

[启用前★注意保密]

铜仁市 2023 年高三适应性考试（一）

文科数学

2023 年 2 月

注意事项：

1. 本试卷分第I卷（选择题）和第II卷（非选择题）两部分。答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、座位号填写在答题卡相应位置上。
2. 回答第I卷时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。写在本试卷上无效。
3. 回答第II卷时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
4. 请保持答题卡平整，不能折叠。考试结束，监考员将试题卷、答题卡一并收回。

第 I 卷(选择题 共 60 分)

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 集合 $A = \{x | x^2 \geq 4\}$ ，集合 $B = \{-3, -2, -1, 1, 2, 3\}$ ，则 $A \cap B =$
A. $\{2, 3\}$ B. $\{-2, -1, 1, 2, 3\}$
C. $\{-3, -2, 2, 3\}$ D. $\{-3, 3\}$
2. 已知 i 是虚数单位，复数 $(1-2i)^2$ 的共轭复数的虚部为
A. $4i$ B. -3
C. 4 D. -4
3. 在一场跳水比赛中，7 位裁判给某选手打分从低到高依次为 $x_1, 8.1, 8.4, 8.5, 9.0, 9.5, x_7$ ($x_7 \leq 10$)，若去掉一个最高分 x_7 和一个最低分 x_1 后的平均分与不去掉的平均分相同，那么最低分 x_1 的值不可能是
A. 7.7 B. 7.8
C. 7.9 D. 8.0

铜仁市 2023 年高三适应性考试（一）文科数学 第 1 页（共 6 页）

4. 等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_2 + a_4 + 2a_7 = 12$, 则数列 $\{a_n\}$ 的前 9 项之和为

- A. 24 B. 27
C. 48 D. 54

5. 香农-威纳指数 (H) 是生态学中衡量群落中生物多样性的一个指数, 其计算公式是

$$H = -\sum_{i=1}^n p_i \cdot \log_2 p_i, \text{ 其中 } n \text{ 是该群落中生物的种数, } p_i \text{ 为第 } i \text{ 个物种在群落中的比例,}$$

下表为某个只有甲、乙、丙三个种群的群落中各种群个体数量统计表, 根据表中数据,

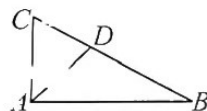
该群落的香农-威纳指数值为

物种	甲	乙	丙	合计
个体数量	300	150	150	600

- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{3}{4}$
C. $-\frac{3}{2}$ D. $-\frac{3}{4}$

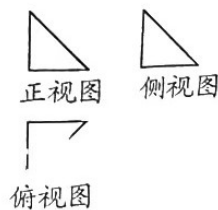
6. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 6$, $AC = 3$, $\angle BAC = \frac{\pi}{2}$, $\overline{BD} = 2\overline{DC}$, 则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} =$

- A. 9 B. 18
C. 6 D. 12



7. 棱锥的内切球半径 $R = \frac{3V_{\text{锥}}}{S_{\text{锥}}}$, 其中 $V_{\text{锥}}$, $S_{\text{锥}}$ 分别为该棱锥的体积和表面积, 右图为某三棱锥的三视图, 若每个视图都是直角边长为 1 的等腰直角形, 则该三棱锥内切球半径为

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{3-\sqrt{3}}{2}$
C. $\frac{3-\sqrt{3}}{6}$ D. $\frac{1}{8}$



8. 已知直线 $l_1: x - 2y - 1 = 0$, 直线 $l_2: ax + 2y + 2a = 0$ 其中实数 $a \in [-1, 5]$, 则直线 l_1 与

l_2 的交点位于第一象限的概率为

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{5}$
C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{3}$

9. 以双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的实轴为直径的圆与该双曲线的渐近线分别交于 A ,

B, C, D 四点, 若四边形 $ABCD$ 的面积为 $\sqrt{3}a^2$, 则该双曲线的离心率为

- A. $\sqrt{3}$ 或 2 B. 2 或 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ D. $\sqrt{3}$

10. 函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi) (A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2})$ 的部分图象如图所示, 则下列关于

