2022—2023 学年高三考前定位考试

文科数学

考生注意:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上,并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x\mid |x|\geqslant 1\}$,$B=\{-2,-1,0,2\}$,则 $A\cap B=$

A. $\{-2,-1,0\}$　　B. $\{-1,0\}$

C. $\{-2,-1,2\}$　　D. $\{0,2\}$

2. 复数 $z=\dfrac{3+2\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}$在复平面内对应的点位于

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

3. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\log_2 x,0<x<1,\\ 4^{x-2},x\geqslant 1,\end{cases}$ 则 $f(f(1))=$

A. -4　　B. -2　　C. 2　　D. 4

4. 现有 300 名老年人,500 名中年人,400 名青年人,从中按比例用分层随机抽样的方法抽取 n 人,若抽取的老年人与青年人共 21 名,则 n 的值为

A. 15　　B. 30　　C. 32　　D. 36

5. 将函数 $f(x)$ 的图象上所有点向右平移$\dfrac{\pi}{6}$个单位长度,然后横坐标伸长为原来的 2 倍,纵坐标不变,得到函数 $y=\sin x$ 的图象,则 $f(x)$ 在区间$\left[0,\dfrac{\pi}{4}\right]$上的值域为

A. $\left[-\dfrac{\sqrt{3}}{2},1\right]$　　B. $\left[-\dfrac{1}{2},1\right]$　　C. $\left[\dfrac{1}{2},1\right]$　　D. $\left[\dfrac{\sqrt{3}}{2},1\right]$

6. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(2,1)$,$\boldsymbol{b}=(x,2)$,若$(\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b})/\!/(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$,则实数 $x=$

A. 5　　B. 4　　C. 3　　D. 2

7. 某学校对班级管理实行量化打分,每周一总结,若一个班连续 5 周的量化打分不低于 80 分,则为优秀班级. 下列能断定该班为优秀班级的是

A. 某班连续 5 周量化打分的平均数为 83,中位数为 81

B. 某班连续 5 周量化打分的平均数为 83,方差大于 0

C. 某班连续 5 周量化打分的中位数为 81,众数为 83

D. 某班连续 5 周量化打分的平均数为 83,方差为 1

8. 已知三棱锥 $P-ABC$ 中,$PA\perp$平面 ABC,$AB=4$,$AC=4$,$BC=4\sqrt{2}$,$PA=6$,D 为 PB 的中点,则异面直线 AD 与 PC 所成角的余弦值为

A. $\dfrac{2\sqrt{15}}{15}$　　B. $\dfrac{5\sqrt{3}}{12}$　　C. $\dfrac{5}{14}$　　D. $\dfrac{9}{13}$

9. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}-a\mathrm{e}^x,x<a,\\ -(x-2)^2,x\geqslant a\end{cases}$ 的最大值为 0,则实数 a 的取值范围为

A. $[0,2]$　　B. $[0,1]$　　C. $(-\infty,2]$　　D. $[0,2)$

10. 在$\triangle ABC$ 中,角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c,若 $\sin A=\sin B\cos C$ 且 $c=2\sqrt{3}$,$A=\dfrac{\pi}{6}$,则$\dfrac{c+a}{\sin C+\sin A}=$

A. $8\sqrt{3}$　　B. $4\sqrt{3}$　　C. 8　　D. 4

11. 已知函数 $f(x)=k|x|$,$g(x)=\dfrac{|\mathrm{e}^x-1|}{2\mathrm{e}^x}$,若方程 $f(x)=g(x)$有两个实根,且两实根之和小于 0,则实数 k 的取值范围是

A. $\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$　　B. $\left(\dfrac{1}{2},2\right)$　　C. $\left(\dfrac{1}{2},+\infty\right)$　　D. $(2,+\infty)$

12. 已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左焦点为 F,M,N,P 是双曲线 C 上的点,其中线段 MN 的中点恰为坐标原点 O,且点 M 在第一象限,若$\overrightarrow{NP}=3\overrightarrow{NF}$,$\angle OFM=\angle OMF$,则双曲线 C 的渐近线方程为

A. $y=\pm\dfrac{4}{3}x$　　B. $y=\pm\dfrac{2\sqrt{2}}{3}x$　　C. $y=\pm\dfrac{3\sqrt{2}}{4}x$　　D. $y=\pm\dfrac{3}{4}x$

二、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. 十九世纪初,我国数学家董祐诚在研究椭圆求周长时曾说:“椭圆求周旧无其术,秀水朱先生鸿为言圆柱斜剖成椭圆,是可以勾股形求之.”也就是说可以通过斜截圆柱法得到椭圆. 若用一个与圆柱底面成 60°的平面截该圆柱,则截得的椭圆的离心率为__________.

