高三数学(理科)

考生注意：

1. 本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分，共150分. 考试时间120分钟.
2. 请将各题答案填写在答题卡上.
3. 本试卷主要考试内容：高考全部内容.

第Ⅰ卷

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分. 在每小题给出的四个选项中，只有一个选项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x|x^2-2x-8<0\}$，$B=\{-4,-2,0,2,4\}$，则 $A\cap B=$

A. $\{-2,0\}$　　B. $\{-4,-2,0,2\}$

C. $\{0,2\}$　　D. $\{-2,0,2,4\}$

2. 已知复数 $z=-1+\sqrt{3}i$，则 $z^2=$

A. $-2-2\sqrt{3}i$　　B. $-2+2\sqrt{3}i$

C. $4-2\sqrt{3}i$　　D. $4+2\sqrt{3}i$

3. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $a_3+a_9=a_5+5$，则 $S_{13}=$

A. 35　　B. 65　　C. 95　　D. 130

4. 函数 $f(x)=\sqrt{5}\cos(3x+\frac{\pi}{6})$ 图象的对称中心是

A. $(k\pi+\frac{\pi}{9},\sqrt{5})(k\in\mathbf{Z})$　　B. $(k\pi+\frac{\pi}{9},0)(k\in\mathbf{Z})$

C. $(\frac{k\pi}{3}+\frac{\pi}{9},\sqrt{5})(k\in\mathbf{Z})$　　D. $(\frac{k\pi}{3}+\frac{\pi}{9},0)(k\in\mathbf{Z})$

5. 青少年近视问题已经成为我国面临的重要社会问题. 已知某校有小学生3600人，有初中生2400人，为了解该校学生的近视情况，用分层抽样的方法从该校的所有学生中随机抽取120名进行视力检查，则小学生应抽取的人数与初中生应抽取的人数的差是

A. 24　　B. 48　　C. 72　　D. 96

6. 已知某圆柱的轴截面是正方形，且该圆柱的侧面积是 4π，则该圆柱的体积是

A. 2π　　B. 4π　　C. 8π　　D. 12π

7. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中，a_2,a_8 是方程 $x^2-10x+9=0$ 的两个根，则 $a_5=$

A. 3　　B. 3或 $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. ±3

8. 2020年11月24日4时30分，我国在文昌航天发射场用长征五号运载火箭成功发射嫦娥五号，12月17日凌晨，嫦娥五号返回器携带月球样品在内蒙古四子王旗预定区域安全着陆，使得“绕、落、回”三步探月规划完美收官，这为我国未来月球与行星探测奠定了坚实基础. 若在

不考虑空气阻力和地球引力的理想状态下，可以用公式 $v=v_0\cdot\ln\frac{M}{m}$ 计算火箭的最大速度 v(m/s)，其中 v_0(m/s)是喷流相对速度，m(kg)是火箭(除推进剂外)的质量，M(kg)是推进剂与火箭质量的总和，$\frac{M}{m}$称为“总质比”. 若 A 型火箭的喷流相对速度为 1000 m/s，当总质比为 500 时，A 型火箭的最大速度约为($\lg e\approx 0.434$，$\lg 2\approx 0.301$)

A. 4890 m/s　　B. 5790 m/s　　C. 6219 m/s　　D. 6825 m/s

9. 已知 F_1，F_2 是椭圆 $C:\frac{x^2}{4}+y^2=1$ 的左、右焦点，点 D 在椭圆 C 上，$\angle F_1DF_2=120°$，点 O 为坐标原点，则 $|OD|=$

A. 1　　B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$　　D. $\frac{3}{2}$

10. 已知函数 $f(x)=\log_2(-x^2-mx+16)$ 在 $[-2,2]$ 上单调递减，则 m 的取值范围是

A. $[4,+\infty)$　　B. $(-6,6)$　　C. $(-6,4]$　　D. $[4,6)$

11. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1，F_2，过 F_1 作与其中一条渐近线平行的直线与 C 交于点 A，若 $\triangle AF_1F_2$ 为直角三角形，则双曲线 C 的离心率为

