

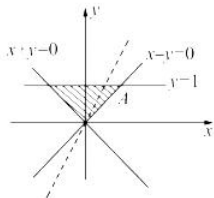
2023 届高三二轮复习联考(三) 全国卷

文科数学参考答案及评分意见

1.B 【解析】 $z = \frac{2-i}{1+i} = \frac{(2-i)(1-i)}{2} = \frac{1-i-2}{2}$ , 所以  $z = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$ , 故选 B.

2.A 【解析】 $A = \{x | -2 \leq x \leq 5\}$ ,  $B = \{y | y \leq 0\}$ , 所以  $A \cap B = [0, 5]$ , 故选 A.

3.D 【解析】可行域如图所示, 当直线  $y = 2x - z$  过点 A(1, 1) 时,  $z$  取得最大值 1, 故选 D.



4.B 【解析】设  $f(x) = \frac{1}{x} - \ln x - 1$ , 定义域为  $(0, +\infty)$ , 易知  $f(x)$  是单调递减函数, 又  $f(1) = 0$ , 所以当  $f(x) > 0$  时,  $x \in (0, 1)$ , 所以不等式的解集为  $(0, 1)$ , 故选 B.

5.D 【解析】对于 A, 在一个  $2 \times 2$  列联表中, 由计算得  $K^2$  的值,  $K^2$  的值越大, 两个变量有关的把握越大, 故 A 错误; 对于 B, 将数据从小到大排列: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 8, 中位数为  $\frac{4+5}{2} = 4.5$ , 故 B 错误; 对于 C, 将一组数据中的每个数据都加上同一个正数后, 方差不变, C 错误; 对于 D, 具有线性相关关系的两个变量  $x, y$  的相关系数为  $r$ , 则  $|r|$  越接近于 1,  $x$  和  $y$  之间的线性相关程度越强, 故 D 正确, 故选 D.

6.C 【解析】 $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = (\vec{CB} - \vec{CA}) \cdot (\vec{CB} - \vec{CA}) = -\vec{CB} \cdot \vec{CA} + \vec{CA} \cdot \vec{CA} = -a^2 \times \cos C + a^2 = a^2(1 - \cos C) = 8$ , 由余弦定理知,  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C = 2a^2(1 - \cos C) = 16$ , 所以  $c = 4$ , 故选 C.

7.C 【解析】易知圆心  $C(2, 2)$  关于直线  $x - y = 0$  的对称点为  $C'(-2, -2)$ , 设反射光线所在的直线斜率为  $k$ , 则反射光线所在的直线方程为  $kx - y - 2k - 2 = 0$ , 所以  $\frac{1+k-1}{\sqrt{1+k}} = \frac{2-2}{\sqrt{2}}$ , 整理得  $k - 1k + 1 = 0$ , 解得  $k = 2 + \sqrt{3}$  或  $k = 2 - \sqrt{3}$ , 故选 C.

8.C 【解析】由  $\sin(a + \beta) = 2\cos(a - \beta) = 0$  得  $\frac{\sin a \cos \beta + \cos a \sin \beta}{\cos a \cos \beta - \sin a \sin \beta} = 2$ , 即  $\frac{\tan a + \tan \beta}{1 - \tan a \tan \beta} = 2$ , 由  $\sin a \sin \beta = 2\cos a \cos \beta = 0$  得  $\tan a \tan \beta = -2$ , 所以  $\tan a + \tan \beta = 2$ , 故  $\tan(a + \beta) = \frac{\tan a + \tan \beta}{1 - \tan a \tan \beta} = \frac{2}{3}$ , 故选 C.

9.B 【解析】由题, 当  $1 < a < 2$  时, 输出的  $b \in \left(\frac{1}{2}, 1\right]$ ; 当  $1 < a < 2$  时, 输出的  $b \in \left(\frac{1}{1}, \frac{1}{2}\right]$ ; 当  $2 < a < 3$  时, 输出的  $b \in \left(\frac{1}{1}, \frac{1}{2}\right]$ ; 当  $1 < a < 16$  时, 输出的  $b \in \left(\frac{1}{1}, \frac{1}{2}\right]$ ; 综上, 当  $1 < a < 16$  时, 输出的  $b \in \left(\frac{1}{1}, \frac{1}{2}\right]$ , 所以输出的  $b \in \left(\frac{1}{1}, \frac{1}{2}\right]$  的概率  $P = \frac{15}{16}$ , 故选 B.

