哈尔滨师大附中
东北师大附中
辽宁省实验中学

2023年高三第一次联合模拟考试

数　学

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上．
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑．如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号．回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效．
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回．

第Ⅰ卷（选择题共60分）

一、选择题（本大题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求的）

1. 已知集合 $A=\{x\in Z\mid x^2-x-2\leq 0\}$，集合 $B=\{x\mid y=\sqrt{1-\log_2 x}\}$，则 $A\cap B=$

A. $[-1,2]$　　B. $(1,2]$　　C. $\{1,2\}$　　D. $\{-1,1,2\}$

2. 已知 i 为虚数单位，复数 z 满足 $|z-(3+2i)|=1$，则复数 z 对应的点在

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

3. 已知向量非零 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$ 满足 $(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})\perp(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})$，且向量 $\boldsymbol{b}$ 在向量 $\boldsymbol{a}$ 方向的投影向量是 $\frac{1}{4}\boldsymbol{a}$，则向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角是

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{3}$　　C. $\frac{\pi}{2}$　　D. $\frac{2\pi}{3}$

4. 杨辉是我国古代数学史上一位著述丰富的数学家．著有《详解九章算法》、《日用算法》和《杨辉算法》．杨辉三角的发现要比欧洲早500年左右，由此可见我国古代数学的成就是非常值得中华民族自豪的．杨辉三角本身包含了很多有趣的性质，利用这些性质，可以解决很多数学问题，如开方、数列等．

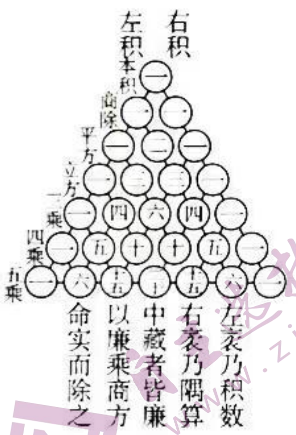


图1

第0行　1
第1行　1　1
第2行　1　2　1
第3行　1　3　3　1
第4行　1　4　6　4　1
第5行　1　5　10　10　5　1
第6行　1　6　15　20　15　6　1
⋮
第n-1行　1　C_{n-1}^{1}　C_{n-1}^{2}　…　C_{n-1}^{r-1}　C_{n-1}^{r}　…　C_{n-1}^{n-2}　1
第n行　1　C_n^1　C_n^2　…　C_n^{r-1}　C_n^r　C_n^{r+1}　…　C_n^{n-1}　1

图2

我们借助杨辉三角可以得到以下两个数列的和．

$1+1+1+\cdots+1=n$；

$1+2+3+\cdots+C_{n-1}^{1}=C_{n}^{2}$.
若杨辉三角中第三斜行的数:1,3,6,10,15,…构成数列$\{a_n\}$,则关于数列$\{a_n\}$叙述正确的是

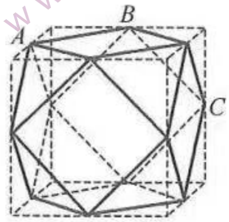
A. $a_n+a_{n+1}=(n+1)^2$　　B. $a_n+a_{n+1}=n^2$

C. 数列$\{a_n\}$的前n项和为C_n^3　　D. 数列$\{a_n\}$的前n项和为C_{n+1}^2

5. 若$\sin\left(2\alpha+\dfrac{\pi}{6}\right)+\cos2\alpha=\sqrt{3}$,则$\tan\alpha=$

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　B. 1　　C. $2-\sqrt{3}$　　D. $2+\sqrt{3}$

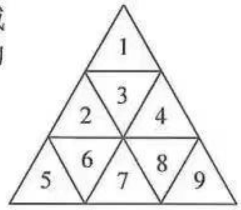
6. “阿基米德多面体”也称为半正多面体(*semi*-*regularsolid*),是由边数不全相同的正多边形为面围成的多面体,它体现了数学的对称美.如图所示,将正方体沿交于一顶点的三条棱的中点截去一个三棱锥,共可截去八个三棱锥,得到八个面为正三角形、六个面为正方形的一种半正多面体.已知$AB=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$,则该半正多面体外接球的表面积为



A. 18π　　B. 16π

C. 14π　　D. 12π

7. 某学校在校门口建造一个花圃,花圃分为9个区域(如图),现要在每个区域栽种一种不同颜色的花,其中红色、白色两种花被随机地分别种植在不同的小三角形区域,则它们在不相邻(没有公共边)区域的概率为



