2022—2023 学年度第二学期高一期中考试

数学试题

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、考场号、座位号、准考证号填写在答题卡上．

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑．如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号．回答非选择题时，将答案写在答题卡上．写在本试卷上无效．

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回．

考试时间为 120 分钟，满分 150 分

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是待合题目要求的．

1．集合 $A=\left\{x \middle| x^2-2x-3<0\right\}$，$B=\{-2,-1,0,2,4\}$，则 $\left(\complement_R A\right)\cap B=$（　　）

A．$\{-2,-1,4\}$　　B．$\{-1,2\}$　　C．$\{-2,4\}$　　D．$\varnothing$

2．已知命题 p：$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2<0$，则 $\neg p$ 是（　　）

A．$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2\ge 0$

B．$\exists x_0\in\mathbf{R}$，$x_0^2\ge 0$

C．$\forall x\notin\mathbf{R}$，$x_0^2\ge 0$

D．$\exists x_0\in\mathbf{R}$，$x_0^2>0$

3．已知 i 为虚数单位，倍数 $z_1=1+2\mathrm{i}$，$z_2=2-\mathrm{i}$，则（　　）

A．z_1 的共却夏数为 $-1+2\mathrm{i}$

B．z_1 的虚部是 $2\mathrm{i}$

C．z_1+z_2 为实数

D．$z_1z_2=4+3\mathrm{i}$

4．设点 A，B，C 不共线，则“$\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right|<\left|\overrightarrow{BC}\right|$”是“$\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AC}$ 的夹角为钝角”的（　　）

A．充分而不必要条件

B．必要而不充分条件

C．充分必要条件

D．既不充分也不必要条件

5．下列说法正确的是（　　）

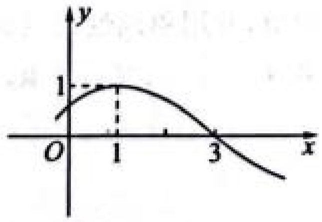
A．过空间中的任意三点有且只有一个平面

B．三棱柱各面所在平面将空间分成 21 部分

C．空间中的三条直线 a，b，c，如果 a 与 b 异面，b 与 c 异面，那么 a 与 c 异面

D．若直线 a 在平面 α 外，则平面 α 内存在直线与 a 平行

6．函数 $f(x)=\sin(2\omega x+\varphi)$（$x\in\mathbf{R}$，$\omega>0$，$0\le\varphi<2\pi$）的部分图像如图，则（　　）



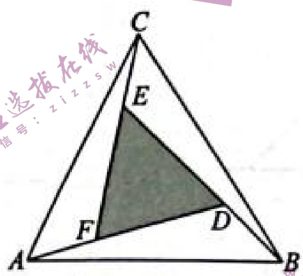
A. $\omega=\dfrac{\pi}{8}$，$\varphi=\dfrac{5\pi}{4}$　　B. $\omega=\dfrac{\pi}{8}$，$\varphi=\dfrac{\pi}{4}$

C. $\omega=\dfrac{\pi}{4}$，$\varphi=\dfrac{\pi}{4}$　　D. $\omega=\dfrac{\pi}{6}$，$\varphi=\dfrac{\pi}{6}$

7. 设 $y=\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{2-x}$，$x\in\left[1,2\right)$，则 y 的最小值为（　　）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

8. 我国汉代数学家赵爽为了证明勾股定理，创造了一幅“勾股圆方图”，后人称其为“赵爽弦图”，类比赵爽弦图，用 3 个全等的小三角形拼成了如图所示的等边 $\triangle ABC$，若 $EF=2$，$\cos\angle ACF=\dfrac{13}{14}$，则 $S_{\triangle ABC}=$（　　）



A. $\dfrac{49}{4}$　　B. $\dfrac{49\sqrt{3}}{4}$　　C. $\dfrac{49}{2}$　　D. $\dfrac{49\sqrt{3}}{2}$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分．

9. 下列说法中不正确的是（　　）

A. 正四棱柱一定是正方体

B. 圆柱的母线和它的轴不一定平行

C. 正棱锥的侧面是全等的等腰三角形

D. 以直角三角形的一边所在直线为旋转轴，其余两边旋转一周形成的面所围成的旋转体为圆锥

10. 下列选项中，与 $\cos\left(-\dfrac{2023\pi}{3}\right)$ 的值相等的是（　　）

A. $2\cos15°\cos75°$　　B. $\sin86°\cos56°-\cos86°\sin56°$

C. $\dfrac{1}{\left(1+\tan3°\right)\left(1+\tan42°\right)}$　　D. $\cos\dfrac{16\pi}{5}+\cos\dfrac{8\pi}{5}$

11. 下列说法正确的有（　　）

A. 若 $a\,/\!/\,b$，$b\,/\!/\,c$，则 $a\,/\!/\,c$

B．已知向量$\vec{a}=(1,2)$，$2\vec{a}+\vec{b}=(3,2)$，则$\vec{b}=(1,2)$

C．若$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\vec{c}$且$\vec{a}\neq 0$，则$\vec{b}$和$\vec{c}$在$\vec{a}$上的投影向量相等

D．若复数$z_1=1+\mathrm{i}$，$z_2=\cos\alpha+\mathrm{i}\sin\alpha$（$\alpha\in\mathbf{R}$），其中i是虚数单位，则$|z_1-z_2|$的最大值为$\sqrt{2}+1$

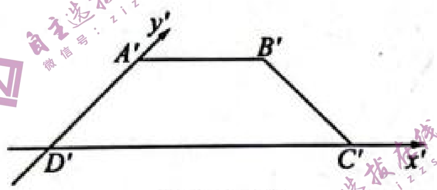
12．已知函数$f(x)=\left|(\lg 2+\lg 5)(1-2^x)\right|$，实数$a$，$b$（$a<b$）是函数$y=f(x)-m$的两个零点，则下列结论正确的有（　　）