10.B 【解析】由题  $10^a + b = 2, 8, 10^a + b = 2, 6$ , 得  $10^a - 10^a = 0, 16 = 0$ , 解得  $10^a = 0, 2$  或  $10^a = 0, 8$ , 当  $10^a = 0, 2$  时,  $b = 2, 6$ ; 不合题意舍去, 当  $10^a = 0, 8$  时,  $b = 2$ , 所以  $y = 10^x + 2$ , 当  $x = 1$  时,  $y = 10^1 + 2 = 12, 0, 8 + 2 = 2 + \frac{2\sqrt{6}}{3} \approx 2, 894$ , 所以在上市第 1 个月时, 该款电子产品的售价约为 2.894 万元, 故选 B.

11.D 【解析】解法一: 设点 C 到平面 PAB 的距离为  $h$ , 则  $V_{P-ABC} = V_{C-PAB} = \frac{1}{3} S_{\triangle PAB} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot b = \frac{1}{6} b$ , 显然, 当 AC ⊥ 平面 PAB 时,  $b_{max} = AC = 1$ , 此时三棱锥 P-ABC 体积的最大值为  $\frac{1}{6}$ , 故选 D.

解法二: 因为平面 PAC ⊥ 平面 ABC, AB ⊥ AC, 所以 AB ⊥ 平面 PAC, 故 AB ⊥ PA, 设  $PA = x \left(\frac{1}{3} < x < 1\right)$ , 则  $\frac{1}{3} PA \cdot AB = \frac{1}{2}$ , 得  $AB = \frac{1}{x}$ , 设  $\angle PAC = \theta$  在  $\triangle PAC$  中,  $\cos \theta = \frac{x^2 + 1 - 1}{2 \cdot 1 \cdot x} = \frac{1 - 3x^2}{2x}$ , 所以  $\sin \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = \frac{1}{2x} \sqrt{-9x^2 + 10x - 1}$ , 所以  $S_{\triangle PAB} = \frac{1}{2} x \cdot \frac{1}{2x} \sqrt{-9x^2 + 10x - 1} = \frac{1}{4} \sqrt{-9x^2 + 10x - 1}$ ,  $V_{P-ABC} = V_{C-PAB} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{4} \sqrt{-9x^2 + 10x - 1} = \frac{1}{12}$

$\sqrt[3]{10 - \left(9x - \frac{1}{x}\right)} \leq \frac{1}{12} \sqrt[3]{10 - 2\sqrt[3]{90x^3} + \frac{1}{x^3}} = \frac{1}{6}$ , 当且仅当  $9x = \frac{1}{x}$ , 即  $x = \frac{\sqrt[3]{3}}{3}$  时等号成立, 所以三棱锥  $P-ABC$  体积的最大值为  $\frac{1}{6}$ , 故选 D.

12. D 【解析】  $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ , 因为  $f(0) = \frac{1}{2}$ ,  $f'(0) = 0$ , 所以  $\varphi = 2k\pi + \frac{5\pi}{6}$ ,  $k \in \mathbf{Z}$ , 又  $0 < \varphi < \pi$ , 所以  $\varphi = \frac{5\pi}{6}$ ,  $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{5\pi}{6}\right)$ , 当  $x \in [-\pi, \pi]$  时,  $\omega x + \frac{5\pi}{6} \in \left[\frac{5\pi}{6}, \omega\pi + \frac{5\pi}{6}\right]$ ,  $f(x) \in \left[-1, \frac{1}{2}\right]$ , 则  $\frac{3\pi}{2} \leq \omega\pi + \frac{5\pi}{6} \leq \frac{13\pi}{6}$ , 解得  $\frac{2}{3} \leq \omega \leq \frac{1}{3}$ , 故选 D.

13.  $\frac{2\pi}{3}$  【解析】  $(a-b) \cdot 3 = a \cdot b - 2a \cdot b = 3$ , 又  $a, b$  为单位向量, 所以  $1 - 2 \times 1 \times 1 = \cos \theta = 3$ , 所以  $\cos \theta = -\frac{1}{2}$ , 因为  $0 < \theta < \pi$ , 所以  $\theta = \frac{2\pi}{3}$ .

