

岳阳市 2023 年高二教学质量监测 数学参考答案及评分标准

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.B 2.A 3.C 4.D 5.B 6.A 7.B 8.C

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9.ABC 10.AC 11.ACD 12.AB

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13.10 14. $2\sqrt{7}$ 15. $\frac{10}{11}$ 16. 4:5 (或 $\frac{4}{5}$)

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本题满分 10 分)

解：(1) 由已知 $f(x) = \sqrt{3} \sin 2x + \cos 2x + m + 1 = 2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) + m + 1$

又 $2x + \frac{\pi}{6} \in \left[\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}\right]$, 故 $x = \frac{\pi}{6}$ 时 $f(x)_{\max} = 3 + m = 6$, 故 $m = 3$ 5 分

(2) $\because f(x) \geq 4 \quad \therefore \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) \geq 0 \quad \therefore 2k\pi \leq 2x + \frac{\pi}{6} \leq 2k\pi + \pi, k \in \mathbb{Z}$

$\therefore$ 所求 x 的取值集合为 $\left\{x \mid -\frac{\pi}{12} + k\pi \leq x \leq \frac{5\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ 10 分

18. (本题满分 12 分)

解：(1) 设等差数列的公差为 d , 由 $a_2 = 3$, $S_5 = 25$,

得： $\begin{cases} a_2 = a_1 + d = 3 \\ S_5 = 5a_1 + 10d = 25 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} a_1 = 1 \\ d = 2 \end{cases}$,

故数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = 2n - 1$; 6 分

(2) 由已知 $T_n = 1 \cdot 2^0 + 3 \cdot 2^1 + 5 \cdot 2^2 + \cdots + (2n-1) \cdot 2^{n-1}$,

故 $2T_n = 1 \cdot 2^1 + 3 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2^3 + \cdots + (2n-1) \cdot 2^n$.

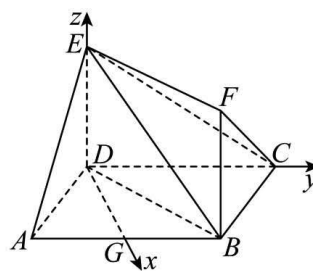
两式相减, 得 $-T_n = 1 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^n - (2n-1) \cdot 2^n = -3 + (3-2n) \cdot 2^n$

$$\therefore T_n = 3 + (2n-3) \cdot 2^n \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

19. (本题满分 12 分)

(1) 证明: 由题知, 四边形 $BDEF$ 为矩形, 所以 $BF \parallel DE$,
又因为 $BF \not\subset$ 平面 ADE , $DE \subset$ 平面 ADE , 所以 $BF \parallel$ 平面 ADE ,
同理可证 $BC \parallel$ 平面 ADE , 又因为 $BC \cap BF = B$, $BC, BF \subset$ 平面 BCF
所以平面 $BCF \parallel$ 平面 ADE , 又因为 $CM \subset$ 平面 BCF , 所以 $CM \parallel$ 平面 ADE . $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

(2) 因为平面 $ABCD \perp$ 平面 $BDEF$,
且平面 $ABCD \cap$ 平面 $BDEF = BD$, $DE \perp DB$,
 $DE \subset$ 平面 $BDEF$ 所以 $DE \perp$ 平面 $ABCD$.
又因为底面 $ABCD$ 为菱形, 且 $\angle BAD = 60^\circ$, $AB = 2$,
所以 $\triangle ABD$ 为等边三角形, 且 $AB = BD = 2$, 设 $BF = a$,



取 AB 的中点为 G , 连接 DG , 以 D 为坐标原点, 以 $\overrightarrow{DG}$ 的方向为 x 轴正方向,
建立如图所示的空间直角坐标系 $D-xyz$, $\dots\dots\dots 7 \text{ 分}$

$$\text{则 } B(\sqrt{3}, 1, 0), C(0, 2, 0), E(0, 0, a), F(\sqrt{3}, 1, a),$$

$$\text{则 } \overrightarrow{CF} = (\sqrt{3}, -1, a), \overrightarrow{BC} = (-\sqrt{3}, 1, 0), \overrightarrow{CE} = (0, -2, a),$$

$$\text{设平面 } BCE \text{ 的一个法向量为 } \vec{n} = (x, y, z), \text{ 则 } \begin{cases} -\sqrt{3}x + y = 0 \\ -2y + az = 0 \end{cases},$$

$$\text{取 } x = 1, \text{ 则 } y = \sqrt{3}, z = \frac{2\sqrt{3}}{a}, \text{ 即 } \vec{n} = \left(1, \sqrt{3}, \frac{2\sqrt{3}}{a}\right). \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

设直线 CF 与平面 BCE 所成角为 θ , 则

$$\sin \theta = \left| \cos \langle \overrightarrow{CF}, \vec{n} \rangle \right| = \frac{|\overrightarrow{CF} \cdot \vec{n}|}{|\overrightarrow{CF}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{\left| \sqrt{3} - \sqrt{3} + a \cdot \frac{2\sqrt{3}}{a} \right|}{\sqrt{4 + a^2} \cdot \sqrt{4 + \frac{12}{a^2}}} = \frac{\sqrt{15}}{10}$$

$$\text{化简可得 } a^4 - 13a^2 + 12 = 0, \text{ 解得 } a = 2\sqrt{3} \text{ 或 } a = 1 \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

20. (本题满分 12 分)

解: (1) 事件 B = “甲乙两队比赛 4 局甲队最终获胜”,

事件 A_j = “甲队第 j 局获胜”, 其中 $j = 1, 2, 3, 4$, A_j 相互独立.