函数 $y = f(x)$ 的说法正确的是

① $f(x)$ 的图象关于直线 $x = -\frac{3\pi}{4}$ 对称

② $f(x)$ 的图象关于点 $(-\frac{\pi}{6}, 0)$ 对称

③ 将函数 $y = 2 \sin(2x - \frac{\pi}{6})$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位长度得到函数 $f(x)$ 的图象

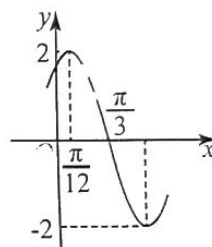
④ 若方程 $f(x) = m$ 在 $[-\frac{\pi}{2}, 0]$ 上有两个不相等的实数根, 则 m 的取值范围是 $(-2, -\sqrt{3}]$

A. ①④

B. ②④

C. ③④

D. ②③



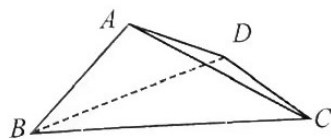
11. 如图, 在四棱锥 $A-BCD$ 中, 平面 $ABD \perp$ 平面 BCD , $\triangle BCD$ 是边长为 $2\sqrt{3}$ 的等边三角形, $AB = AD = 2$, 则该几何体外接球表面积为

A. 20π

B. 8π

C. 28π

D. 48π



12. 函数 $f(x) = x - \sin x + \ln(\sqrt{4x^2 + 1} + 2x)$, 若 $\theta \in [0, 2\pi)$, 且

$f(\cos^3 \theta - \sin^3 \theta) + f(5 \sin \theta - 5 \cos \theta) > 0$, 则 θ 的取值范围是

A. $[0, 2\pi)$

B. $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$

C. $[0, \frac{\pi}{4}) \cup (\frac{5\pi}{4}, 2\pi)$

D. $(\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4})$

第II卷(非选择题 共 90 分)

本卷包括必考题和选考题两部分。第 13 题~第 21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答, 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答。

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分。

13. 函数 $f(x) = \ln x - \frac{1}{x}$ 在点 $(1, -1)$ 处的切线方程为_____。

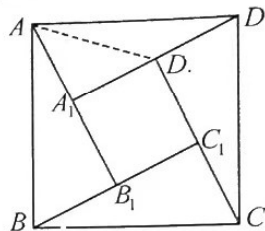
14. 正实数 a, b 满足 $\frac{1}{4a} + \frac{1}{b} = 1$, 则 $a + 4b$ 的最小值为_____。

15. 赵爽是我国汉代数学家, 他在注解《周髀算经》时给出的“赵爽弦图”被选为第 24 届国际数学家大会的会徽。如右图所示, “赵爽弦图”中的大正方形

$ABCD$ 是由 4 个全等的直角三角形和小正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 拼成,

现连接 AD_1 , 当正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 的边长为 1 且其面积与正方形

$ABCD$ 的面积之比为 $1:5$ 时, $\cos \angle DAD_1 =$ _____。



16. 抛物线 $E: y^2 = 4x$, 圆 $M: x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$, 直线 l 过圆心 M 且与抛物线

E 交于 A, B 与圆 M 交于 C, D . 若 $|AC| = |BD|$, 则 $\frac{|AB|}{|CD|} =$ _____。

三、解答题: 第17至21题每题12分, 第22、23题为选考题, 各10分。解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤。

17. (本题满分 12 分)

已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $S_3 = \frac{7}{4}$, 且 $a_1, 2a_2, 4a_3$ 成等差数列。

(1) 求 a_n ;

(2) 若 $b_n = na_n$, 求数列 $\{b_n\}$ 前 n 项和 T_n 。

18. (本题满分 12 分)

2022 年 9 月 3 日至 2022 年 10 月 8 日, 因为疫情, 贵阳市部分高中学生只能居家学习, 为了监测居家学习效果, 某校在恢复正常教学后举行了一次考试, 在考试中, 发现学生总体成绩相较疫情前的成绩有明显下降。为了解学生成绩下降的原因, 学校进行了问卷调查, 从问卷中随机抽取了 200 份学生问卷, 发现其中有 96 名学生成绩下降, 在这些成绩下降的学生中有 54 名学生属于“长时间使用手机娱乐”(每天使用手机娱乐 2 个小时以上)的学生。

(1) 根据以上信息, 完成下面的 2×2 列联表, 并判断能否有 99.5% 把握认为“成绩下降”与“长时间使用手机娱乐”有关?