14.  $3\pi$  【解析】 设该圆锥的底面半径为  $r$ , 母线长为  $l$ , 则  $2\pi r = \pi l$ , 得  $l = 2r$ , 所以该圆锥的轴截面为正三角形, 又圆锥的内切球半径为 1, 所以轴截面正三角形的内切圆半径为 1, 故  $\frac{1}{2} \times 2r = 2r \times \sin \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} \times 6r = 1$ , 解得  $r = \frac{1}{3}$ , 所以圆锥的高  $h = \sqrt{l^2 - r^2} = 3$ , 故该圆锥的体积  $V = \frac{1}{3} \pi \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times 3 = \frac{\pi}{9}$ .

15.  $2x - y + 2\ln 2 - 1 = 0$  【解析】 由题  $f(x)$  为奇函数, 令  $x = 0$ , 则  $-x = 0$ , 所以  $f(-x) = e^{-x} - 1 = -f(x)$ , 所以, 当  $x = 0$  时,  $f(x) = 1 - e^{-x}$ , 此时  $f'(x) = e^{-x}$ , 因为  $\ln \frac{1}{2} < 0$ , 所以  $f'\left(\ln \frac{1}{2}\right) = e^{-\ln \frac{1}{2}} = 2$ , 又  $f\left(\ln \frac{1}{2}\right) = 1 - 1 = 0$ , 所以  $f(x)$  在  $x = \ln \frac{1}{2}$  处的切线方程为  $y - 0 = 2\left(x - \ln \frac{1}{2}\right)$ , 化简得  $2x - y + 2\ln 2 - 1 = 0$ .

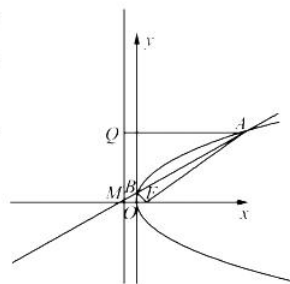
16. 0 【解析】 易知  $M$  为抛物线的准线与  $x$  轴的交点, 如图, 过点  $A$  作准线的垂线, 垂足为  $Q$ .

$\sin \alpha = \sin \angle AMF = \sin \angle MAQ = \frac{5}{13}$ , 故  $\cos \angle MAQ = \frac{12}{13} = \frac{|AQ|}{|AM|}$ , 由抛物线的性质可得

$|AQ| = |AF|$ , 所以  $\frac{|AF|}{|AM|} = \frac{12}{13}$ , 在  $\triangle AFM$  中, 由正弦定理可得:  $\frac{|AM|}{\sin \angle AFM} = \frac{|AF|}{\sin \angle AMF}$ ,

所以  $\sin \angle AFM = \frac{|AM|}{|AF|} \cdot \sin \angle AMF = \frac{13}{12} \cdot \frac{5}{13} = \frac{5}{12}$ , 同理可得  $\sin \angle BFM = \frac{5}{12}$ , 故  $\angle AFM$

$\angle BFM = \pi$ , 所以  $k = k = 0$ .



17. 【解析】 (1) 由题中统计表得  $\bar{x} = \frac{1}{5}(1+2+3+4+5) = 3$ ,

$$\bar{y} = \frac{1}{5}(38+32+30+27+23) = 30, \dots\dots\dots 1 \text{分}$$

$$\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = -35,$$

$$\sqrt{\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^5 (y_i - \bar{y})^2} = 6\sqrt{35}, \dots\dots\dots 3 \text{分}$$

$$\text{则 } r = \frac{\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^5 (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{-35}{6\sqrt{35}} = -\frac{\sqrt{35}}{6} \approx -0.987, \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

因为  $|r| = 0.987$ , 所以比重  $y$  与年份  $x$  的相关性较强.  $\dots\dots\dots 5 \text{分}$

(2) 由(1)得  $\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = -35$ ; 又  $\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2 = 10$ ,

$$\text{所以 } \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2} = \frac{-35}{10} = -3.5, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x} = 10.5, \dots\dots\dots 8 \text{分}$$

故  $y$  关于  $x$  的线性回归方程为  $\hat{y} = -3.5x + 10.5$ .  $\dots\dots\dots 9 \text{分}$

(3) 由题意得 2023 年对应的年份代码  $x = 7$ .  $\dots\dots\dots 10 \text{分}$

代入  $\bar{x} = 3.5$ ,  $\bar{y} = 40.5$ , 得  $\bar{y} = 3.5 \times 7 + 10.5 = 16$ .

所以预测 2023 年该家庭食品支出占总消费的比重为 16%. .....