A. $\dfrac{1}{8}$　　B. $\dfrac{1}{4}$

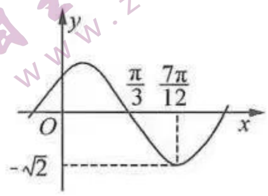
C. $\dfrac{3}{8}$　　D. $\dfrac{3}{4}$

8. 已知函数$f(x)=\begin{cases}(x+1)\ln x, x>0\\ kx-\ln(-x)+k, x<0\end{cases}$,若关于$x$的方程$f(-x)=-f(x)$有且仅有四个相异实根,则实数$k$的取值范围为

A. $\left(0,\dfrac{1}{e-1}\right)$　　B. $(1,+\infty)$　　C. $\left(0,\dfrac{1}{e-1}\right)\cup(1,+\infty)$　　D. $(0,1)\cup(1,+\infty)$

二、选择题(本大题共4小题,每小题5分,共20分,在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得5分,部分选对的得2分,有选错的得0分)

9. 函数$f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$(其中$A,\omega,\varphi$是常数,$A>0,\omega>0,-\dfrac{\pi}{2}<\varphi<\dfrac{\pi}{2}$)的部分图象如图所示,则下列说法正确的是



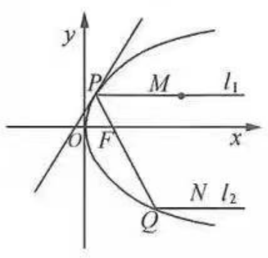
A. $f(x)$的值域为$[-\sqrt{2},\sqrt{2}]$

B. $f(x)$的最小正周期为π

C. $\varphi=\dfrac{\pi}{6}$

D. 将函数$f(x)$的图象向左平移$\dfrac{\pi}{6}$个单位,得到函数$g(x)=\sqrt{2}\cos2x$的图象

10. 抛物线有如下光学性质:由其焦点射出的光线经抛物线反射后,沿平行于抛物线对称轴的方向射出;反之,平行于抛物线对称轴的入射光线经抛物线反射后必过抛物线的焦点.已知抛物线$C:y^2=8x$,O为坐标原点,一条平行于x轴的光线l_1从点$M(5,2)$射入,经过C上的点P反射,再经过C上另一点Q反射后,沿直线l_2射出,经过点N.下列说法正确的是



A. $|PQ|=8$

B. 若延长 PO 交直线 $x=-2$ 于 D,则点 D 在直线 l_2 上
C. MQ 平分 $\angle PQN$
D. 抛物线 C 在点 P 处的切线分别与直线 l_1、FP 所成角相等

11. 已知实数 a,b 满足 $a^2-ab+b=0(a>1)$,下列结论中正确的是
A. $b>a$
B. $b\geqslant 4$
C. $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}>1$
D. $e^b+\frac{1}{e^a}+2a>e^a+\frac{1}{e^b}+2b$

12. 已知异面直线 a 与直线 b,所成角为 $60°$,平面 α 与平面 β 所成的二面角为 $80°$,直线 a 与平面 α 所成的角为 $15°$,点 P 为平面 α、β 外一定点,则下列结论正确的是
A. 过点 P 且与直线 a、b 所成角均为 $30°$的直线有 3 条
B. 过点 P 且与平面 α、β 所成角都是 $30°$的直线有 4 条
C. 过点 P 作与平面 α 成 $55°$角的直线,可以作无数条
D. 过点 P 作与平面 α 成 $55°$角,且与直线 a 成 $60°$的直线,可以作 3 条

第Ⅱ卷(非选择题共 90 分)

三、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

13. $(2x-y)^6$ 的二项展开式中 x^2y^4 的系数是________.(用数字作答)

14. 若 $f(x)=\frac{a+1}{e^x-1}+1$ 为奇函数,则实数 $a=$________.

15. 已知圆 $C:(x-1)^2+(y-4)^2=4$,直线 $y=kx+1$ 交圆 C 于 M、N 两点,若△CMN 的面积为 2,则实数 k 的值为________.