A. $\sqrt{5}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. $\sqrt{2}$　　D. 2

12. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{3}x^2+3x+\frac{a}{x}+1, & x<0,\\ 2\ln x+x, & x>0,\end{cases}$ 若关于 x 的方程 $f(x)+f(-x)=0$ 有 4 个不同的实数根，则实数 a 的取值范围为

A. $(-1,0)$　　B. $(-\frac{2}{3},0)$　　C. $(0,\frac{1}{2})$　　D. $(0,\frac{2}{3})$

第Ⅱ卷

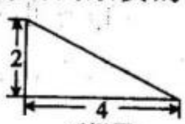
二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 把答案填在答题卡上.

13. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(2,m)$，$\boldsymbol{b}=(1,-3)$，若 $(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{b}$，则 $m=$___▲___.

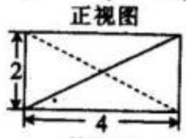
14. 设 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x-y\geqslant 1,\\ x+2y-2\geqslant 0,\\ 3x+y\leqslant 11,\end{cases}$ 则 $z=2x+y$ 的最大值是___▲___.

15. 桂林是世界著名的风景旅游城市和中国历史文化名城，号称“桂林山水甲天下”，每年都会迎来无数游客. 甲同学计划今年暑假去桂林游玩，准备在“印象刘三姐”“漓江游船”“象山景区”“龙脊梯田”这 4 个景点中任选 2 个游玩. 已知“印象刘三姐”的门票为 195 元/位，“象山景区”的门票为 35 元/位，其他 2 个景点的门票均为 95 元/位，则甲同学所需支付的门票费的期望值为___▲___元.

16. 某三棱锥的正视图和俯视图如图所示，已知该三棱锥的各顶点都在球 O 的球面上，过该三棱锥最短的棱的中点作球 O 的截面，截面面积最小为___▲___.



正视图



俯视图

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

(一)必考题：共 60 分.

17. (12 分)

某公司为了解服务质量，随机调查了 100 位男性顾客和 100 位女性顾客，每位顾客对该公司的服务质量进行打分. 已知这 200 位顾客所打分数均在[25,100]之间，根据这些数据得到如下的频数分布表：

顾客所打分数	[25,40)	[40,55)	[55,70)	[70,85)	[85,100]
男性顾客人数	4	6	10	30	50
女性顾客人数	6	10	24	40	20

(1)求这 200 位顾客所打分数的平均值(同一组数据用该组区间的中点值为代表).

(2)若顾客所打分数不低于 70 分，则该顾客对公司服务质量的态度为满意；若顾客所打分数低于 70 分，则该顾客对公司服务质量的态度为不满意. 根据所给数据，完成下列 2×2 列联表，并根据列联表，判断是否有 99%的把握认为顾客对公司服务质量的态度与性别有关?

	满意	不满意
男性顾客		
女性顾客		

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，

$P(K^2\geqslant k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

18. (12 分)

在△ABC 中，内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，且 $2b\cos A=2c-a$.

(1)求角 B；

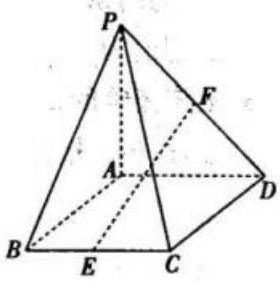
(2)若 $a=4, b=2\sqrt{7}$，求边 BC 上的中线 AD 的长.

19. (12 分)

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PA\perp$平面 $ABCD$，底面 $ABCD$ 是菱形，$\angle ABC=60°$. 点 E,F 分别在棱 BC,PD 上(不包含端点)，且 $PF:DF=BE:CE$.

(1)证明：$EF\parallel$平面 PAB.

(2)若 $PA=\sqrt{2}AB$，求二面角 $B-PC-D$ 的余弦值.



20.(12分)

已知抛物线 $C: x^2=2py(p>0)$ 的焦点为 F，点 P 为抛物线 C 上一点，点 P 到 F 的距离比点 P 到 x 轴的距离大 1. 过点 P 作抛物线 C 的切线，设其斜率为 k_0.