18.(1)解:解法一:由题,  $a_1 + a = 1$ ,  $2a = \left(1 + \frac{1}{n}\right)a$ , 即  $a = \frac{1}{n}$ .

由 1 2 得  $a = a + \frac{1}{2}$ .

由  $2a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)a_n$ , 得  $\frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{n}$ . .....

所以  $a_n = a_{n-1} \cdot \frac{a_{n-1}}{a_n} \cdot \frac{a_{n-2}}{a_{n-1}} \cdots \frac{a_2}{a_1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \cdot \frac{2}{1} \cdot \frac{3}{2} \cdots \frac{n}{n-1} = \frac{n}{2^n}$ . .....

所以数列  $\{a_n\}$  的通项公式为  $a_n = \frac{n}{2^n}$ . .....

解法二:(1)由题,  $a_n + a = 1$  且  $2a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)a_n$ , 即  $a_1 = a = \frac{1}{2}$ .

由 1 2 得  $a = a + \frac{1}{2}$ . .....

由  $a_n = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{n}\right)a_n = \frac{1}{2} \left(\frac{n+1}{n}\right)a_n$ ,

得  $\frac{a_n}{n+1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a_n}{n}$ . .....

所以数列  $\left\{\frac{a_n}{n}\right\}$  是以  $\frac{1}{2}$  为首项,  $\frac{1}{2}$  为公比的等比数列,  $\frac{a_n}{n} = \frac{1}{2^n}$ .

所以数列的通项公式为  $a_n = \frac{n}{2^n}$ . .....

(2)证明:由(1)知  $S_n = 1 + \frac{1}{2} + 2 + \frac{1}{2} + 3 + \frac{1}{2} + \cdots + n \times \frac{1}{2^n}$ .

所以  $\frac{1}{2}S_n = 1 + \frac{1}{2} + 2 + \frac{1}{2} + 3 + \frac{1}{2} + \cdots + (n-1) \times \frac{1}{2^{n-1}}$ . .....

两式作差得:  $\frac{1}{2}S_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{2} - \frac{n}{2^n} = \frac{1}{2} \left(\frac{1 - \frac{1}{2^n}\right)}{1 - \frac{1}{2}} - \frac{n}{2^n}$ .

所以  $S_n = 2 - \frac{n+2}{2^n}$ . .....

因为  $n \in \mathbb{N}^*$ , 所以  $\frac{n+2}{2^n} > 0$ .

所以  $S_n < 2$ . .....

19.(1)证明:因为  $CE \perp AD$ , 所以  $CE \perp AE, CE \perp PE$ , 又  $PE \cap AE = E, PE, AE \subset$  平面  $PAE$ ,

所以  $CE \perp$  平面  $PAE, CE \subset$  平面  $ABCE$ , 所以平面  $ABCE \perp$  平面  $PAE$ . .....

在梯形  $ABCD$  中,  $DE = \frac{1}{2}CD = CE = 2$ , 所以  $AE = 2$ .

所以在四棱锥  $P-ABCE$  中,  $PE = AE = 2$ .

因为  $\angle PEA = \frac{\pi}{3}$ , 所以  $\triangle PAE$  为正三角形.

取  $AE$  中点  $O$ , 连接  $PO, OB, OC$ , 易得  $PO \perp AE, OB \perp AE$ .

由面面垂直的性质可得  $PO \perp$  平面  $ABCE$ .

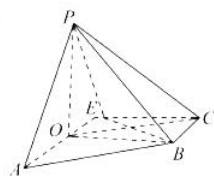
所以  $PO \perp BE$ . .....

又  $BC \perp CE = OE = 1, CE \perp AE, CE \perp BC$ , 所以四边形  $OBCE$  为正方形, 所以  $BE \perp OC$ .

又  $OC \cap PO = O, OC, PO \subset$  平面  $POC$ .

所以  $BE \perp$  平面  $POC$ . .....

