按秘密级事项管理★启用前

2023年普通高等学校招生全国统一考试

数学冲刺卷(二)

本试卷共22题,共150分,考试时间120分钟,考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.

注意事项:

1. 答题前,考生先将自己的姓名、考生号、考场号和座位号填写清楚,将条形码准确粘贴在条形码区域内.
2. 选择题必须使用2B铅笔填涂;非选择题必须使用0.5毫米黑色字迹的签字笔书写,字体工整,笔迹清楚.
3. 请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答,超出答题区域书写的答案无效;在草稿纸、试卷上答题无效.
4. 作图可先使用铅笔画出,确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑.
5. 保持卡面清洁,不要折叠,不要弄破、弄皱.不准使用涂改液、修正带、刮纸刀.

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{1,2,4\}$,$B=\{-1,0,1,2\}$,则 $A\cup B=$

A. $\{-1,0,1,2,4\}$　　B. $\{0,1,2,4\}$

C. $\{1,2\}$　　D. $\{-1,0,1,2,3,4\}$

2. $\dfrac{-1+2\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}=$

A. $-\dfrac{3}{2}+\dfrac{3}{2}\mathrm{i}$　　B. $-\dfrac{3}{2}+\dfrac{1}{2}\mathrm{i}$

C. $-\dfrac{1}{2}+\dfrac{3}{2}\mathrm{i}$　　D. $\dfrac{1}{2}+\dfrac{3}{2}\mathrm{i}$

3. 已知函数 $f(x)=x^2\cdot f'(0)+x\cdot f(1)-2$,则 $f(2)=$

A. 12　　B. 10　　C. 8　　D. 6

4. 若 $a,b\in\mathbf{R}$,则"$a>b$"是"$a^3>b^3+1$"的

A. 必要不充分条件　　B. 充分不必要条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

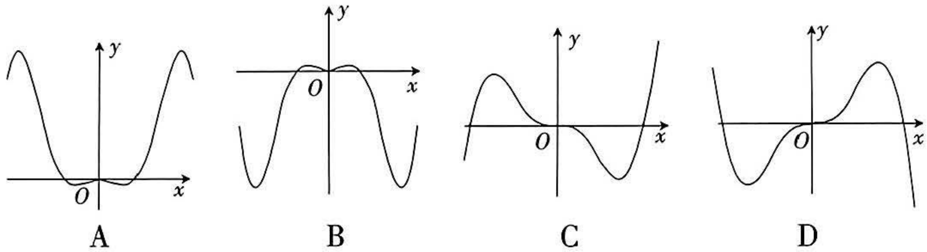
5. 保护环境功在当代,利在千秋,良好的生态环境既是自然财富,也是经济财富,关系

社会发展的潜力和后劲. 某工厂将生产产生的废气经过过滤后排放,已知过滤过程中的污染物的残留数量 P(单位:毫米/升)与过滤时间 t(单位:小时)之间的函数关系为 $P=P_0\cdot e^{-kt}(t\geqslant 0)$,其中 k 为常数,$k>0$,P_0 为原污染物数量. 该工厂某次过滤废气时,若前 9 个小时废气中的污染物恰好被过滤掉 80%,那么再继续过滤 3 小时,废气中污染物的残留量约为原污染物的

参考数据:$(\frac{1}{5})^{\frac{1}{3}}\approx 0.585$.

A. 9%　　B. 10%　　C. 12%　　D. 14%

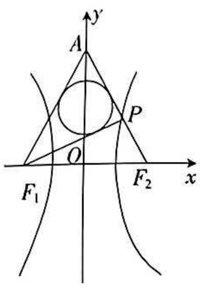
6. 函数 $f(x)=x^2\lg\frac{2-\cos x}{2+\cos x}$ 的大致图象是