A．$m>1$　　B．$0<m<1$　　C．$2^a+2^b=2$　　D．$a+b<0$

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分．

13．已知函数$f(x)=\begin{cases}4x^2-1, x\leq 0,\\ -\dfrac{1}{x}+1, x>0,\end{cases}$则$f\left[f\left(\dfrac{1}{5}\right)\right]=$______．

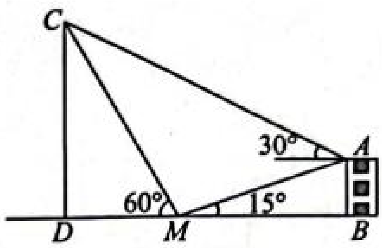
14．一个水平放置的平面图形的直观图，它是底角为45°，腰和上底长均为$\sqrt{2}$的等腰梯形，则原平面图形的面积为______．



第14题图

15．已知向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=\sqrt{3}$，$\vec{a}$，$\vec{b}$的夹角为150°，则$2\vec{a}+\vec{b}$与$\vec{a}$的夹角为______．

16．某同学为了测量天文台CD的高度，选择附近学校宿舍楼三楼一阳台A，A到地面的距离AB为$(15-5\sqrt{3})$m，在它们之间的地面上的点M（B，M，D三点共线）处测得阳台A，天文台顶C的仰角分别是15°和60°，在阳台A处测得天文台顶C的仰角为30°，假设AB，CD和点M在同一平面内，则该同学可测得学校天文台CD的高度为______m．



第16题图

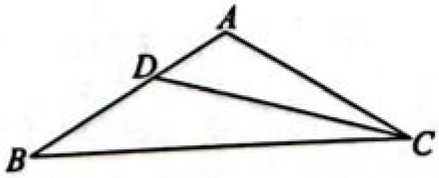
四、解答题：本题共6小题，共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17．（10分）已知复数$z=x+y\mathrm{i}$（$x>0$，$y>0$），其中i为虚数单位，且满足$|z|=2$，且$\bar{z}-1$为纯虚数．

（1）求$\dfrac{\sqrt{3}+2\mathrm{i}}{z}$；

（2）若复数z是关于x的方程$x^2+mx+n=0$（m，$n\in\mathbf{R}$）的一个根，求实数m，n的值.

18.（12分）如图，在$\triangle ABC$中，$\angle A$为钝角，$AC=\sqrt{2}$，CD是$\angle ACB$的平分线，CD交AB于点D，且$CD=\sqrt{3}$，$\angle ADC=\dfrac{\pi}{4}$.



（1）求$\angle A$的大小；

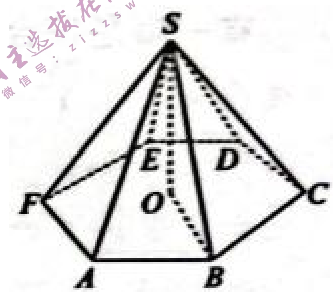
（2）求$\triangle BCD$的面积.

19.（12分）已知函数$f\left(x\right)=\sin\omega x\cdot\cos\varphi-\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\omega x\right)\cos\left(\dfrac{\pi}{2}+\varphi\right)$（$\omega>0$，$0<\varphi<\pi$）的最小正周期为$\pi$，且$f\left(x\right)$图象的一个对称中心为$\left(\dfrac{5\pi}{12},0\right)$.

（1）求$f\left(x\right)$的解析式；

（2）设函数$g\left(x\right)=f\left(x\right)-2\sin^2x$，求$g\left(x\right)$的单调增区间.

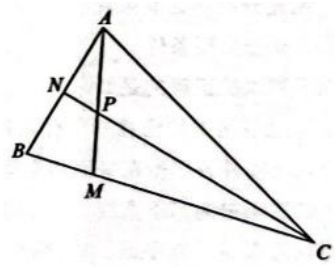
20.（12分）如图所示，在正六棱锥$S-ABCDEF$中，O为底面中心，$SO=8$，$OB=4$.



（1）求该正六棱锥的体积和侧面积；

（2）若该正六棱锥的顶点都在球M的表面上，求球M的表面积和体积.

21.（12分）已知在$\triangle ABC$中，点M是BC边上靠近点B的四等分点，点N在AB边上，且$\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{NB}$，设$AM$与$CN$相交于点$P$．记$\overrightarrow{AB}=\vec{m}$，$\overrightarrow{AC}=\vec{n}$.



（1）请用$\vec{m}$，$\vec{n}$表示向量$\overrightarrow{AM}$；

（2）若$|\vec{n}|=2|\vec{m}|$，设$\vec{m}$，$\vec{n}$的夹角为θ，若$\cos\theta=\frac{1}{4}$，求证：$\overrightarrow{CN}\perp\overrightarrow{AB}$.

22.（12 分）已知函数$f(x)=\log_2\left[(2-a)2^x+1\right]-x$，函数$g(x)=2^{-x}-t\cdot 2^x$.

（1）若$g(x)$是偶函数，求实数t的值，并用单调性的定义判断$g(x)$在$[0,+\infty)$上的单调性；

（2）在（1）的条件下，若对于$\forall x_1\in[0,+\infty)$，$\forall x_2\in\mathbf{R}$，都有$f(x_1)+2\le g(x_2)+\log_2 2a$成立，求实数$a$的取值范围.

自主选拔在线
微信号：zizzsw
自主选拔在线
微信号：zizzsw
自主选拔在线
微信号：zizzsw