(1)求抛物线 C 的方程；

(2)直线 $l: y=kx+b$ 与抛物线 C 相交于不同的两点 A，B(异于点 P)，若直线 AP 与直线 BP 的斜率互为相反数，证明：$k+k_0=0$.

21.(12分)

已知函数 $f(x)=\dfrac{ax^2-1}{e^x}$，$a\in\mathbf{R}$.

(1)若 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上是增函数，求 a 的取值范围.

(2)证明：当 $a\geqslant 2$ 时，$f(x)+\dfrac{x}{e^x}+\sqrt{e}\geqslant 0$.

(二)选考题：共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做，则按所做的第一题计分.

22.[选修 4—4：坐标系与参数方程](10分)

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程是 $\begin{cases}x=2\cos\alpha,\\ y=\sin\alpha\end{cases}$ (α 为参数)，以坐标原点为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程为 $\rho\cos\theta-2\rho\sin\theta=3\sqrt{2}$.

(1)求直线 l 的直角坐标方程和曲线 C 的普通方程；

(2)若点 P 在曲线 C 上，求点 P 到直线 l 的距离的最大值.

23.[选修 4—5：不等式选讲](10分)

设函数 $f(x)=|x+a|+|x-3|$.

(1)当 $a=2$ 时，求不等式 $f(x)\leqslant 7$ 的解集；

(2)若 $f(x)\geqslant 1$，求 a 的取值范围.

高三数学参考答案(理科)

1. C　$A=\{x|x^2-2x-8<0\}=\{-2<x<4\}$,则 $A\cap B=\{0,2\}$.

2. A　由题意可得 $z^2=(-1+\sqrt{3}i)^2=1-2\sqrt{3}i+(\sqrt{3}i)^2=-2-2\sqrt{3}i$.

3. B　由等差数列的性质可知 $a_3+a_9=a_5+a_7$,则 $a_7=5$,故 $S_{13}=13a_7=65$.

4. D　令 $3x+\frac{\pi}{6}=k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$,解得 $x=\frac{k\pi}{3}+\frac{\pi}{9}(k\in\mathbf{Z})$,则 $f(x)$图象的对称中心为$(\frac{k\pi}{3}+\frac{\pi}{9},0)(k\in\mathbf{Z})$.

5. A　由题意可知小学生应抽取的人数是$\frac{3600}{3600+2400}\times120=72$ 人,中学生应抽取的人数是 $120-72=48$ 人,则小学生应抽取的人数与中学生的人数的差是 $72-48=24$ 人.

6. A　设该圆柱的高为 h,底面圆的半径为 r,则 $h=2r$,$2\pi rh=4\pi$,从而 $r=1$,$h=2$,故该圆柱的体积是 $\pi r^2h=2\pi$.

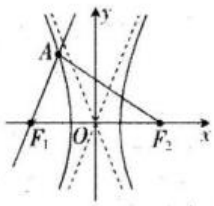
7. D　因为 a_2,a_8 是方程 $x^2-10x+9=0$ 的两个根,所以$\begin{cases}a_2+a_8=10,\\a_2a_8=9,\end{cases}$因为 $a_5^2=a_2a_8=9$,所以 $a_5=\pm3$.

8. C　$v=v_0\ln\frac{M}{m}=1000\times\ln500=1000\times\frac{\lg500}{\lg e}=1000\times\frac{3-\lg2}{\lg e}\approx6219$ m/s.

9. A　设$|DF_2|=m$,由椭圆的定义可得$|DF_1|=4-m$,由余弦定理可得$|F_1F_2|^2=|DF_1|^2+|DF_2|^2-2|DF_1|\cdot|DF_2|\cos\angle F_1DF_2$,即 $m^2+(4-m)^2-2m(4-m)\times(-\frac{1}{2})=12$,即 $m^2-4m+4=0$,解得 $m=2$,所以$|DF_1|=|DF_2|=2$,即点 D 与椭圆 C 的上顶点重合,所以$|OD|=1$.