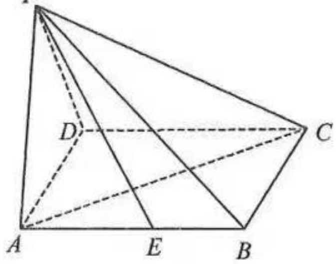
16. 已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1、F_2,点 A、B 在椭圆 C 上,满足 $\overrightarrow{AF_2}\cdot\overrightarrow{F_1F_2}=0$,$\overrightarrow{AF_1}=\lambda\overrightarrow{F_1B}$,若椭圆 C 的离心率 $e\in\left[\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$,则实数 λ 取值范围为________.

四、解答题(本大题共 6 小题,共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程和演算步骤)

17. (本小题满分 10 分)
在△ABC 中,内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c. 从下面①②③中选取两个作为条件,证明另外一个成立.
①$a^2-c^2=bc$;②$b+b\cos A=\sqrt{3}a\sin B$;③$\sin A=\sqrt{3}\sin C$.
注:若选择不同的组合分别解答,则按第一个解答计分.

18. (本小题满分 12 分)
已知等差数列$\{a_n\}$的首项 $a_1=1$,记$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,$S_4-2a_2a_3+14=0$.
(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式;
(2)若数列$\{a_n\}$公差 $d>1$,令 $c_n=\frac{a_{n+2}}{a_n\cdot a_{n+1}\cdot 2^n}$,求数列$\{c_n\}$的前 n 项和 T_n.

19. (本小题满分 12 分)
如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 为菱形,$AC\perp PE$,$PA=PD$,E 为棱 AB 的中点.
(1)证明:平面 $PAD\perp$平面 $ABCD$;
(2)若 $PA=AD$,$\angle BAD=60°$,求二面角 $E-PD-A$ 的正弦值.



20.(本小题满分 12 分)

某学校号召学生参加"每天锻炼 1 小时"活动，为了了解学生参与活动的情况，随机调查了 100 名学生一个月(30 天)完成锻炼活动的天数，制成如下频数分布表：

天数	$[0,5]$	$(5,10]$	$(10,15]$	$(15,20]$	$(20,25]$	$(25,30]$
人数	4	15	33	31	11	6

(1)由频数分布表可以认为，学生参加体育锻炼天数 X 近似服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ 近似为样本的平均数(每组数据取区间的中间值)，且 $\sigma\approx6.1$，若全校有 3000 名学生，求参加"每天锻炼 1 小时"活动超过 21 天的人数(精确到 1)；

(2)调查数据表明，参加"每天锻炼 1 小时"活动的天数在 $(15,30]$ 的学生中有 30 名男生，天数在 $[0,15]$ 的学生中有 20 名男生. 学校对当月参加"每天锻炼 1 小时"活动超过 15 天的学生授予"运动达人"称号. 请填写下面列联表

性别	活动天数		合计
	$[0,15]$	$(15,30]$	
男生			
女生			
合计			

并依据小概率值 $\alpha=0.05$ 的独立性检验，能否认为学生性别与获得"运动达人"称号有关联. 如果结论是有关联，请解释它们之间如何相互影响.

附：参考数据：$P(\mu-\sigma\leqslant X\leqslant\mu+\sigma)\approx0.6827$；

$P(\mu-2\sigma\leqslant X\leqslant\mu+2\sigma)\approx0.9545$；

$P(\mu-3\sigma\leqslant X\leqslant\mu+3\sigma)\approx0.9973$.

$$\chi^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}(n=a+b+c+d)$$

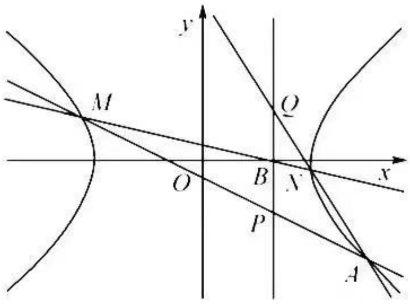
α	0.1	0.05	0.01	0.005	0.001
x_α	2.706	3.841	6.635	7.879	10.828

21.(本小题满分 12 分)

已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 过点 $A(3,-\sqrt{2})$，且渐近线方程为 $x\pm\sqrt{3}y=0$.

(1)求双曲线 C 的方程；

(2)如图，过点 $B(1,0)$ 的直线 l 交双曲线 C 于点 M、N，直线 MA、NA 分别交直线 $x=1$ 于点 P、Q. 求 $\frac{|PB|}{|BQ|}$ 的值.



