

乐山市高中 2024 届期末教学质量检测

理科数学

(本试卷共 4 页,满分:150 分 考试时间:120 分钟)

本试题卷分第一部分(选择题)和第二部分(非选择题)两部分. 第一部分 1 至 2 页,第二部分 3 至 4 页. 考生作答时,须将答案答在答题卡上,在本试题卷、草稿纸上答题无效. 满分 150 分,考试时间 120 分钟. 考试结束后,将本试题卷和答题卡一并交回.

第一部分(选择题 共 60 分)

注意事项:

1. 选择题必须用 2B 铅笔将答案标号填涂在答题卡对应题目标号的位置上.

2. 第一部分共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 计算: $(3-4i)(3+4i)=$

A. -7

B. 7

C. 25

D. -25

2. 下列变量间的关系,不是相关关系的是

A. 一块农田的水稻产量与施肥之间的关系

B. 正方形的面积与边长之间的关系

C. 商品销售收入与其广告费支出之间的关系

D. 人体内的脂肪含量与年龄之间的关系

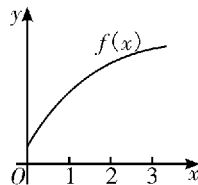
3. 函数 $y=f(x)$ 的图象如图所示,它的导函数为 $y=f'(x)$,下列正确的是

A. $f'(1)>f'(2)>f'(3)>0$

B. $f'(1)<f'(2)<f'(3)<0$

C. $0<f'(1)<f'(2)<f'(3)$

D. $f'(1)>f'(2)>0>f'(3)$



4. 小李打开计算机时,忘记了开机密码的前两位,他只记得第一位是 M, N, R 中的一个字母,第二位是 $1, 2, 3, 4$ 中的一个数字,则小李输入一次密码能成功开机的概率是

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{1}{4}$

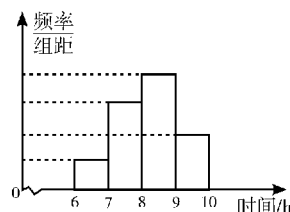
C. $\frac{1}{12}$

D. $\frac{7}{12}$

5. 某地为了了解中学生的日均睡眠时间(单位:h),随机选择了 n 位中学生进行调查,根据所得数据画出样本的频率分布直方图,如图所示,且从左到右的第1个,第4个,第2个,第3个小长方形的面积依次构成公差为0.1的等差数列,又第四小组的频数是10,则 n 等于

A. 30
C. 50

B. 40
D. 60



6. 在一次实验中,测得 (x, y) 的四组数值分别是 $A(1, 3), B(2, 3.8), C(3, 5.2), D(4, 6)$, 则 x 与 y 之间的回归直线方程可能是

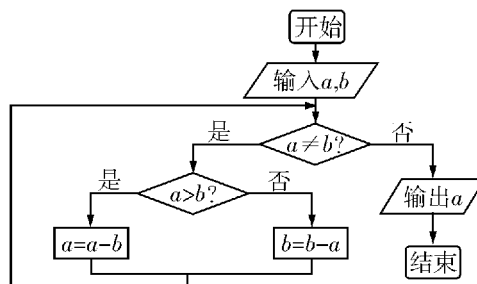
A. $\hat{y} = -x + 7$ B. $\hat{y} = 1.04x + 1.9$ C. $\hat{y} = 1.9x + 1.04$ D. $\hat{y} = 1.05x - 0.9$

7. 函数 $f(x) = x^3 - 3x$ 在区间 $[-2, 0]$ 的最大值和最小值分别为

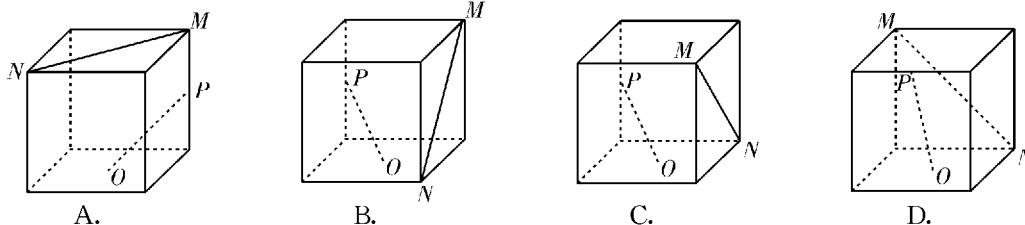
A. 2 和 -2 B. 2 和 0 C. 1 和 0 D. 0 和 -2

8. 如图所示程序框图的算法思路源于我国古代数学名著《九章算术》中的“更相减损术”. 执行该程序框图,若输入的 a, b 分别为 63, 49, 则输出的 $a =$

A. 2 B. 3
C. 5 D. 7



9. 如图,在正方体中, O 为底面的中心, P 为所在棱的中点, M, N 为正方体的顶点. 则满足 $MN \perp OP$ 的是



10. 已知函数 $f(x) = \ln x - \frac{1}{2}ax^2 - x$ 存在单调递减区间, 则实数 a 的取值范围是

A. $[-\frac{1}{4}, +\infty)$ B. $(-\frac{1}{4}, +\infty)$ C. $[0, +\infty)$ D. $(0, +\infty)$

11. 设函数 $f(x) = a^2x + \frac{1}{x-1} + 1 (x > 1)$, 在区间 $(0, 3)$ 内随机抽取两个实数分别记为 a, b , 则 $f(x) > b^2$ 恒成立的概率是

A. $\frac{2}{9}$ B. $\frac{4}{9}$ C. $\frac{5}{9}$ D. $\frac{7}{9}$

12. 已知 $a = (\sin \frac{1}{5} + \cos \frac{1}{5})^2 - 1, b = \frac{2}{3}, c = \frac{1}{2} \ln \frac{7}{3}$, 则

A. $c > a > b$ B. $a > c > b$ C. $b > c > a$ D. $b > a > c$

第二部分(非选择题 90 分)

注意事项:

1. 考生须用 0.5 毫米黑色墨迹签字笔在答题卡上题目所指示的答案区域作答, 作图可用铅笔画线, 确认后用 0.5 毫米黑色墨迹签字笔描清楚, 答在试题卷上无效.

