

秘密★启封并使用完毕前【考试时间：2023年9月19日下午15:00-17:00】

## 南充市高2024届高三适应性考试（零诊）

### 文科数学

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

$$\frac{2-3i}{i}$$

1. 已知  $i$  是虚数单位，则复数  $\frac{2-3i}{i}$  的模为 ( )

A. 5

B.  $\sqrt{13}$

C.  $\sqrt{5}$

D. 1

2. 已知集合  $A = \{x | (x-3)(x-7) \leq 0\}$ ,  $B = \left\{x \left| \frac{x-1}{x-4} < 0 \right. \right\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )

A.  $\{x | 1 < x \leq 7\}$

B.  $\{x | 1 < x < 4\}$

C.  $\{x | 3 \leq x < 4\}$

D.  $\{x | 3 \leq x \leq 7\}$

3. 已知  $a = \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{2}{5}}$ ,  $b = \left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{2}{5}}$ ,  $c = \log_{\frac{2}{5}} 2$ , 则 ( )

A.  $a < b < c$

B.  $b < a < c$

C.  $c < b < a$

D.  $c < a < b$

4. 已知幂函数  $f(x) = x^{\frac{m}{n}}$  ( $m, n \in \mathbb{Z}$ ), 下列能成为“ $f(x)$  是  $\mathbb{R}$  上的偶函数”的充分条件的是 ( )

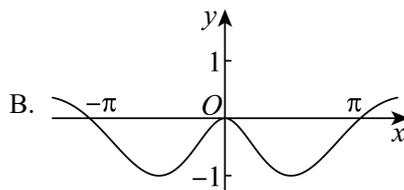
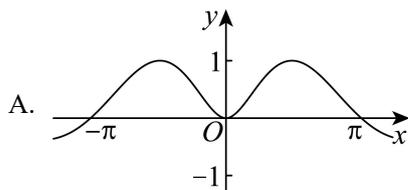
A.  $m = -3, n = 1$

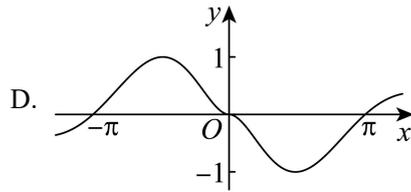
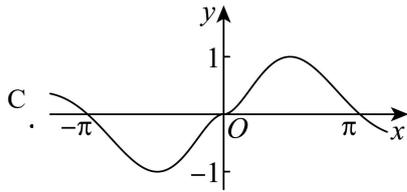
B.  $m = 1, n = 2$

C.  $m = 2, n = 3$

D.  $m = 1, n = 3$

5. 函数  $f(x) = \frac{x \sin x}{e^{|x|-1}}$  的图象大致为 ( )





6. 已知函数  $f(x) = 2\sin\left(\omega x + \frac{\pi}{3}\right)$  ( $\omega > 0$ ) 的最小正周期为  $\pi$ , 把函数  $f(x)$  的图象向右平

移  $\frac{\pi}{6}$  个单位长度, 所得图象对应函数解析式为 ( )

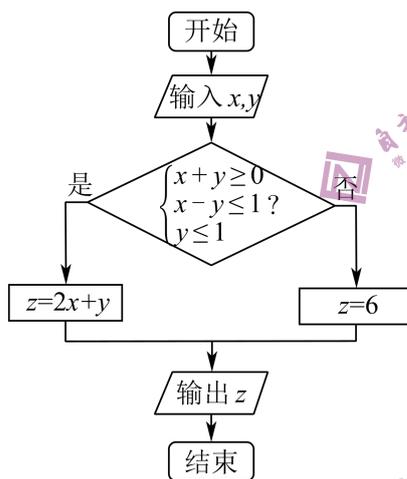
A.  $y = 2\sin 2x$

B.  $y = 2\cos 2x$

C.  $y = 2\sin\left(2x + \frac{2\pi}{3}\right)$

D.  $y = 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$

7. 执行如图所示的程序框图, 若输入的  $x, y \in \mathbf{R}$ , 则 ( )