22.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=\frac{a}{2}e^{2x}+(a-2)e^x-\frac{x^2}{2}$，

$f'(x)$ 为函数 $f(x)$ 的导函数.

(1)讨论 $f'(x)$ 的单调性；

(2)若 $x_1,x_2(x_1<x_2)$ 为 $f(x)$ 的极值点，证明：$x_2-x_1<\ln(3-a)-\ln a+\frac{2}{a}-1$.

哈师大附中一模数学参考答案

第一部分：选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	C	A	B	A	C	A	D	D	AB	BD	ABD	BC

三、填空题:

13. 60 14. 1 15. −7或1 16. [3,5]

四、解答题

17.（本小题满分 10 分）

解：选①②作条件，③做结论

由②，得：$\sin B+\sin B\cos A=\sqrt{3}\sin A\sin B\Rightarrow \sin(A-\frac{\pi}{6})=\frac{1}{2}$

所以，$A=\frac{\pi}{3}$，则 $a^2=b^2+c^2-bc$，$a^2=c^2+bc$，所以 $a=\sqrt{3}c$，即：$\sin A=\sqrt{3}\sin C$.

选①③作条件，②做结论

由③，得：$a=\sqrt{3}c$，$a^2=c^2+bc$，则 $b=2c$

所以，$A=\frac{\pi}{3}$，$B=\frac{\pi}{2}$，$C=\frac{\pi}{6}$

所以，$b+b\cos A=2c+c=\sqrt{3}\sqrt{3}c=\sqrt{3}a\sin B$.

选②③作条件，①做结论

由②，得：$\sin B+\sin B\cos A=\sqrt{3}\sin A\sin B\Rightarrow \sin(A-\frac{\pi}{6})=\frac{1}{2}$，所以 $A=\frac{\pi}{3}$，

由③，得：$C=\frac{\pi}{6}$，则 $a=\sqrt{3}c$，$b=2c$，即：$a^2-c^2=bc$.

18.（本小题满分 12 分）

解：（1）$S_4-2a_2a_3+14=4a_1+6d-2(d+a_1)(2d+a_1)+14=0$

则 $d=\pm 2$

所以，$a_n=2n-1$ 或 $a_n=-2n+3$.

（2）由（1）可得，$a_n=2n-1$，$c_n=\frac{2n+3}{(2n-1)(2n+1)\cdot 2^n}=\frac{1}{(2n-1)\cdot 2^{n-1}}-\frac{1}{(2n+1)\cdot 2^n}$

$$T_n=c_1+c_2+c_3+\cdots c_n=(1-\frac{1}{3\cdot 2^1})+(\frac{1}{3\cdot 2^1}-\frac{1}{5\cdot 2^2})+\cdots+(\frac{1}{(2n-1)\cdot 2^{n-1}}-\frac{1}{(2n+1)\cdot 2^n})$$

所以，$T_n=1-\frac{1}{(2n+1)\cdot 2^n}$.

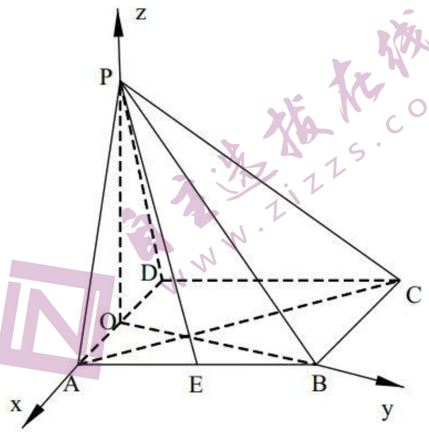
19.（本小题满分 12 分）

（1）证明：取 AD 的中点 O，连接 OP，OB

$$\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}AC\perp BD\\ BD//OE\end{array}\right\}\Rightarrow AC\perp OE\\ \qquad AC\perp PE\\ \qquad OE\cap PE=E\end{array}\right\}\Rightarrow AC\perp 平面PDE，所以\ AC\perp PD$$

$$\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}AC\perp PD\\ AD\perp PD\\ AC\cap AD=D\end{array}\right\}\Rightarrow PD\perp 平面ABCD\\ \qquad PD\subset 平面PAD\end{array}\right\}\Rightarrow PD\perp 平面ABCD\perp 平面ABCD$$