因为  $PC \subset$  平面  $POC$ ,



所以  $BE \perp PC$ . ..... 5分

(2)解:由(1)知  $PO \perp$  平面  $ABCE$ ,  $\triangle PAE$  为直角三角形,且  $AE=2$ ,故  $PO=\sqrt{3}$ .

$$\text{又 } S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2}BC \cdot CE = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{2},$$

$$\text{所以 } V_{E-ABC} = \frac{1}{3}S_{\triangle ABE} \cdot PO = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{6}. \dots\dots\dots 7分$$

易知  $PA=2, AB=\sqrt{2}, PB=\sqrt{PO^2+BO^2}=2$ .

$$\text{由余弦定理得: } \cos \angle APB = \frac{3}{4}, \text{ 所以 } \sin \angle APB = \frac{\sqrt{7}}{4}.$$

$$\text{所以 } S_{\triangle APB} = \frac{1}{2}PA \cdot PB \sin \angle APB = \frac{\sqrt{7}}{2}. \dots\dots\dots 9分$$

设点  $C$  到平面  $PAB$  的距离为  $d$ .

$$\text{则 } V_{P-ABC} = V_{C-PAB} = \frac{1}{3}S_{\triangle PAB} \cdot d = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{7}}{2}d = \frac{\sqrt{7}}{6}. \dots\dots\dots 11分$$

$$\text{解得 } d = \frac{\sqrt{21}}{7}.$$

$$\text{所以点 } C \text{ 到平面 } PAB \text{ 的距离为 } \frac{\sqrt{21}}{7}. \dots\dots\dots 12分$$

20.解:(1) $f(x)$  的定义域为  $(0, +\infty)$ , 当  $a=1$  时,  $f(x) = x - 2\ln x - b$ ,

$$f'(x) = 2x - \frac{2}{x} = \frac{2(x^2-1)}{x}, \text{ 当 } 0 < x < 1 \text{ 时, } f'(x) < 0, f(x) \text{ 单调递减,}$$

当  $x > 1$  时,  $f'(x) > 0, f(x)$  单调递增, ..... 2分

所以  $f(x)$  在  $x=1$  处取得极小值  $f(1) = 1-b$ , 这个极小值即为最小值,

$$\text{所以 } 1-b=2, \text{ 解得 } b=-1.$$

故实数  $b$  的值为  $-1$ . ..... 4分

$$(2)f(x) \text{ 的定义域为 } (0, +\infty), f'(x) = 2x - \frac{2a}{x} = \frac{2(x^2-a)}{x},$$

显然  $a=0$  不合题意,

$$a > 0 \text{ 时, 令 } f'(x) = 0, \text{ 得 } x = \sqrt{a} > 0 \text{ 或 } x = -\sqrt{a} < 0 \text{ (舍),}$$

所以  $f(x)$  在  $(0, \sqrt{a})$  上单调递减, 在  $(\sqrt{a}, +\infty)$  上单调递增,

$$\text{所以 } f(x) \geq f(\sqrt{a}) = a - a \ln a - a = b. \dots\dots\dots 6分$$

若  $f(x)$  恰有一个零点, 则  $a - a \ln a - a = b = 0$ , 即方程  $b = \frac{1}{a} - \frac{\ln a}{a}$  有解, ..... 8分

$$\text{设 } g(a) = \frac{1}{a} - \frac{\ln a}{a} (a > 0), g'(a) = \frac{-2 + \ln a}{a^2}.$$

当  $0 < a < e$  时,  $g'(a) < 0, g(a)$  单调递减; 当  $a > e$  时,  $g'(a) > 0, g(a)$  单调递增.

所以  $g(a)$  在  $a=e$  处取得极小值  $g(e) = \frac{1}{e}$ , 这个极小值即为最小值, ..... 10分

$$\text{又 } g(e) = 0, g(e) = \frac{2}{e},$$

所以实数  $b$  的取值范围为  $[-\frac{1}{e}, \frac{2}{e}]$ . ..... 12分

21.解:(1)设椭圆的焦距为  $2c(c > 0)$ , 则  $\frac{c}{a} = \frac{1}{2}, 1$

$$\text{将 } x=1 \text{ 代入椭圆方程得: } \frac{c^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \text{ 解得 } y = \pm \frac{b}{a}, \text{ 所以 } \frac{2b}{a} = 3, \text{ ②} \dots\dots\dots 2分$$

$$\text{又 } a = b + c, \text{ ③}$$

$$\text{综合①②③解得: } a = 2, b = \sqrt{3}, c = 1.$$

所以椭圆  $M$  的方程为  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ . ..... 1 分

(2) 存在. .... 5 分

设  $P(m, 0), A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ , 直线  $l: x - ny = 1$ .

联立方程: 
$$\begin{cases} \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1, \\ x - ny = 1, \end{cases}$$
 得  $(3n^2 + 4)y^2 - 6ny - 3 = 0$ .