14. 若$\left(\sin\dfrac{\alpha}{2}+\cos\dfrac{\alpha}{2}\right)^2+\sqrt{3}\cos\alpha=\dfrac{5}{2}$,则 $\sin\left(\alpha+\dfrac{\pi}{3}\right)=$__________.

15. 已知函数 $f(x)=\dfrac{2^x-2^{-x}}{\ln(\mathrm{e}^{2x}+1)-ax}$是 $\mathbf{R}$ 上的奇函数,则实数 $a=$__________.

16. 在正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,$AB=1$,$AA_1=3$,点 M 在棱 BB_1 上,$BD_1\perp$ 平面 ACM,则三棱锥 $B-ACM$ 的外接球的表面积为__________.

三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤. 第 17 ~ 21 题为必考题,每个试题考生都必须作答. 第 22,23 题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17. (12 分)

在等比数列 $\{a_n\}$ 中,$a_7=8a_4$,且 $\frac{1}{2}a_2, a_3-4, a_4-12$ 成等差数列.

(Ⅰ)求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(Ⅱ)设 $b_n=\log_{\sqrt{2}}a_n$,数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n,求满足 $T_n\geqslant 70$ 的 n 的最小值.

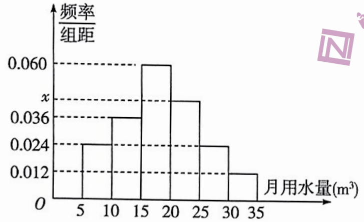
18. (12 分)

为保护水资源,节约用水,某市对居民生活用水实行“阶梯水价”. 从该市随机抽取 100 户居民进行月用水量调查,发现每户月用水量都在 5 m^3 至 35 m^3 之间,其频率分布直方图如图所示.

(Ⅰ)求 x 的值.

(Ⅱ)估计这 100 户居民月用水量的中位数.(结果精确到 0.1)

(Ⅲ)该市每户的月用水量计费方法:每户月用水量不超过 12 m^3 时按照 3 元/m^3 计费;超过 12 m^3 但不超过 20 m^3 的部分按照 5 元/m^3 计费;超过 20 m^3 的部分按照 8 元/m^3 计费.



把这 100 户居民月用水量的平均数作为该市居民每月用水量的平均数,估计该市平均每户居民月缴纳水费的金额.(同一组中的数据用该组区间的中点值作代表)

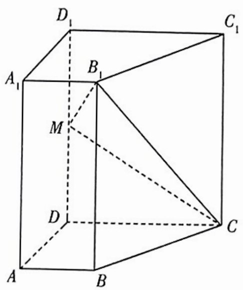
参考数据:$7.5\times0.12+12.5\times0.18+17.5\times0.3+27.5\times0.12+32.5\times0.06=13.65$.

19. (12 分)

如图所示,在直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,$AB/\!/CD$,$AB\perp AD$,且 $AB=AD=1$,$CD=2$,M 是 DD_1 的中点.

(Ⅰ)证明:$BC\perp B_1M$;

(Ⅱ)若 $B_1M\perp CM$,求四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的体积.



20. (12 分)

已知函数 $f(x)=(x-1)e^x+ax^2$.

(Ⅰ)若 $a<-\frac{1}{2}$,求 $f(x)$ 的单调区间;

(Ⅱ)若关于 x 的不等式 $f(x)\geqslant\frac{2}{3}x^3+ae^x+4a$ 在 $[0,+\infty)$ 上恒成立,求实数 a 的取值范围.

21. (12 分)

已知抛物线 C 的顶点在坐标原点,焦点在 y 轴的正半轴上,圆 $x^2+(y-1)^2=1$ 经过抛物线 C 的焦点.

(Ⅰ)求 C 的方程;

(Ⅱ)若直线 $l:mx+y-4=0$ 与抛物线 C 相交于 A,B 两点,过 A,B 两点分别作抛物线 C 的切线,两条切线相交于点 P,求 $\triangle ABP$ 面积的最小值.

(二)选考题:共 10 分. 请考生在第 22,23 题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4:坐标系与参数方程](10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中,曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=\sqrt{3}\cos\theta,\\ y=\sin\theta\end{cases}$($\theta$ 为参数),直线 l 过点 $M(1,0)$,且倾斜角为 α.

(Ⅰ)若 l 经过 C 上纵坐标最大的点,求 l 的参数方程;

(Ⅱ)若 l 与 C 交于 A,B 两点,且 $||MA|-|MB||=\frac{2}{5}$,求 $\cos\alpha$ 的值.

23. [选修 4-5:不等式选讲](10 分)

已知函数 $f(x)=|x-1|+|x-2|$.

(Ⅰ)求不等式 $f(x)<x$ 的解集;

(Ⅱ)已知 a,b 为正实数,证明:关于 x 的不等式 $f(x)\geqslant\frac{2\sqrt{a}+2\sqrt{b}-2}{a+b}$ 的解集为 $\mathbf{R}$.