

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 下列命题，错误的是

- A. 若随机变量 X 服从正态分布 $N(2, \sigma^2)$ ，且 $P(X \leq 5) = 0.82$ ，则 $P(X \leq -1) = 0.18$
- B. 100 件产品中包含 10 件次品，不放回地随机抽取 6 件，则次品数 X 服从二项分布 $B(6, 0.1)$
- C. 将随机变量进行平移或伸缩后，其均值与方差都不会变化
- D. 在一元线性回归模型分析中，决定系数 R^2 用来刻画两个模型拟合的效果. 若 R^2 越小，则模型的拟合效果越好

10. 若 $f(x) = |\sin x| + \cos x$ ，则

- A. $f(x)$ 是偶函数
- B. $f(x)$ 在区间 $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$ 上单调递增
- C. $f(x)$ 的最小正周期为 π
- D. $f(x)$ 在区间 $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ 上的最小值为 1

11. 已知抛物线 $C: x^2 = 2py$ ($p > 0$) 的焦点为 F ，过 F 作直线 l 与抛物线 C 交于 A 、 B 两点，分别以 A 、 B 为切点作抛物线 C 的切线，两切线交于点 T ，设线段 AB 的中点为 M 。

若点 T 的坐标为 $(2, -\frac{1}{2})$ ，则

- A. 点 M 的横坐标为 2
- B. 点 M 的纵坐标为 3
- C. 直线 l 的斜率等于 2
- D. $|TM| = 5$

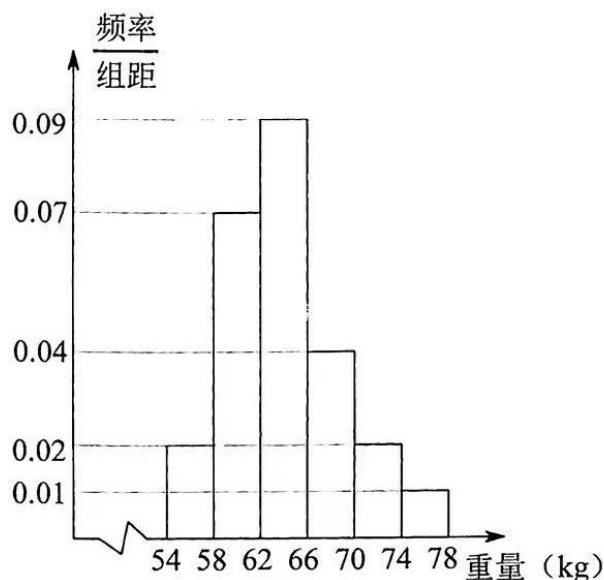
12. 已知三棱锥 $P-ABC$ 的四个顶点都在球 O 的球面上，且 $CA \perp CB$ ， $CA = CB = 2$ ，球 O 的表面积为 12π ，三棱锥 $P-ABC$ 的体积为 $\frac{4}{3}$ ，记点 A 到平面 BOC 的距离为 d ，则

- A. $PC = \frac{11}{6}$
- B. $PO = \sqrt{3}$
- C. $d = \sqrt{2}$
- D. $\angle AOB = \frac{\pi}{2}$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知平面向量 $\vec{a} = (-1, 2)$, $\vec{b} = (2, 2m)$. 若 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 则 $m =$ _____.

14. 某大学有男生 2000 名. 为了解该校男生的身体体重情况, 随机抽查了该校 100 名男生的体重, 并将这 100 名男生的体重(单位: kg)分成以下六组: $[54, 58)$, $[58, 62)$, $[62, 66)$, $[66, 70)$, $[70, 74)$, $[74, 78]$, 绘制成如下的频率分布直方图:



该校体重(单位: kg)在区间 $[70, 78]$ 上的男生大约有 _____ 人.

15. 已知双曲线 C 的中心在原点, 焦点在 x 轴上, F_1 、 F_2 分别为双曲线 C 的左、右焦点, A_1 、 A_2 分别为双曲线 C 的左、右顶点, 直线 l 过点 F_1 且与以 A_1A_2 为直径的圆相切于点 M . 若直线 l 与双曲线 C 的右支交于点 A , 且 $\overrightarrow{F_1M} = \frac{1}{3}\overrightarrow{MA}$, 则双曲线 C 的离心率等于 _____.