又甲队明星队员 M 前四局不出场, 故 $P(A_j) = \frac{1}{2}, j = 1, 2, 3, 4$,

$B = \overline{A_1}A_2A_3A_4 + A_1\overline{A_2}A_3A_4 + A_1A_2\overline{A_3}A_4$, 所以 $P(B) = C_3^1 \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{3}{16}$4 分

(2) 设 C 为甲 3 局获得最终胜利, D 为前 3 局甲队明星队员 M 上场比赛,

由全概率公式知, $P(C) = P(C|D) \cdot P(D) + P(C|\overline{D}) \cdot P(\overline{D})$,

因为每名队员上场顺序随机, 故 $P(D) = \frac{C_4^2 A_3^3}{A_5^3} = \frac{3}{5}$, $P(\overline{D}) = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$,

$P(C|D) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{3}{4}\right) = \frac{3}{16}$, $P(C|\overline{D}) = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$,

所以 $P(C) = \frac{3}{16} \times \frac{3}{5} + \frac{1}{8} \times \frac{2}{5} = \frac{13}{80}$8 分

(3) 由 (2), $P(D|C) = \frac{P(CD)}{P(C)} = \frac{P(C|D) \cdot P(D)}{P(C)} = \frac{\frac{3}{16} \times \frac{3}{5}}{\frac{13}{80}} = \frac{9}{13}$12 分

21. (本题满分 12 分)

解: (1) 易知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 关于 x 轴对称, P_3, P_4 关于 x 轴对称, 故 P_3, P_4 都在

双曲线 C 上.2 分

若 $P_1(1, 1), P_3(\sqrt{2}, \sqrt{3}), P_4(\sqrt{2}, -\sqrt{3})$ 在双曲线上, 则 $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 不满足 $a \in \mathbb{N}$

若 $P_2(1, 0), P_3(\sqrt{2}, \sqrt{3}), P_4(\sqrt{2}, -\sqrt{3})$ 在双曲线上, 则 $a = 1$, 满足 $a \in \mathbb{N}$

故双曲线 C 的方程为 $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$5 分

(2) 方法一: 设直线 P_2A 与直线 P_2B 的斜率分别为 k_1, k_2 ,

如果 l 与 x 轴垂直, 则 $k_1 + k_2 = 0$, 不符合题设.

从而可设 $l: y = kx + m$ ($m \neq 1$) 将 $y = kx + m$ 代入 $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ 得

$$(3 - k^2)x^2 - 2kmx - m^2 - 3 = 0$$

$$\therefore \Delta = 4k^2m^2 + 4(3 - k^2)(m^2 + 3) > 0 \quad \text{化简得 } m^2 - k^2 + 3 < 0 \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\text{设 } A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), \text{ 则 } x_1 + x_2 = \frac{2km}{3 - k^2}, x_1x_2 = \frac{-m^2 - 3}{3 - k^2} \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$\text{而 } k_1 + k_2 = \frac{y_1}{x_1 - 1} + \frac{y_2}{x_2 - 1} = \frac{2kx_1x_2 + (m - k)(x_1 + x_2) - 2m}{x_1x_2 - (x_1 + x_2) + 1} = -1 \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$\text{化简得 } k^2 + (2m + 6)k + m^2 + 6m = 0 \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$\text{即 } k = -m - 6 \text{ (舍去 } k = -m, \text{ 一定不满足 } \Delta > 0 \text{)} \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$$

$$\text{所以 } l \text{ 的方程为 } y = kx - k - 6 = k(x - 1) - 6, \text{ 过定点 } (1, -6) \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

方法二：将坐标原点平移至 P_2 点，则 C 的方程变为 $3(x' + 1)^2 - y'^2 = 3$

$$\text{即 } 3x'^2 + 6x' - y'^2 = 0 \text{ (1)}, \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$\text{设直线 } l \text{ 的方程为 } mx' + ny' = 1 \text{ (2)}$$

$$\text{联立(1)(2), 得 } 3x'^2 + 6x'(mx' + ny') - y'^2 = 0, \text{ 同除以 } x'^2 \text{ 得}$$

$$k^2 - 6nk - (3 + 6m) = 0, \text{ 故 } k_1 + k_2 = 6n = -1, \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$l \text{ 的方程为 } mx' - \frac{1}{6}y' = 1 \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{所以 } l \text{ 过定点 } (1, -6) \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线