



合肥一中 2022-2023 学年高二年级下学期期末联考

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. D. 【解析】对于 A 选项， $[\ln(x+1)]' = \frac{1}{x+1}$ ，A 对；对于 B 选项， $(3e^x)' = 3e^x$ ，B 对；

对于 C 选项， $(x^2 - \frac{1}{x})' = 2x + \frac{1}{x^2}$ ，C 对；对于 D 选项， $(\frac{x}{\cos x})' = \frac{\cos x + x \sin x}{(\cos x)^2}$ ，D 错。

故选：D。

2. B. 【解析】从第 5 行第 6 列开始向又读取数据，第一个数为 253，第二个数是 313，第三个数是 457，下一个数是 860，不符合要求，第四个数是 736，下一个是 253，重复，第五个是 007，第六个是 328 故选：B。

3. A. 【解析】数列 $\{a_n\}$ 为等差数列，设其公差为 d ，则 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = na_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$ ，所以 $\frac{S_n}{n} = a_1 + \frac{(n-1)}{2}d$ ，所以 $\frac{S_{n+1}}{n+1} - \frac{S_n}{n} = \frac{d}{2}$ ，所以数列 $\{\frac{S_n}{n}\}$ 是首项为 a_1 ，公差为 $\frac{d}{2}$ 的等差数列；所以 $\frac{S_{12}}{12} - \frac{S_{10}}{10} = 2 \times \frac{d}{2} = -2$ ，所以 $d = -2$ 故选：A。

4. B. 【解析】根据离散型随机变量的定义，能够一一列出的只能是 B 选项，其中 A、C 选项是事件，D 选项取到球的个数是 2 个，ACD 错误；故选：B。

5. C. 【解析】 $\because X \sim N(15, \sigma^2)$ ，又 $P(X \leq 10) + P(X \geq 20) = 1 - P(10 < X < 20) = 1 - \frac{19}{25} = \frac{6}{25}$ ， $\therefore P(X \leq 10) = P(X \geq 20) = \frac{1}{2} \times \frac{6}{25} = \frac{3}{25}$ ， $\therefore$ 这些志愿者中免疫反应蛋白 M 的数值 X 不低于 20 的人数大约为 $1000 \times \frac{22}{25} = 880$ ，故选 C。

6. D. 【解析】由题可知 $m = 2 \times 2 + 5 = 9$ ，假设甲输入的 (x_1, y_1) 为 $(7, 3)$ ， (x_2, y_2) 为 $(4, -6)$ ，所以 $7 + 4 + x_3 + \dots + x_8 = 2 \times 8 = 16$ ， $3 - 6 + y_3 + \dots + y_8 = 9 \times 8 = 72$ ，所以 $x_3 + \dots + x_8 = 5$ ， $y_3 + \dots + y_8 = 9 \times 8 = 75$ ，改为正确数据时得 $3 + 4 + x_3 + \dots + x_8 = 12$ ， $7 + 6 + y_3 + \dots + y_8 = 9 \times 8 = 88$ ，所以样本点的中心为 $(\frac{3}{2}, 11)$ ，将其代入回归直线方程 $\hat{y} = \frac{13}{3}x + k$ ，得 $k = \frac{9}{2}$ 故选：D。

7. B. 【解析】因为 $2a_{n+1} = 3a_n + b_n + 2$ ， $2b_{n+1} = a_n + 3b_n - 2$ ，所以 $2a_{n+1} + 2b_{n+1} = a_n + 3b_n - 2 + 3a_n + b_n + 2 = 4(a_n + b_n)$ ，即 $a_{n+1} + b_{n+1} = 2(a_n + b_n)$ ，



又 $a_1 + b_1 = 2$ ，所以 $\{a_n + b_n\}$ 是以 2 为首项，2 为公比的等比数列，

所以 $a_n + b_n = 2^n$ ，又 $2a_{n+1} = 3a_n + b_n + 2$ ，即 $a_{n+1} = \frac{3}{2}a_n + \frac{1}{2}b_n + 1$ ，

所以 $a_{n+1} + b_{n+1} = \frac{3}{2}a_n + \frac{1}{2}b_n + 1 + b_n = \frac{3}{2}(a_n + b_n) + 1 = \frac{3}{2} \times 2^n + 1$

所以 $a_{2024} + b_{2023} = \frac{3}{2} \times 2^{2023} + 1 = 3 \times 2^{2022} + 1$ ；故选：B

