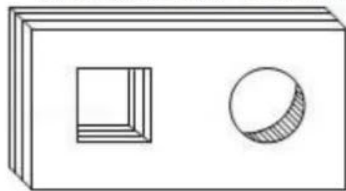


图 2

3. 如图, 是一个带有方形空洞和圆形空洞的儿童玩具, 如果用下列几何体作为塞子, 那么既可以堵住方形空洞, 又可以堵住圆形空洞的几何体是 ()



- A. B. C. D.

4. 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x \geq a+3 \\ x < 3a-3 \end{cases}$ 有解, 则函数 $y = (a-4)x^2 - 2x - 1$ 图象与 x 轴的交点个数为 ()

- A. 2 B. 1 或 2 C. 1 D. 0

5. 满足等式 $x\sqrt{y} + y\sqrt{x} - \sqrt{19x} - \sqrt{19y} + \sqrt{19xy} = 19$ 的正整数对 (x, y) 的个数是 ()

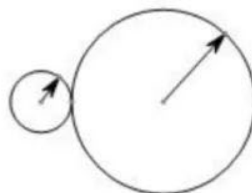
- A. 19 B. 18 C. 1 D. 2

6. 如果 a, b 为质数, 且 $a^2 - 9a + m = 0, b^2 - 9b + m = 0$, 那么 $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ 的值为 ()

A. $\frac{51}{14}$ B. $\frac{53}{14}$ 或 2 C. $\frac{53}{14}$ D. $\frac{51}{14}$ 或 2

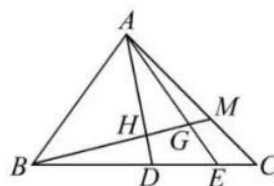
7. 有直径为 4 及 12 的两个圆柱, 如图所示放置, 且用金属线捆绑在一起, 则环绕着它们的最短金属线长为 ()

A. $8\sqrt{3} + \frac{28\pi}{3}$ B. $8\sqrt{3} + 9\pi$
C. $16\sqrt{3} + \frac{56\pi}{3}$ D. $8\sqrt{3} + \frac{16\pi}{3}$



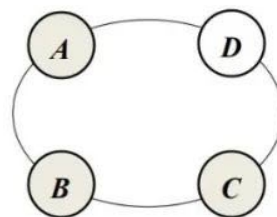
8. 如图, $\triangle ABC$ 中, D, E 是 BC 边上的点, $BD:DE:EC=5:3:2$, M 在 AC 边上, $CM:MA=2:3$, BM 交 AD, AE 于 H, G , 则 $BH:HG:GM$ 等于 ()

A. 5:3:2 B. 38:15:8
C. 115:45:24 D. 51:24:10

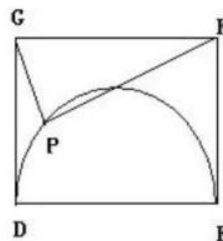


二、填空题 (本大题共6小题, 每小题4分, 共24分)

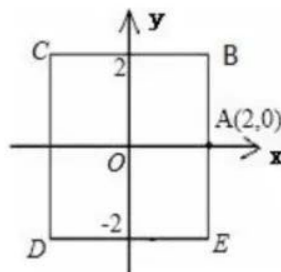
9. 从如图所示的四个带圆圈的字母中, 任取两个字母 (既可以是相邻也可以是相对的两个字母) 相互交换它们的位置, 交换一次后能使 A、B 两字母在相对位置上的概率是_____.



10. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 O 为边 BC 的中点, 则必有 $AB^2 + AC^2 = 2AO^2 + 2OB^2$ 成立. 依据以上结论, 解决如下问题: 如图, 在矩形 $DEFG$ 中, 已知 $DE = a, EF = a - 1 (3 \leq a \leq 5)$, 点 P 在以 DE 为直径的半圆上运动, 则 $PF^2 + PG^2$ 的最小值为_____.

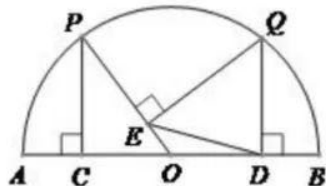


11. 物质 M 与物质 N 分别由点 $A(2, 0)$ 同时出发, 沿正方形 $BCDE$ 的周界做环绕运动, 物质 M 按逆时针方向以 1 单位/秒等速运动, 物质 N 按顺时针方向, 以 2 单位/秒等速运动, 则两个物质运动后的第 10 次相遇地点的坐标是_____.