2. 本部分共 10 小题, 共计 90 分.

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 在一次月考中, 高二年级 8 个班的数学平均分如茎叶图所示, 这组数字的中位数和平均数分别为 a, b , 则 $a - b =$ _____.

8	9 9
9	3 1 6 4 0 2

14. $(x - y)(x + 2y)^5$ 展开式中 $x^4 y^2$ 的系数为 _____.

15. 已知正 $\triangle ABC$ 边长为 1, 将 $\triangle ABC$ 绕 BC 旋转至 $\triangle DBC$, 使得平面 $ABC \perp$ 平面 BCD , 则三棱锥 $D - ABC$ 的外接球表面积为 _____.

16. 已知正实数 a, b , 满足 $ae^2(\ln b - \ln a + a - 1) \geq be^a$, 则 ab 的最大值为 _____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或推演步骤.

17. (本小题 10 分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x - 6$.

(1) 求 $f(x)$ 在点 $(3, f(3))$ 处的切线方程;

(2) 求函数 $f(x)$ 的单调区间.

18. (本小题 12 分)

某电器公司的市场研究人员为了了解公司的经营状况, 对该公司最近七个月内的市场占有率进行了统计, 结果如下表所示:

月份	1 月	2 月	3 月	4 月	5 月	6 月	7 月
月份代码 x	1	2	3	4	5	6	7
市场占有率 $y(\%)$	11	13	16	15	20	21	23

(1) 用相关系数说明市场占有率 y 与月份代码 x 之间的关系是否可用线性回归模型拟合? (结果保留两位小数)

(2) 求 y 关于 x 的线性回归方程, 并预测该公司 10 月份的市场占有率.

参考依据: $\sum_{i=1}^7 (x_i - \bar{x})^2 = 28$, $\sum_{i=1}^7 (y_i - \bar{y})^2 = 118$, $\sum_{i=1}^7 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 56$, $\sqrt{826} \approx 28.7$.

参考公式: 相关系数 $r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$, 线性回归方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 的斜率和

截距的最小二乘法估计分别为 $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$, $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$.

19. (本小题 12 分)

已知函数 $f(x) = x \cdot e^x$.

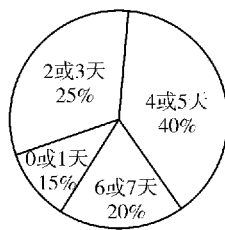
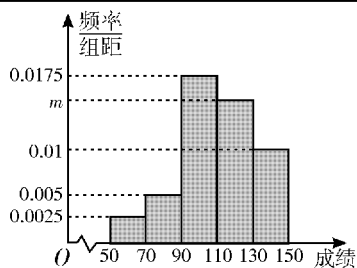
(1) 求 $f(x)$ 的极值;

(2) 求方程 $f(x) = a (a \in \mathbf{R})$ 的解的个数.

20. (本小题 12 分)

为了研究学生每天整理数学错题情况,某课题组在某市中学生中随机抽取了 100 名学生调查了他们期中考试数学成绩和平时整理数学错题情况,并绘制了下列两个统计图表,图 1 为学生期中考试数学成绩的频率分布直方图,图 2 为学生一个星期内整理数学错题天数的扇形图.若本次数学成绩在 110 分及以上视为优秀,将一个星期有 4 天及以上整理数学错题视为“经常整理”,少于 4 天视为“不经常整理”.已知数学成绩优秀的学生中,经常整理错题的学生占 70%.

	数学成绩优秀	数学成绩不优秀	合计
经常整理			
不经常整理			
合计			



(1)求图 1 中 m 的值;

(2)根据图 1、图 2 中的数据,补全上方 2×2 列联表,判断能否有 95% 的把握认为学生数学成绩优秀与经常整理数学错题有关?

(3)在全市“经常整理错题”的中学生中随机抽取 2 名学生,记数学成绩优秀的人数为 X ,求 X 的分布列和数学期望.

$$\text{附: } K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

α	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
x_α	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

21. (本小题 12 分)

如图,在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,侧面 BCC_1B_1 为正方形, $AB=BC=2$, $AC=2\sqrt{3}$, M, N 分别为 A_1B_1, AC 的中点.

(1)求证: $MN \parallel$ 平面 BCC_1B_1 ;

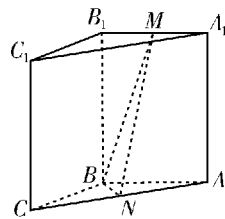
(2)再从条件①、条件②这两个条件中选择一个作为已知,

求二面角 $A-BM-N$ 的平面角的余弦值.

条件①: $BN \perp$ 平面 AA_1C_1C ;

条件②: $B_1N = \sqrt{5}$.

注:如果选择条件①和条件②分别解答,按第一个解答计分.



22. (本小题 12 分)

已知函数 $f(x) = e^x - a$ 和 $g(x) = ax - \ln x$ 有相同的最小值.

(1)求 a ;

(2)若直线 $y = b$ 与 $y = f(x)$ 和 $y = g(x)$ 的图象共有四个不同的交点,试探究:从左到右四个交点横坐标之间的等量关系.