

参照秘密级管理★启用前

部分学校高三教学质量摸底检测

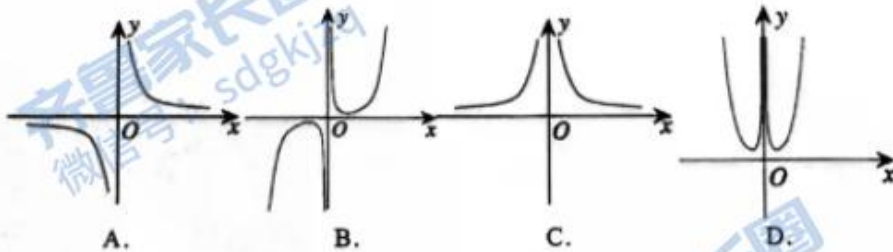
数 学

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷的指定位置上.
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号. 回答非选择题时, 将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效.
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回.

一、单项选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | y = \log_2(x+1)\}$, $B = \{x | x > 2\}$, 则 $A \cap (\complement_U B) =$
A. $\{-1, 2\}$ B. \emptyset C. $[-1, 2)$ D. $(-1, 2]$
2. 若 a, b 是正实数, 则 “ $ab \leq 1$ ” 是 “ $a+b=2$ ” 的
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
3. 已知 $z(1+i) = 2+i$, 则在复平面内复数 \bar{z} 对应的点位于
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
4. 已知 $\tan \alpha = -\frac{4}{3}$, 则 $\sin 2\alpha =$
A. $-\frac{4}{5}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $\frac{24}{25}$ D. $-\frac{24}{25}$
5. 甲袋中有 5 个白球、1 个红球, 乙袋中有 4 个白球、2 个红球, 从两个袋中任选一袋, 从中任取一球, 则取到的球是红球的概率为
A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{4}$
6. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $\frac{S_6}{S_3} = 3$ 且 $a_3 + a_8 = 36$, 则 $a_8 =$
A. 6 B. 12 C. 27 D. 36
7. 函数 $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{x^3}$ 的图像可能是



8. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $AB=1$, $AC=2$, P 是边 BC 垂直平分线上的一点, 则 $\overline{BC} \cdot \overline{AP} =$

- A. -3 B. $-\frac{3}{2}$ C. $\frac{3}{2}$ D. 3

二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对得 5 分, 部分选对得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 若数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_n = -a_n + 1 (n \in \mathbf{N}^*)$, 则

- A. $a_1 = \frac{1}{2}$ B. $S_3 = \frac{9}{8}$

- C. 数列 $\{a_n\}$ 是等比数列 D. $S_{n+1} = \frac{1}{2}S_n$

10. 设函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi) + \cos(\omega x + \varphi) (\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2})$,

满足 $f(x + \frac{\pi}{2}) = -f(x)$ 且 $f(-x) = f(x)$, 则

- A. $\omega = 2$ B. $\varphi = \frac{\pi}{4}$
C. $f(x)$ 在 $(0, \frac{\pi}{2})$ 上单调递增 D. $f(\frac{\pi}{4} + x) = f(\frac{\pi}{4} - x)$

11. 函数 $D(x) = \begin{cases} 1, x \in \mathbf{Q} \\ 0, x \notin \mathbf{Q} \end{cases}$ 被称为狄利克雷函数, 则下列结论成立的是

- A. 函数 $D(x)$ 的值域为 $[0, 1]$
B. 若 $D(x_0) = 1$, 则 $D(x_0 + 1) = 1$
C. 若 $D(x_1) - D(x_2) = 0$, 则 $x_1 - x_2 \in \mathbf{Q}$
D. $\exists x \in \mathbf{R}, D(x + \sqrt{2}) = 1$

12. 1202 年意大利数学家斐波那契出版了他的《算盘全书》, 著作中收录了一个关于兔子繁殖的有趣问题: 如果一对兔子每月能生 1 对小兔 (一雌一雄), 而每 1 对小兔子在它出生后的第 3 个月里, 又能生 1 对小兔子, 假定在不发生死亡的情况下, 由 1 对初生的小兔子开始, 50 个月后会多少对兔子? 这便是“不死神兔的繁衍生息——神奇的斐波那契数列”, 其定义是递推方式给出的, 即满足: $a_1 = a_2 = 1$,

$a_{n+2} = a_{n+1} + a_n (n \in \mathbf{N}^*)$ 的数列 $\{a_n\}$. 针对数列 $\{a_n\}$, 下列说法正确的是

- A. $a_1 + a_2 + \dots + a_n = a_{n+2} - 1$ B. $a_1 + a_3 + \dots + a_{2n-1} = a_{2n}$
C. $a_1 a_2 + a_2 a_3 + \dots + a_n a_{n+1} = a_{n+1}^2$ D. $3a_n = a_{n-2} + a_{n+2} (n \geq 3)$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. $(\sqrt{x} + \frac{2}{x})^6$ 的展开式中常数项为_____.

14. 已知向量 \vec{a}, \vec{b} 夹角为 $\frac{2\pi}{3}$, 且 $|\vec{a}|=1, |\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{3}$, 则 $|\vec{b}|=$ _____.

15. 已知 $a, b \in \mathbf{R}$, 且 $a-2b+1=0$, 则 $(\frac{1}{3})^a + 9^b$ 的最小值为_____.