所以  $x_1 = \frac{6n}{3n^2 + 4}, x_2 = \frac{-6n}{3n^2 + 4}$ . ..... 7 分

$\vec{PA} = (x_1 - m, y_1), \vec{PB} = (x_2 - m, y_2)$ .

$\vec{PA} \cdot \vec{PB} = (x_1 - m)(x_2 - m) + y_1 y_2 = x_1 x_2 - m(x_1 + x_2) + m^2 + y_1 y_2$

$= (x_1 + x_2)(x_1 x_2 - m) + y_1 y_2 = (x_1 + x_2)(-m) + y_1 y_2$

$= (3n^2 + 4)y_1 y_2 - 6nm - 6n(0) = (3n^2 + 4)y_1 y_2 - 6nm - 6n$ . ..... 9 分

$= \frac{6(3n^2 + 4)(-3n)}{3n^2 + 4} - 6nm - 6n = \frac{-18n(3n^2 + 4) - 6nm - 6n}{3n^2 + 4}$

$= \frac{-18n(3n^2 + 4) - 6nm - 6n}{3n^2 + 4} = \frac{-54n^3 - 72n - 6nm - 6n}{3n^2 + 4} = \frac{-54n^3 - 78n - 6nm}{3n^2 + 4}$ . ..... 10 分

当  $8m + 11 = 0$ , 即  $m = -\frac{11}{8}$  时,  $\vec{PA} \cdot \vec{PB}$  为定值  $-\frac{135}{64}$ .

所以存在点  $P(-\frac{11}{8}, 0)$ , 使得  $\vec{PA} \cdot \vec{PB}$  为定值. .... 12 分

22. 解: (1) 由  $\rho + 3\rho \sin \theta = 1$  可得:  $\rho \cos \theta + 3\rho \sin \theta = 1$ . ..... 2 分

将  $x = \rho \cos \theta, y = \rho \sin \theta$  代入得:  $x + 3y = 1$ .

所以曲线  $C_1$  的直角坐标方程为  $\frac{x}{4} + y = 1$ . ..... 4 分

(2) 将  $\begin{cases} x = 2\sqrt{2} + t \cos \alpha, \\ y = t \sin \alpha \end{cases}$  代入  $\frac{x}{4} + y = 1$  得:  $(\cos \alpha + 4 \sin \alpha)t + 4\sqrt{2} \cos \alpha + 4 = 0$ .

$\Delta = 32 \cos^2 \alpha - 4(\cos \alpha + 4 \sin \alpha)^2 = 0$ . ..... 7 分

整理得  $\cos \alpha = 4 \sin \alpha = 0$ , 即  $(\cos \alpha - 2 \sin \alpha)(\cos \alpha + 2 \sin \alpha) = 0$ .

得  $\cos \alpha = 2 \sin \alpha$  或  $\cos \alpha = -2 \sin \alpha$ . ..... 9 分

得  $\tan \alpha = \frac{1}{2}$  或  $\tan \alpha = -\frac{1}{2}$ .

所以直线  $l$  的斜率为  $\frac{1}{2}$  或  $-\frac{1}{2}$ . ..... 10 分

23. 解: (1) 当  $a = 0$  时, 不等式的解集为  $\mathbb{R}$ , 不合题意;

当  $a > 0$  时, 不等式的解集为  $(0, 1)$ , 不合题意; ..... 2 分

当  $a < 0$  时,  $-a < 2$ ,  $-a < 3a$ , 即  $0 < a < \frac{1}{2}$ ;

因为不等式的解集为  $(\frac{1}{2}, 1)$ , 所以  $a = 1$ . ..... 4 分

(2) 由 (1) 知,  $m + n = 1$ , 设  $m = 2a - p, 2m + n = q$ .

则  $p + q = 3m + 5n = 12$ . ..... 6 分

$\frac{1}{m + 2n} + \frac{1}{2m + n} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{12} \left( \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \right) (p + q)$  ..... 8 分

$= \frac{1}{12} \left( 2 + \frac{q}{p} + \frac{p}{q} \right) = \frac{1}{12} \left( 2 + 2\sqrt{\frac{q}{p} \cdot \frac{p}{q}} \right) = \frac{1}{3}$ .

当且仅当  $p = q$  即  $m = n = 2$  时, 等号成立.

所以  $\frac{1}{m + 2n} + \frac{1}{2m + n}$  的最小值为  $\frac{1}{3}$ . ..... 10 分

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线