10. D　由题意可得$\begin{cases}-4-2m+16>0,\\-\frac{m}{2}\leqslant-2,\end{cases}$　解得 $4\leqslant m<6$.

11. A　如图,设$|AF_2|=m$,$|AF_1|=n$,由题意可得$\begin{cases}m-n=2a,\\\frac{m}{n}=\frac{b}{a},\\m^2+n^2=4c^2,\end{cases}$　解得 $b=2a$,则 $e=\sqrt{\frac{c^2}{a^2}}=\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}=\sqrt{5}$.



12. B　构造函数 $g(x)=f(x)+f(-x)$,由题可知 $g(x)$的定义域为$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$,且 $g(x)=g(-x)$,即$g(x)$是偶函数,故关于 x 的方程 $f(x)\cdot f(-x)=0$ 有 4 个不同的实数根等价于 $g(x)$在$(0,+\infty)$上有 2 个零点. 当 $x>0$ 时,$g(x)=2\ln x+\frac{1}{3}x^2-2x-\frac{a}{x}+1$,则 $g(x)=0$ 等价于 $a=2x\ln x+\frac{1}{3}x^3-2x^2+x$. 令$h(x)=2x\ln x-2x^2+\frac{1}{3}x^3+x$,则 $h'(x)=2\ln x-4x+x^2+3$. 令 $\varphi(x)=2\ln x-4x+x^2+3$,则 $\varphi'(x)=\frac{2}{x}+2x-4\geqslant0$ 且不恒等于 0,故 $\varphi(x)$在区间$(0,+\infty)$上单调递增. 又 $\varphi(1)=0$,所以 $h(x)$在区间$(0,1)$上单调递减,在区间$(1,+\infty)$上单调递增,即 $h(x)$在 $x=1$ 处取得极小值且 $h(1)=-\frac{2}{3}$. 当 $x\to0$ 时,$h(x)\to0$;当 $x\to+\infty$时,$h(x)\to+\infty$. 故当$-\frac{2}{3}<a<0$ 时,关于 x 的方程 $h(x)=a$ 在区间$(0,+\infty)$上有两个不同的实数根,即关于 x 的方程 $f(x)+f(-x)=0$ 有 4 个不同的实数根.

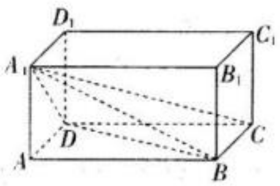
13. -1　由题意可得 $2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=(3,2m+3)$. 因为$(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{b}$,所以$(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{b}=3-3(2m+3)=0$,解得 $m=-1$.

14. 8　画出可行域(图略),当直线 $z=2x+y$ 过点$(3,2)$时,z 取最大值,且最大值是 8.

15. 210　由题可知,甲同学所需支付的门票费的期望值为$\frac{1}{6}\times(230+290+290+190+130+130)=210$ 元.

16. π　由正视图和俯视图在长方体中还原出三棱锥的直观图如图所示,该三棱锥的各顶点都在球 O 的表面

上，即球 O 为三棱锥 A_1-BCD 的外接球，球 O 也是长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的外接球. 设球 O 的半径为 R，则 $(2R)^2=2^2+2^2+4^2$，解得 $R=\sqrt{6}$. 由三棱锥的直观图可得最短棱为 BC，设 BC 的中点为 E，$OE=\frac{1}{2}A_1B=\frac{1}{2}\times\sqrt{2^2+4^2}=\sqrt{5}$，当截面面积最小时，$OE\perp$ 截面，设截面圆半径为 r，则 $r^2+OE^2=R^2$，解得 $r=1$，此时，截面面积为 $\pi r^2=\pi$.