16. 已知 e 是自然对数的底数, 函数 $f(x) = (ae^x + 1)x + \ln x + 1$ 只有一个零点, 则实数 a 的取值范围为 _____.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

某研究机构随机抽取了新近上映的某部影片的 200 名观众，对他们是否喜欢这部影片进行了调查，得到如下数据（单位：人）：

	男性	女性	合计
喜欢	15	30	45
不喜欢	85	70	155
合计	100	100	200

根据上述信息，解决下列问题：

- (1) 根据小概率值 $\alpha=0.05$ 的独立性检验，分析观众喜欢该影片与观众的性别是否有关；
- (2) 现从被调查的 200 名观众中，随机依次抽取 2 人作为幸运观众（注：第一次先从 200 名观众中随机抽取 1 名，第二次再从剩下的 199 名观众中随机抽取 1 名）。求在第一次抽到的是喜欢该影片的观众的条件下，第二次抽到的是不喜欢该影片的观众的概率。

附：
$$\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$
，其中 $n=a+b+c+d$ 。

α	0.15	0.10	0.05	0.010	0.001
x_{α}	2.072	2.706	3.841	6.635	10.828

18. (12分)

$\triangle ABC$ 中, 内角 A 、 B 、 C 的对边分别为 a 、 b 、 c , $A = \frac{\pi}{3}$.

(1) 若 $b=2$, $c=3$. 求证: $\frac{a}{\tan A} + \frac{b}{\sin B} = \sqrt{21}$;

(2) 若 D 为 BC 边的中点, 且 $\triangle ABC$ 的面积为 $6\sqrt{3}$, 求 AD 长的最小值.

19. (12分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的每一项都是正数, $a_1 = 3$, $a_{n+1}^2 - 2a_n^2 = a_n a_{n+1} + 3 \times 2^n (a_n + a_{n+1})$.

记数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 B_n , $B_n = -3n^2 + 180$, 数列 $\left\{ \frac{a_n}{2^{n-2}} + b_n \right\}$ 的前 n 项和为 S_n , 数

列 $\left\{ \frac{a_n}{n} \right\}$ 的前 n 项和为 T_n .

(1) 求 S_n , T_n ;

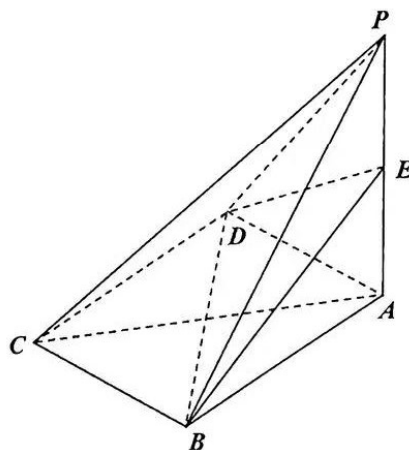
(2) 直接写出 S_n 与 T_n 的大小关系 (不要求证明).

20. (12分)

如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 点 E 为线段 AP 的中点.

(1) 求证: $CP \parallel$ 平面 BDE ;

(2) 若四边形 $ABCD$ 为菱形, 且 $AC=6$, $BD=8$, $CP=10$, $AP \perp$ 平面 $ABCD$, 求平面 BDE 与平面 PCD 所成二面角的正弦值.



21. (12分)

已知椭圆 E 的中心是坐标原点 O , 焦点在 y 轴上, 离心率等于 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, F 是椭圆 E 的上焦点, 点 P 在第一象限, 点 P 和点 $(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \sqrt{3})$ 都在椭圆 E 上, 且 $\triangle POF$ 的面积等于 $\frac{\sqrt{2}}{2}$. A 、 B 是椭圆 E 上异于 P 的不同的动点, 且 $\angle APF = \angle BPF$.

(1) 求椭圆 E 的方程;

(2) 求证: 直线 AB 的斜率是定值.

22. (12分)

已知 $m > 0$, e 是自然对数的底数, 函数 $f(x) = e^x + m - m \ln(mx - m)$.

(1) 若 $m = 2$, 求函数 $F(x) = e^x + \frac{x^2}{2} - 4x + 2 - f(x)$ 的极值;

(2) 是否存在实数 m , $\forall x > 1$, 都有 $f(x) \geq 0$? 若存在, 求 m 的取值范围; 若不存在,

请说明理由.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线