7. 祖暅是我国古代伟大的科学家,他在实践的基础上提出了体积计算的原理:"幂势既同,则积不容异". 意思是:如果两个等高的几何体在同高处截得的截面面积恒等,那么这两个几何体的体积相等,此即祖暅原理. 这个原理经过研究推广,有着许多的推论,其中有一个推论为夹在两个平行平面间的两个几何体,被平行于这两个平面的任意平面所截,如果截得的两个截面的面积比总为 $m:n$,那么这两个几何体的体积之比也为 $m:n$. 现已知几何体 A 与几何体 B 是两个等高的几何体,且在同高处被平行于底面的平面截得的截面面积之比都为 $2:1$,若几何体 B 是一个母线长为 $\sqrt{5}$,上底面半径为 1,下底面半径为 2 的圆台,则几何体 A 的体积为

A. $\frac{14\pi}{3}$　　B. $\frac{16\pi}{3}$　　C. $\frac{28\pi}{3}$　　D. $\frac{32\pi}{3}$

8. 如图,已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2,P 为双曲线右支上一点,且 F_2P 的延长线交 y 轴于点 A,且 $\overrightarrow{F_1P}\cdot\overrightarrow{F_2P}=0$,$\triangle APF_1$ 的内切圆半径为 4,$\triangle PF_1F_2$ 的面积为 9,则 $|AF_2||PF_2|=$



A. 18　　B. 32

C. 50　　D. 14

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 已知椭圆 C 的左、右焦点分别为 F_1，F_2，过点 F_2 的直线与椭圆 C 交于 A，B 两点，下列椭圆的方程中，能使得$\triangle ABF_1$ 为正三角形的是

A. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$　　B. $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}=1$

C. $\frac{x^2}{2}+y^2=1$　　D. $x^2+\frac{3y^2}{2}=1$

10. 已知 $\sin\alpha=2\cos\beta$，$\beta\in(-\frac{\pi}{2},0)$，$\frac{\cos\alpha}{\cos\beta}=\frac{1+\cos 2\beta}{1+\cos 2\alpha}$，则

A. α 为第二象限角　　B. $\sin\alpha=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

C. $\sin 2\beta=-\frac{4}{5}$　　D. $\tan(\alpha+\beta)=1$

11. 已知数列$\{a_n\}$满足 $a_{n+1}=\sqrt{-a_n^2+2a_n}+1$，$a_n\geqslant 1$，$S_n$ 为$\{a_n\}$的前 n 项和. 则下列说法正确的是

A. a_3 取最大值时，$S_{2023}=3035$　　B. 当 a_3 取最小值时，$S_{2023}=3033$

C. 当 S_{100}取最大值时，$S_{200}=300$　　D. S_{100}的最大值为 $100+50\sqrt{2}$

12. 已知实数 x，y 满足$(2x+y-2)^2+(x-2y-1)^2=4$，则下列说法不正确的是

A. $x+y$ 的最小值为$-\frac{2\sqrt{5}}{5}+1$　　B. $x+y$ 的最大值为$\frac{2\sqrt{10}}{5}+1$

C. 当 $x=1$ 时，$x-2y$ 取得最大值　　D. 当 $y=\frac{3}{5}$时，$x-2y$ 取得最小值

题序	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案												

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 向量 $\boldsymbol{m}=(1,x)$，$\boldsymbol{n}=(2,1)$，且 $\boldsymbol{n}\perp(\boldsymbol{m}+\boldsymbol{n})$，则实数 $x=$________.

14. 某校举行科技文化艺术节活动，学生会准备安排 5 名同学到甲、乙、丙三个不同社团开展活动，要求每个社团至少安排一人，则不同的安排方案数为________，如果再加上一名同学且要求甲社团安排三人，乙、丙至少安排一人，则不同的安排方案数为________.

15. 在平行四边形 $ABCD$ 中，$AD=\sqrt{2}AB=\sqrt{2}BD=2\sqrt{2}$，现将$\triangle BCD$ 沿 BD 折起，使

异面直线 CD 与 AB 所成角为 $60°$，且 $\angle ADC$ 为锐角，则折后三棱锥 $C-ABD$ 外接球的表面积为________.