（2）由（1）得，建立如图所示空间直角坐标系 $O-xyz$



设 $AD=2$，则 $P(0,0,\sqrt{3}),E(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2},0),D(-1,0,0)$

设平面 PDE 的法向量 $\vec{n}=(x,y,z)$，则

$$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{DP}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{DE}=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x+\sqrt{3}z=0\\ \frac{3}{2}x+\frac{\sqrt{3}}{2}y=0\end{cases}$$，取 $x=\sqrt{3}$，则 $y=-3$， $z=-1$

所以，$\vec{n}=(\sqrt{3},-3,-1)$

取平面 PDA 的法向量 $\vec{m}=(0,1,0)$，则 $\cos<\vec{n},\vec{m}>=\frac{\vec{n}\cdot\vec{m}}{|\vec{n}||\vec{m}|}=-\frac{3}{\sqrt{13}}$

所以，二面角 $E-PD-A$ 的正弦值为 $\frac{2\sqrt{13}}{13}$.

20.（本小题满分 12 分）

（1）$\mu=\frac{4\times2.5+15\times7.5+33\times12.5+31\times17.5+11\times22.5+6\times27.8}{100}=14.9$ 则 $X-N(14.9,6.1)$

所以，$P(X>21)=P(X>14.9+6.1)=\frac{1-0.6827}{2}=0.15865$

所以 3000 人中锻炼超过 21 天人数约为 476 人.

（2）

性别	活动天数		合计
	[0,15]	(15,30]	
男生	20	30	50
女生	32	18	50
合计	52	48	100

（2）零假设为

H_0：学生性别与获得“运动达人”称号无关

$\chi^2=\frac{100\times(30\times32-20\times18)^2}{50\times50\times52\times48}\approx5.77>3.841$

依据 $\alpha=0.05$ 的独立性检验，我们推断 H_0 不成立，即：可以认为学生性别与获得“运动达人”称号有关；而且此推断犯错误的概率不大于 0.05.根据列联表中的数据计算男生、女生中活动天数超过 15 天的频率分别为：

$\frac{30}{50}=0.6$ 和 $\frac{18}{50}=0.36$，可见男生中获得“运动达人”称号的频率是女生中获得“运动达人”的称号频率的 $\frac{0.6}{0.36}\approx1.67$ 倍，于是依据频率稳定与概率的原理，我们可以认为男生获得“运动达人”的概率大于女生，即：男生更容易获得运动达人称号.

21.（本小题满分 12 分）

（1）双曲线方程为：$\frac{x^2}{3}-y^2=1$

（2）法一：①当直线 MN 与轴垂直时

$M(-\sqrt{3},0)$，$N(\sqrt{3},0)$，$A(3,-\sqrt{2})$

直线 AM：$y=-\frac{\sqrt{2}}{3+\sqrt{3}}(x+\sqrt{3})$，令 $x=1\Rightarrow y_P=-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

同理，$y_Q=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\Rightarrow y_P+y_Q=0$

②当直线MN不与轴垂直时

设$M(x_1,y_1)$、$N(x_2,y_2)$，直线MN：$x=ty+1$代入到$x^2-3y^2=3$中得

$(t^2-3)y^2+2ty-2=0$

$$\therefore\begin{cases}y_1+y_2=\dfrac{-2t}{t^2-3}\\ y_1y_2=\dfrac{-2}{t^2-3}\\ \Delta>0\end{cases}$$

又$\because$直线AM：$y+\sqrt{2}=\frac{y_1+\sqrt{2}}{x_1-3}(x-3)$，令$x=1\Rightarrow y_P=-2\bullet\frac{y_1+\sqrt{2}}{ty_1-2}-\sqrt{2}=-\frac{(\sqrt{2}t+2)y_1}{ty_1-2}$

同理，$y_Q=-\frac{(\sqrt{2}t+2)y_2}{ty_2-2}\therefore y_P+y_Q=-(\sqrt{2}t+2)\frac{2ty_1y_2-2(y_1+y_2)}{t^2y_1y_2-2t(y_1+y_2)+4}=0$