A. 输出的  $z$  的最小值为  $\frac{1}{2}$ , 最大值为 5

B. 输出的  $z$  的最小值为  $\frac{1}{2}$ , 最大值为 6

6

C. 输出的  $z$  的最小值为 -1, 最大值为 5

D. 输出的  $z$  的最小值为 -1, 最大值为 6

6

8. 同时抛掷两颗质地均匀的骰子, 则两颗骰子出现的点数之和为 4 的概率为 ( )

A.  $\frac{1}{21}$

B.  $\frac{1}{12}$

C.  $\frac{1}{11}$

D.  $\frac{2}{21}$

9. 已知平面向量  $\vec{a}, \vec{b}$  满足  $|\vec{a}| = 2|\vec{b}| \neq 0, \vec{a} \perp (\vec{a} - 3\vec{b})$ , 则  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  夹角的正切值为 ( )

A.  $\frac{2}{3}$

B.  $\frac{\sqrt{5}}{2}$

C.  $\frac{\sqrt{5}}{3}$

D.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

10. 等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ,  $a_1 = 10, a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 20$ , 则  $S_n$  的最大值为( )

- A. 60                                      B. 50                                      C.  $\frac{121}{4}$                                       D. 30

11. 定义在  $\mathbf{R}$  上的奇函数  $f(x)$  满足  $f(x+1)$  是偶函数, 当  $x \in (0, 1]$  时,  $f(x) = 2\sin \frac{\pi}{2}x$ , 则  $f(2024) = ( )$

- A. -2                                      B. -1                                      C. 0                                      D. 2

12. 形如  $f(x) = ax + \frac{b}{x} (a, b > 0)$  的函数是中学数学常见的函数模型之一, 因其图象上半部分像极了老师批阅作业所用的“√”, 所以也称为“对勾函数”. 研究证明, 对勾函数可以看作是焦点在坐标轴上的双曲线绕原点旋转得到, 即对勾函数的图象是双曲线, 直线  $y = ax$  是它

的一条渐近线. 点  $P$  是双曲线  $f(x) = \sqrt{3}x + \frac{1}{x}$  上任意一点, 在点  $P$  处作双曲线的切线, 交

渐近线于  $A, B$  两点, 已知  $O$  为坐标原点, 则  $\triangle AOB$  的面积为 ( )

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$                                       B.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$                                       C.  $\sqrt{3}$                                       D. 2

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分

13. 若命题“ $\exists x \in \mathbf{R}$ , 使得  $x^2 + 2x - m = 0$  成立”为真命题, 则实数  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

14. 在等比数列  $\{a_n\}$  中,  $a_5 = 2, a_{13} = 32$ , 则  $a_9 =$ \_\_\_\_\_.

15. 已知圆  $C: x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$  上恰有 3 点到直线  $x - y + m = 0$  的距离等于 1, 则  $m =$ \_\_\_\_\_.

16. 已知四棱锥  $P-ABCD$  的底面是边长为 2 的正方形,  $PB = PD = \sqrt{6}$ , 三棱锥  $P-BCD$  的体积为  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ , 则四棱锥  $P-ABCD$  的外接球的表面积为\_\_\_\_\_.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤, 第 1721 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分

17. 已知向量  $\vec{m} = (\cos^2 x, \sqrt{3})$ ,  $\vec{n} = (2, \sin 2x)$ , 函数  $f(x) = \vec{m} \cdot \vec{n}$ .

(1) 求函数  $f(x)$  的单调递增区间;

(2) 在  $\triangle ABC$  中,  $a$ 、 $b$ 、 $c$  分别是角  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的对边, 且  $f(C) = 3, c = 1, ab = 2\sqrt{3}$ , 求  $\triangle ABC$  的周长.