12. 已知关于 x 的方程 $x^4 + 2x^3 + (3+k)x^2 + (2+k)x + 2k = 0$ 有实根. 若所有实根的平方和为 7, 则所有实根之积为_____.

13. 如图, 直径为 AB 的半圆 O 上有两点 P, Q , $PC \perp AB$ 于 C , $QD \perp AB$ 于 D , $QE \perp OP$ 于 E , $AC=8$, $DE=12$, 则圆 O 的直径=_____.



14. 已知 a 是正整数, 且 $a^2 + 60a$ 是一个正整数的平方, 则 a 的最大值为_____.

三、解答题 (本大题共 5 小题, 共 52 分)

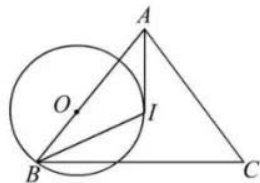
15. (本题 8 分)

先化简, 再求值: $\sqrt{x^2 - 2x + 1} + \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 1} \div (\frac{2}{x+1} - 1)$, 其中 $x = \sqrt{3} - 1$.

16. (本题 10 分)

如图, 在 $\triangle ABC$ 中, I 是内心, O 是 AB 边上一点, 圆 O 经过 B 点且与 AI 相切于 I 点.

- (1) 证明 $\triangle ABC$ 是等腰三角形;
- (2) 若 $BC=18$, 圆 O 的半径是 5, 求 AI 的长.



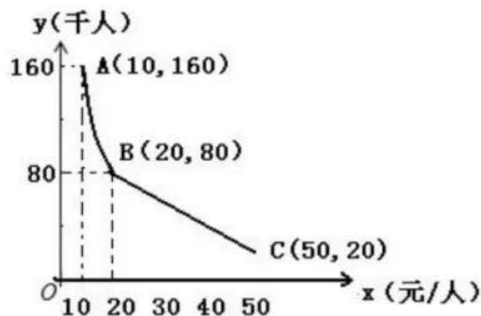
17. (本题 10 分)

某公司用 50 万元作为景区 A 的改造费用, 已于当年年初改造完毕并开放景区 A. 已知该公司经营景区 A 的固定成本为每年 10 万元, 其它成本为每名游客 10 元, 在经营过程中发现: 每年的游客量 y (千人) 与门票价格 x (元/人)

($10 \leq x \leq 50$) 的关系如图所示, 其中 AB 为反比例函数图象的一部分, BC 为一次函数图象的一部分. 设该公司经营景区 A 的年利润为 z (万元).

- (1) 求出每年的游客量 y (千人) 与 x (元/人) 之间的函数关系式;

- (2) 利用第一年该公司经营景区 A 的年利润 z (万元) 与 x (元/人) 之间的函数关系式, 求出第一年年利润的最大值.



18. (本题 10 分)

当 $-1 \leq x \leq 1$ 时, 函数 $y = -x^2 - 2ax + b + 1$ 的最小值是 -4 , 最大值是 0 , 求 a 、 b 的值.

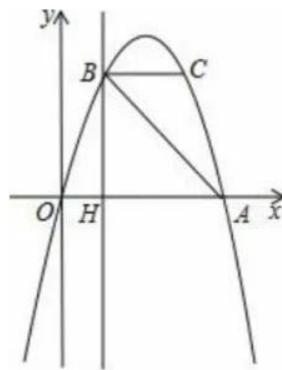
19. (本题 14 分)

如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx$ 过 $A(4, 0)$, $B(1, 3)$ 两点, 点 C 、 B 关于抛物线的对称轴对称, 过点 B 作直线 $BH \perp x$ 轴, 交 x 轴于点 H , 点 $E(\frac{3}{2}, 0)$.

(1) 已知在抛物线的对称轴上有一点 F , 使得 $\triangle BEF$ 的周长最小, 请求出点 F 的坐标 (注: 只要能求出点 F 的坐标即可, 不要求证明);

(2) 点 P 是抛物线上一动点, 且位于第四象限, 当 $\triangle ABP$ 的面积为 15 时, 求出点 P 的坐标;

(3) 若点 M 在直线 BH 上运动, 点 N 在 x 轴上运动, 当以点 C 、 M 、 N 为顶点的三角形为等腰直角三角形时, 请直接写出此时点 N 的坐标.



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线

关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》