17. 解：(1)由题可知，这 200 位顾客所打分数的平均值为 $\dfrac{10\times\frac{65}{2}+16\times\frac{95}{2}+34\times\frac{125}{2}+70\times\frac{155}{2}+70\times\frac{185}{2}}{200}=75.55$， ………………………… 3 分

故这 200 位顾客所打分数的平均值为 75.55. ………………………… 5 分

(2)根据所给数据，可得 2×2 列联表：

	满意	不满意
男性顾客	80	20
女性顾客	60	40

………………………… 7 分

根据列联表得 $K^2=\dfrac{200\times(80\times40-20\times60)^2}{100\times100\times140\times60}\approx9.524$. ………………………… 10 分

因为 $9.524>6.635$，所以有 99%的把握认为顾客对公司服务质量的态度与性别有关. ………… 12 分

18. 解：(1)因为 $2b\cos A=2c-a$，所以 $2b\times\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=2c-a$，即 $a^2+c^2-b^2=ac$. ………… 2 分

由余弦定理可得 $\cos B=\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\dfrac{1}{2}$. ………………………… 4 分

因为 $0<B<\pi$，所以 $B=\dfrac{\pi}{3}$. ………………………… 6 分

(2)由(1)可知 $B=\dfrac{\pi}{3}$. ………………………… 7 分

由余弦定理可得 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$，则 $28=16+c^2-4c$，解得 $c=6$. ………………………… 9 分

在△ABD 中，$AB=6$，$BD=\dfrac{1}{2}BC=2$，$\angle ABD=60^\circ$，

则 $AD^2=AB^2+BD^2-2AB\cdot BD\cos\angle ABD=36+4-2\times6\times2\times\dfrac{1}{2}=28$. ………………………… 11 分

故 $AD=2\sqrt{7}$. ………………………… 12 分

19. (1)证明：过点 F 作 $HF/\!/AD$，$HF\cap PA=H$，连接 BH.

因为 $HF/\!/AD$，所以 $\dfrac{HF}{AD}=\dfrac{PF}{PD}$. ………………………… 1 分

因为 $PF:DF=BE:CE$，所以 $\dfrac{PF}{PD}=\dfrac{BE}{BC}$，所以 $\dfrac{HF}{AD}=\dfrac{BE}{BC}$. ………………………… 3 分

因为四边形 $ABCD$ 是菱形，所以 $BC/\!/AD$，且 $BC=AD$.

所以 $HF/\!/BE$，且 $HF=BE$，所以四边形 $BEFH$ 是平行四边形，则 $EF/\!/BH$. ………………… 5 分

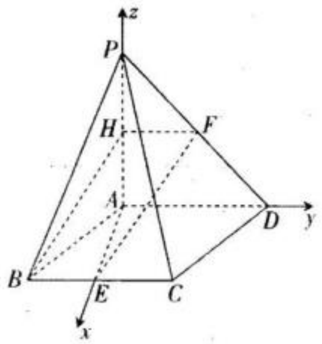
因为 $BH\subset$平面 PAB，$EF\not\subset$平面 PAB，所以 $EF/\!/$平面 PAB. ………………………… 6 分

(2)解：以 A 为原点，过 A 作垂直 AD 的直线为 x 轴，$\overrightarrow{AD}$，$\overrightarrow{AP}$的方向分别为 y，z 轴的正方向，建立如图所示的空间直角坐标系 $A-xyz$.

设 $AB=2$，则 $B(\sqrt{3},-1,0)$，$C(\sqrt{3},1,0)$，$D(0,2,0)$，$P(0,0,2\sqrt{2})$，从而$\overrightarrow{BC}=(0,2,0)$，$\overrightarrow{PC}=(\sqrt{3},1,-2\sqrt{2})$，$\overrightarrow{CD}=(-\sqrt{3},1,0)$. ………………………… 8 分

设平面 PBC 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x_1,y_1,z_1)$，

则 $\begin{cases} \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{PC}=\sqrt{3}x_1+y_1-2\sqrt{2}z_1=0, \\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BC}=2y_1=0, \end{cases}$ 令 $x_1=2\sqrt{2}$，得 $\boldsymbol{n}=(2\sqrt{2},0,\sqrt{3})$. …… 9 分



设平面 PCD 的法向量为 $\boldsymbol{m}=(x_2,y_2,z_2)$，

则 $\begin{cases} \boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{PC}=\sqrt{3}x_2+y_2-2\sqrt{2}z_2=0, \\ \boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{CD}=-\sqrt{3}x_2+y_2=0. \end{cases}$ 令 $x_2=2$，得 $\boldsymbol{m}=(2,2\sqrt{3},\sqrt{6})$. …… 10 分