16. 已知 $f(x) = \begin{cases} e^x - |x+1|, & x \leq a \\ -x^2 + |x| + 2, & x > a \end{cases}$ 恰好有三个零点, 则实数 a 的取值范围是_____.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分) 记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $a=2$, $a \sin A = b \sin C$.

(1) 若 $A = \frac{\pi}{3}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积 S ;

(2) 若点 D 为边 BC 的中点, 且 $AD = BC$, 求 $\triangle ABC$ 的周长 L .

18. (12 分) 为调研某中学足球训练开展情况,

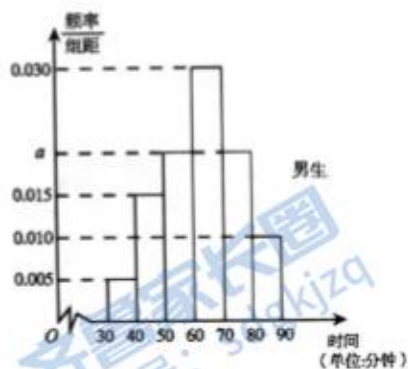
今随机抽取该校男女学生各 100 名, 统计每人日均参加足球训练的时间, 结果都在 30~90 分钟之间, 其中 60 分钟及以上者 106 人. 将

100 名男生参加足球训练的时间分成 6 组:

$[30, 40)$, $[40, 50)$, $[50, 60)$, $[60, 70)$,

$[70, 80)$, $[80, 90]$, 制作频率分布直方图如

右图所示:



(1) 求频率分布直方图中 a 的值, 并估计男生参加足球训练时间的样本数据的 80% 分位数;

(2) 若将参加足球训练时间在 60 分钟及以上者视为爱好足球, 根据小概率值 $\alpha = 0.05$ 的独立性检验, 分析爱好足球是否与性别有关?

附: ① $\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n = a+b+c+d$.

② 临界值表:

| α | 0.1 | 0.05 | 0.01 | 0.005 | 0.001 |
|------------|-------|-------|-------|-------|--------|
| x_α | 2.706 | 3.841 | 6.635 | 7.879 | 10.828 |

19. (12分) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} - 1, & 0 < x < 1 \\ (x-1)^2, & x \geq 1 \end{cases}$.

(1) 当 $0 < a < b$, 且 $f(a) = f(b)$ 时, 求 $(\frac{1}{a})^2 + (b-1)^2$ 的取值范围;

(2) 是否存在正实数 a, b ($a < b$), 使得函数 $y = f(x)$ 在 $[a, b]$ 上的取值范围是 $[a-1, b-1]$. 若存在, 则求出 a, b 的值; 若不存在, 请说明理由.

20. (12分) 为庆祝中国共产党建党 100 周年, 某单位举办了以“听党召唤, 使命在肩”为主题的知识竞赛活动, 经过初赛、复赛, 小张和小李进入决赛, 决赛试题由 3 道小题组成, 每道小题选手答对得 1 分, 答错得 0 分, 假设小张答对第一、第二、第三道小题的概率依次是 $\frac{4}{5}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}$, 小李答对每道小题的概率都是 $\frac{3}{4}$. 且他们每道小题解答正确与否相互之间没有影响, 用 X 表示小张在决赛中的得分, 用 Y 表示小李在决赛中的得分.

(1) 求随机变量 X 的分布列和数学期望 EX , 并从概率与统计的角度分析小张和小李在决赛中谁的得分能力更强一些;

(2) 求在事件“ $X+Y=4$ ”发生的条件下, 事件“ $X>Y$ ”的概率.

21. (12分) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = \lambda, a_2 = \frac{2\lambda}{3}$ (λ 为非零常数),

且 $3a_{n+1} = 2a_n + a_{n-1}$ ($n \geq 2, n \in \mathbf{N}^*$).

(1) 求证: 数列 $\{a_{n+1} - a_n\}$ 是等比数列;

(2) 若数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1 = a_1$, 且 $b_{n+1} - b_n = \lambda(a_{n+1} - a_n)$ ($n \in \mathbf{N}^*$);

(i) 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(ii) 若对任意正整数 i, j ($i \neq j$), $|b_i - b_j| < 1$ 都成立, 求实数 λ 的取值范围.

22. (12分) 已知函数 $f(x) = \frac{a}{x} \ln x - 1$, 其中 $a \neq 0$.

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 若函数 $g(x) = f(x) - \frac{1}{x^2} + \frac{2}{ex} \leq 0$ 在 $(0, +\infty)$ 上恒成立, 求实数 a 的取值范围(其中 e 是自然对数的底数).

关于我们

齐鲁家长圈系业内权威、行业领先的自主选拔在线旗下子平台，集聚高考领域权威专家，运营团队均有多年高考特招研究经验，熟知山东新高考及特招政策，专为山东学子服务！聚焦山东新高考，提供新高考资讯、新高考政策解读、志愿填报、综合评价、强基计划、专项计划、双高艺体、选科、生涯规划等政策资讯服务，致力于做您的山东高考百科全书。

第一时间获取山东高考升学资讯，关注**齐鲁家长圈**微信号：**sdgkjzq**。



微信搜一搜

齐鲁家长圈

打开“微信 / 发现 / 搜一搜”搜索