综上，$y_P+y_Q=0\therefore\frac{|PB|}{|BQ|}=1$

法二：

设直线 MN 的方程为 $y=k(x-1)$，$M(x_1,y_1)N(x_2,y_2)$，联立

$$\begin{cases}y=k(x-1)\\ x^2-3y^2-3=0\end{cases}\Rightarrow(3k^2-1)x^2-6k^2x+3k^2+3=0$$

$$\begin{cases}x_1+x_2=\dfrac{6k^2}{3k^2-1}\\ x_1\cdot x_2=\dfrac{3k^2+3}{3k^2-1}\\ \Delta=12(1-2k^2)>0\end{cases}$$

所以，AM 的方程：$y+\sqrt{2}=\frac{y_1+\sqrt{2}}{x_1-3}(x-3)\Rightarrow y_P=-\sqrt{2}-2\frac{y_1+\sqrt{2}}{x_1-3}=-\sqrt{2}-2\left(k+\frac{\sqrt{2}+2k}{x_1-3}\right)=-\left(\sqrt{2}+2k\right)\left(\frac{2}{x_1-3}+1\right)$

同理：$y_Q=-\left(\sqrt{2}+2k\right)\left(\frac{2}{x_2-3}+1\right)$

所以，$\left|\frac{y_P}{y_Q}\right|=\left|\frac{x_1x_2-(x_1+x_2)+3-2x_1}{x_1x_2-3(x_1+x_2)+3+2x_1}\right|=\left|\frac{3(k^2+1)-6k^2+(3k^2-1)(3-2x_1)}{3(k^2+1)-18k^2+(3k^2-1)(3+2x_1)}\right|=\left|\frac{6k^2-2x_1(3k^2-1)}{-6k^2+2x_1(3k^2-1)}\right|=1$

22.（本小题满分 12 分）

（1）设 $g(x)=f'(x)=ae^{2x}+(a-2)e^x-x$，则 $g'(x)=(e^x+1)(ae^x-1)$

①当 $a\le0$ 时，$f'(x)$ 的增区间 $(-\infty,+\infty)$

②当 $a>0$ 时，$f'(x)$ 的增区间 $(\ln\frac{1}{a},+\infty)$；减区间 $(-\infty,\ln\frac{1}{a})$；

（2）若$f(x)$有两个极值点，则$f'(x)$有两个变号零点，

由（1）知$\begin{cases}a>0\\ f'(x)_{min}=f'(-\ln a)=1-\frac{1}{a}-\ln\frac{1}{a}<0\end{cases}$

设$u(x)=1-x-\ln x(x>0)$，则$u'(x)=-1-\frac{1}{x}<0$，所以$u(x)$在$(0,+\infty)$上递减，又$u(1)=0$

所以，当$x>1$时，$u(x)<0$，所以$\frac{1}{a}>1$，即$0<a<1$

设$h(x)=x-1-\ln x(x>0)$，则$h'(x)=1-\frac{1}{x}=\frac{x-1}{x}$

令$h'(x)>0\Rightarrow x>1$，

令$h'(x)<0\Rightarrow 0<x<1$，所以$h(x)$在$(0,1)$递减，在$(1,+\infty)$递增，所以$h(x)\geq h(1)=0$

$\because f'[\ln(\frac{3}{a}-1)]=a(\frac{3}{a}-1)^2+(a-2)(\frac{3}{a}-1)-\ln(\frac{3}{a}-1)=(\frac{3}{a}-1)-\ln(\frac{3}{a}-1)>0$且$\ln(\frac{3}{a}-1)>\ln\frac{1}{a}$

$\therefore f'(x)$在$(\ln\frac{1}{a},\ln(\frac{3}{a}-1))$上存在唯一一个零点$x_2$，即$\ln\frac{1}{a}<x_2<\ln(\frac{3}{a}-1)$

所以只需证$f'(1-\frac{2}{a})>0$且$1-\frac{2}{a}<\ln\frac{1}{a}$

当$x<\ln\frac{1}{a}$时，$0<e^x<\frac{1}{a}\therefore(a-2)e^x>\frac{a-2}{a}\therefore f'(1-\frac{2}{a})>0+\frac{a-2}{a}-(1-\frac{2}{a})=0$

又$\because 1-\frac{2}{a}<1-\frac{1}{a}<\ln\frac{1}{a}\therefore 1-\frac{2}{a}<x_1<\ln\frac{1}{a}<x_2<\ln(\frac{3}{a}-1)$

$\therefore x_2-x_1<\ln(\frac{3}{a}-1)-(1-\frac{2}{a})$