设二面角 $B-PC-D$ 为 θ，由图可知 θ 为钝角，

故 $\cos\theta=-|\cos\langle\boldsymbol{n},\boldsymbol{m}\rangle|=-\left|\dfrac{\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{m}}{|\boldsymbol{n}||\boldsymbol{m}|}\right|=-\dfrac{4\sqrt{2}+0+3\sqrt{2}}{\sqrt{11}\times\sqrt{22}}=-\dfrac{7}{11}$. …… 12 分

20. (1)解：设点 $P(x_0,y_0)$，由点 P 到 F 的距离比点 P 到 x 轴的距离大 1，

可得 $|PF|=y_0+1$，…… 1 分

即 $y_0+\dfrac{p}{2}=y_0+1$，…… 2 分

所以 $p=2$，即抛物线 C 的方程为 $x^2=4y$. …… 3 分

(2)证明：设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，直线 AP 的斜率为 k_{AP}，直线 BP 的斜率为 k_{BP}，

则 $k_{AP}=\dfrac{y_1-y_0}{x_1-x_0}(x_1\neq x_0)$，$k_{BP}=\dfrac{y_2-y_0}{x_2-x_0}(x_2\neq x_0)$. …… 5 分

因为直线 AP 与直线 BP 的斜率互为相反数，

所以 $k_{AP}=-k_{BP}$，即 $\dfrac{y_1-y_0}{x_1-x_0}=-\dfrac{y_2-y_0}{x_2-x_0}$. …… 6 分

又点 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$ 均在抛物线上，

可得 $\dfrac{\frac{x_1^2}{4}-\frac{x_0^2}{4}}{x_1-x_0}=-\dfrac{\frac{x_2^2}{4}-\frac{x_0^2}{4}}{x_2-x_0}$，化简可得 $x_1+x_2=-2x_0$. …… 7 分

因为 $x_1^2=4y_1$，$x_2^2=4y_2$，所以 $x_1^2-x_2^2=4(y_1-y_2)$，即 $\dfrac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=\dfrac{x_1+x_2}{4}$，…… 8 分

故 $k=\dfrac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=-\dfrac{x_0}{2}$. …… 9 分

因为 $x^2=4y$，所以 $y=\dfrac{1}{4}x^2$，所以 $y'=\dfrac{1}{2}x$，…… 10 分

则 $k_0=\dfrac{1}{2}x_0$. …… 11 分

故 $k+k_0=0$. …… 12 分

21. (1)解：因为 $f(x)=\dfrac{ax^2-1}{e^x}$，所以 $f'(x)=\dfrac{-ax^2+2ax+1}{e^x}$. …… 1 分

由题意可知 $f'(x)\geqslant 0$ 在 $\mathbf{R}$ 上恒成立，即不等式 $ax^2-2ax-1\leqslant 0$ 在 $\mathbf{R}$ 上恒成立，…… 3 分

则 $a=0$ 或 $\begin{cases} a<0, \\ (2a)^2+4a\leqslant 0. \end{cases}$ …… 4 分

解得 $-1\leqslant a\leqslant 0$. …… 5 分

(2)证明：当 $a\geqslant 2$ 时，$f(x)+\dfrac{x}{e^x}+\sqrt{e}=\dfrac{ax^2+x-1}{e^x}+\sqrt{e}\geqslant\dfrac{2x^2+x-1}{e^x}+\sqrt{e}$. …… 7 分

设 $g(x)=\dfrac{2x^2+x-1}{e^x}+\sqrt{e}$，则 $g'(x)=\dfrac{-2x^2+3x+2}{e^x}=\dfrac{-(x-2)(2x+1)}{e^x}$. …… 8 分

由 $g'(x)<0$，得 $x<-\dfrac{1}{2}$ 或 $x>2$；由 $g'(x)>0$，得 $-\dfrac{1}{2}<x<2$.