16. 已知函数 $g(x)=\sin(2\omega x+\frac{\pi}{3})(\omega>0)$ 在区间 $(\frac{\pi}{2},\pi)$ 上是单调的，则 ω 的取值范围是________.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（10 分）

2023 上海燕燕日上迎新跑于 2023 年 2 月 19 日举办，该赛事设有 21.6 公里竞速跑、5.4 公里欢乐跑两个项目. 某马拉松兴趣小组为庆祝该赛事，举行一场小组内有关于马拉松知识的有奖比赛，一共有 25 人报名（包括 20 位新成员和 5 位老成员），其中 20 位新成员的得分情况如下表所示（满分 30 分）：

得分	[0,5)	[5,10)	[10,15)	[15,20)	[20,25)	[25,30]
人数	2	3	4	6	4	1

得分在 20 分以上（含 20 分）的成员获得奖品一份.

（1）请根据上述表格中的统计数据，将下面的 2×2 列联表补充完全，并通过计算判断在 20 位新成员中，是否有 90% 的把握认为“获奖”与性别有关？

	没获奖	获奖	合计
男		4	
女	7		8
合计			

（2）若 5 名老成员的性别相同并全部获奖，且进行计算发现在所有参赛人员中，有 90% 的把握认为“获奖”与性别有关. 请判断这 5 名老成员的性别？

附：参考公式：$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，$n=a+b+c+d$.

临界值表：

$P(K^2>k)$	0.100	0.050	0.010	0.001
k	2.706	3.841	6.635	10.828

密

封

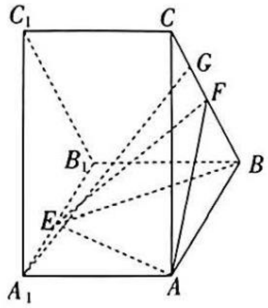
线

18.(12分)

如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，侧面 ACC_1A_1 是矩形，$AC\perp AB$，$AB=AA_1=2$，$AC=3$，$\angle A_1AB=120^\circ$，E，F 分别为棱 A_1B_1，BC 的中点，G 为线段 CF 的中点.

(1)证明：A_1G//平面 AEF.

(2)求二面角 $A-EF-B$ 的正弦值.



19.(12分)

已知△ABC 的内角 A，B，C 的对边分别是 a，b，c，$a\sin A+b\sin B-c\sin C=\frac{\sqrt{6}}{2}a\sin B$.

(1)求 $\cos C$；

(2)若 $c=\sqrt{10}$，求△ABC 面积的最大值.

20.(12分)

已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，$a_1=3$，且 $S_n+S_{n+1}=2a_{n+1}-3$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式.

(2)已知________，T_n 是$\{b_n\}$的前 n 项和，证明：$T_n<\frac{2}{3}$.

从①$b_n=\frac{2\cdot 3^n}{(a_n-1)(a_{n+1}-1)}$，②$b_n=\frac{4n+6}{n(n+1)a_{n+1}}$中选取一个补充至题中并完成问题.

21.（12 分）

已知 F 是抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 的焦点，过点 F 的直线交抛物线 C 于 A,B 两点，且 $\frac{1}{|AF|}+\frac{1}{|BF|}=2$.

（1）求抛物线 C 的方程；

（2）若 O 为坐标原点，过点 B 作 y 轴的垂线交直线 AO 于点 D，过点 A 作直线 DF 的垂线与抛物线 C 的另一交点为 E，AE 的中点为 G，求 $\frac{|GB|}{|DG|}$ 的取值范围.

22.（12 分）

已知函数 $f(x)=(mx+n)e^x+mx^2+(2m+n)x$ 在 $x=-1$ 处取得极小值 $-\frac{1}{e}-1$.

（1）求实数 m,n 的值；

（2）当 $x\in(0,+\infty)$ 时，证明：$f(x)>\ln x+x+\frac{16}{9}$.