	长时间使用手机娱乐	非长时间使用手机娱乐	合计
成绩下降			
成绩未下降			
合计	90		200

(2) 在被抽取的 200 名学生中“长时间使用手机娱乐”且“成绩未下降”的女生有 12 人, 现从“长时间使用手机娱乐”且“成绩未下降”的学生中按性别分层抽样抽取 6 人, 再从这 6 人中随机抽取 2 人进一步访谈, 求被访谈的两人为一男一女的概率.

参考公式: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n = a+b+c+d$.

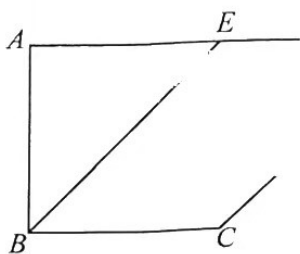
$P(K^2 > k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

19. (本题满分 12 分)

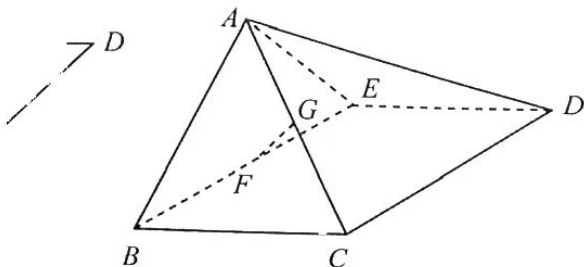
如图①, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AD \perp AB$, $AD = 2AB = 2BC$, E 为 AD 中点, 现沿 BE 将 $\triangle ABE$ 折起, 如图②, 其中 F, G 分别是 BE, AC 的中点.

(1) 求证: $FG \perp$ 平面 ACD ;

(2) 若 $AB = AC = \sqrt{2}$, 求点 B 到平面 ACE 的距离.



①



②

20. (本题满分 12 分)

椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右顶点 $A(\sqrt{2}, 0)$, 过椭圆右焦点的直线 l 与 C 交于

点 M, N , 当 l 垂直于 x 轴时 $|MN| = \sqrt{2}$.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 若直线 AM 与 y 轴交于 P 点, 直线 AN 与 y 轴交于 Q 点, 点 $S(\sqrt{2}+1, 0)$, 求证:

$PS \perp QS$.

21. (本题满分 12 分)

函数 $f(x) = x^3 + (a-1)x^2 - 3x + 1$.

(1) 当 $a=1$ 时, 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 若过原点 O 可作三条直线与 $f(x)$ 的图像相切, 求实数 a 的取值范围.

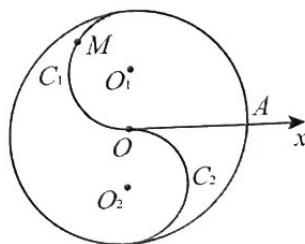
请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题记分. 作答时用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应题号的方框涂黑.

22. 选修 4-4: 坐标系与参数方程 (本题满分 10 分)

如图, 在极坐标系 Ox 中, 圆 O 的半径为 2, 半径均为 1 的两个半圆弧 C_1, C_2 所在圆的圆心分别为 $O_1(1, \frac{\pi}{2})$, $O_2(1, \frac{3\pi}{2})$, M 是半圆弧 C_1 上的一个动点.

(1) 若点 A 是圆 O 与极轴的交点, 求 $|MA|$ 的最大值;

(2) 若点 N 是射线 $\theta = \frac{\pi}{4}, (\rho \geq 0)$ 与圆 O 的交点, 求 $\triangle MON$ 面积的取值范围.



23. 选修 4-5: 不等式选讲 (本题满分 10 分)

已知 $a^2 + 4b^2 = 4$.

(1) 求 $a+b$ 的取值范围;

(2) 若 $a > 0, b > 0$, 求证: $\frac{1}{a} + \frac{1}{2b} \geq \sqrt{2}$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线