则 $g(x)$ 在 $(-\infty,-\dfrac{1}{2})$ 和 $(2,+\infty)$ 上单调递减，在 $(-\dfrac{1}{2},2)$ 上单调递增. …… 9 分

因为当 $x>2$ 时，$g(x)>0$，所以 $g(x)\geqslant g(-\frac{1}{2})=\dfrac{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}-1}{e^{-\frac{1}{2}}}+\sqrt{e}=0$. ………… 11 分

即当 $a\geqslant 2$ 时，$f(x)+\frac{x}{e^x}+\sqrt{e}\geqslant 0$. ………… 12 分

22. 解：(1)由 $\begin{cases}x=2\cos\alpha,\\ y=\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$ 为参数），得 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$. 即曲线 C 的普通方程为 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$. ………… 2 分

由 $\rho\cos\theta-2\rho\sin\theta=3\sqrt{2}$，得 $x-2y=3\sqrt{2}$，

即直线 l 的直角坐标方程为 $x-2y-3\sqrt{2}=0$（或 $y=\frac{1}{2}x-\frac{3\sqrt{2}}{2}$）. ………… 4 分

(2)由题意可设 $P(2\cos\alpha,\sin\alpha)$， ………… 5 分

则点 P 到直线 l 的距离 $d=\dfrac{|2\cos\alpha-2\sin\alpha-3\sqrt{2}|}{\sqrt{5}}=\dfrac{|2\sqrt{2}\cos(\alpha+\frac{\pi}{4})-3\sqrt{2}|}{\sqrt{5}}$. ………… 7 分

因为 $-1\leqslant\cos(\alpha+\frac{\pi}{4})\leqslant 1$，所以 $-5\sqrt{2}\leqslant 2\sqrt{2}\cos(\alpha+\frac{\pi}{4})-3\sqrt{2}\leqslant-\sqrt{2}$，

所以 $\dfrac{\sqrt{10}}{5}\leqslant\dfrac{|2\sqrt{2}\cos(\alpha+\frac{\pi}{4})-3\sqrt{2}|}{\sqrt{5}}\leqslant\sqrt{10}$，即 $\dfrac{\sqrt{10}}{5}\leqslant d\leqslant\sqrt{10}$. ………… 9 分

故点 P 到直线 l 的距离的最大值为 $\sqrt{10}$. ………… 10 分

23. 解：(1)当 $a=2$ 时，$f(x)=|x+2|+|x-3|=\begin{cases}-2x+1,x<-2,\\ 5,-2\leqslant x\leqslant 3,\\ 2x-1,x>3.\end{cases}$ ………… 1 分

因为 $f(x)\leqslant 7$，所以 $\begin{cases}x<-2,\\ -2x+1\leqslant 7\end{cases}$ 或 $\begin{cases}-2\leqslant x\leqslant 3,\\ 5\leqslant 7\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x>3,\\ 2x-1\leqslant 7,\end{cases}$ ………… 2 分

解得 $-3\leqslant x<-2$ 或 $-2\leqslant x\leqslant 3$ 或 $3<x\leqslant 4$. ………… 4 分

故不等式 $f(x)\leqslant 7$ 的解集为 $[-3,4]$. ………… 5 分

(2)由题意可知 $f(x)=|x+a|+|x-3|\geqslant|x+a-x+3|=|a+3|$. ………… 7 分

因为 $f(x)\geqslant 1$，所以 $|a+3|\geqslant 1$， ………… 8 分

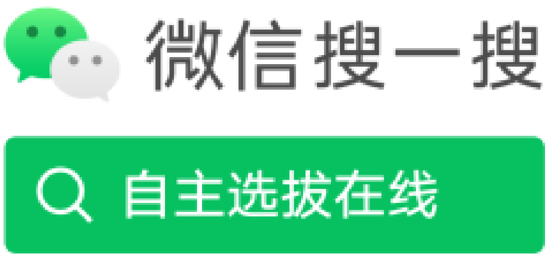
解得 $a\geqslant -2$ 或 $a\leqslant -4$. ………… 9 分

故 a 的取值范围为 $(-\infty,-4]\cup[-2,+\infty)$. ………… 10 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”,即可获取《高考考前必背知识点》