18. 第三十一届世界大学生夏季运动会于 2023 年 8 月 8 日晚在四川省成都市胜利闭幕. 来自 113 个国家和地区的 6500 名运动员在此届运动会上展现了青春力量, 绽放青春光彩, 以饱满的热情和优异的状态谱写了青春、团结、友谊的新篇章. 外国运动员在返家时纷纷购买纪念品, 尤其对中国的唐装颇感兴趣. 现随机对 200 名外国运动员 (其中男性 120 名, 女性 80 名) 就是否有兴趣购买唐装进行了解, 统计结果如下:

	有兴趣	无兴趣	合计
男性运动员	80	40	120
女性运动员	40	40	80
合计	120	80	200

(1) 是否有 99% 的把握认为“外国运动员对唐装感兴趣与性别有关”;

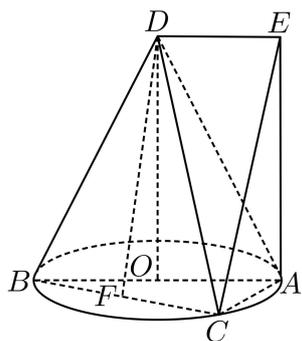
(2) 按分层抽样的方法抽取 6 名对唐装有兴趣的运动员, 再从中任意抽取 2 名运动员作进一步采访, 求抽取的两名运动员恰好是一名男性和一名女性的概率.

参考公式: 
$$K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

临界值表:

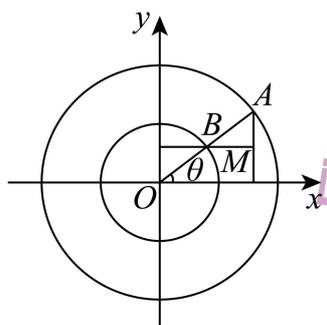
$P(K^2 > k_0)$	0.150	0.100	0.050	0.025	0.010	0.001
$k_0$	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	10.828

19. 如图所示, 在圆锥  $DO$  中,  $D$  为圆锥的顶点,  $O$  为底面圆圆心,  $AB$  是圆  $O$  的直径,  $C$  为底面圆周上一点, 四边形  $AODE$  是矩形.



- (1) 若点  $F$  是  $BC$  的中点, 求证:  $DF \parallel$  平面  $ACE$ ;
- (2) 若  $AB = 2, \angle BAC = \angle ACE = \frac{\pi}{3}$ , 求三棱锥  $A-CDE$  的体积.

20. 如图所示, 以原点  $O$  为圆心, 分别以 2 和 1 为半径作两个同心圆, 设  $A$  为大圆上任意一点, 连接  $OA$  交小圆于点  $B$ , 设  $\angle AOx = \theta$ , 过点  $A, B$  分别作  $x$  轴,  $y$  轴的垂线, 两垂线交于点  $M$ .



- (1) 求动点  $M$  的轨迹  $C$  的方程;
- (2) 点  $E, F$  分别是轨迹  $C$  上两点, 且  $\overrightarrow{OE} \cdot \overrightarrow{OF} = 0$ , 求  $\triangle EOF$  面积的取值范围.

21. 已知函数  $f(x) = \ln x - ax + \frac{1-a}{x} - 1 (a \in \mathbf{R})$ .

- (1) 当  $a \geq 1$  时, 求函数  $f(x)$  的单调区间;
- (2) 当  $x \in [0, +\infty)$  时, 恒有  $f(x+1) + \frac{a-1}{x+1} + a+1 \leq 0$  成立, 求实数  $a$  的取值范围.

(二) 选考题: 共 10 分. 考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. 在直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C_1$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 4t^2 \\ y = 4t \end{cases}$  ( $t$  为参数), 以原点为极点,  $x$  轴

正半轴为极轴建立极坐标系，直线  $l$  的极坐标方程为  $\sqrt{2}\rho\sin\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)=-1$ .

(1) 求曲线  $C_1$  的普通方程和直线  $l$  的直角坐标方程；

(2) 已知点  $P$  的直角坐标为  $(0,-1)$ ，曲线  $C_1$  与直线  $l$  交于  $M, N$  两点，求  $\left|\frac{1}{|PM|}-\frac{1}{|PN|}\right|$  的值.

23. 已知函数  $f(x)=|x+m|+2|x-1|$ .

(1) 若  $m=-5$ ，求不等式  $f(x)\leq 8$  的解集；

(2) 若  $\{x|f(x)<3\}\supseteq [0,1]$ ，求实数  $m$  的取值范围.