8. B 【解析】因为 $m > 0$ ，不等式 $2e^{2mx} - \frac{\ln x}{m} \geq 0$ 成立，即 $2e^{2mx} \geq \frac{\ln x}{m}$ 成立，即 $2me^{2mx} \geq \ln x$ ，

进而转化为 $2mx e^{2mx} \geq x \ln x = e^{\ln x} \cdot \ln x$ 恒成立，

构造函数 $g(x) = xe^x$ ，可得 $g'(x) = e^x + xe^x = (x+1)e^x$ ，当 $x > 0$ ， $g'(x) > 0$ ， $g(x)$ 单调递增，

则不等式 $2e^{2mx} - \frac{\ln x}{m} \geq 0$ 恒成立等价于 $g(2mx) \geq g(\ln x)$ 恒成立，即 $2mx \geq \ln x$ 恒成立，

进而转化为 $2m \geq \frac{\ln x}{x}$ 恒成立，设 $h(x) = \frac{\ln x}{x}$ ，可得 $h'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$ ，

当 $0 < x < e$ 时， $h'(x) > 0$ ， $h(x)$ 单调递增；当 $x > e$ 时， $h'(x) < 0$ ， $h(x)$ 单调递减，

所以当 $x = e$ ，函数 $h(x)$ 取得最大值，最大值为 $h(e) = \frac{1}{e}$ ，

所以 $2m \geq \frac{1}{e}$ ，即实数 m 的取值范围是 $\left[\frac{1}{2e}, +\infty\right)$ 。故选：B.

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. AC. 【解析】对于 A 选项，两个随机变量的线性相关性越强，则相关系数 r 的绝对值越接近于 1，正确；

对于 B 选项， $E(2X+3) = 2E(X)+3$ ， $D(2X+3) = 4D(X)$ ，故 B 选项错误；

对于 C 选项，残差平方和越小的模型拟效果越好，故 C 选项正确；

对于 D 选项，随机变量 K^2 的观测值 k 来说， k 越小，“ X 与 Y 有关系”的把握程度越小，错误；
故选：AC

10. BD. 【解析】因为 $S = a + C_{27}^0 + C_{27}^1 + C_{27}^2 + C_{27}^3 + \cdots + C_{27}^{27}$

$$= a + 2^{27} = (9-1)^9 + a = C_9^0 9^9 - C_9^1 9^8 + C_9^2 9^7 - C_9^3 9^6 + \cdots + C_9^8 9 - C_9^9 + a$$

$$= 9(9^8 - C_9^1 9^7 + \cdots + C_9^8) + a - 1$$

因为 $a \geq 3$ ，所以 S 能被 9 整除的正整数 a 的最小值是 $a-1=9$ ，得 $a=10$ ，

所以 $n=10$ ，所以 $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{10}$ 的展开式中，二项式系数最大的项为第 6 项，



因为第6项的系数为负数, 所以第6项系数最小, 故选: BD.

11. BC. 【解析】由题意得, $a_1=1$, $a_2-a_1=2$, $a_3-a_2=3, \dots$, $a_n-a_{n-1}=n$,

以上 n 个式子累加可得 $a_n=1+2+\dots+n=\frac{n(n+1)}{2} (n \geq 2)$,

又 $a_1=1$ 满足上式, 所以 $a_n=\frac{n(n+1)}{2}$, 故 A 错误;

则 $a_2=3$, $a_3=6$, $a_4=10$, $a_5=15$, $a_6=21$, $a_7=28$,

得 $S_7=a_1+a_2+\dots+a_7=1+3+6+10+15+21+28=84$, 故 B 正确;

有 $a_{98}=\frac{99 \times 100}{2}=4950$, 故 C 正确; 由 $\frac{1}{a_n}=\frac{2}{n(n+1)}=2(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1})$,

得 $\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\dots+\frac{1}{a_{2023}}=2(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\dots+\frac{1}{2023}-\frac{1}{2024})=2(1-\frac{1}{2024})=\frac{2023}{1012}$,

故 D 不正确. 故选: BC.

12. ABD. 【解析】 $F(x)=e^x f(x)$, 函数定义域为 $\mathbb{R}$, 由 $f(-x)=e^{2x} f(x)$, 有 $e^{-x} f(-x)=e^x f(x)$,

即 $F(-x)=F(x)$, 函数 $F(x)$ 为偶函数, 故选项 A 正确;

由 $2f(x)+f'(x)=2x+1-e^{-2x}$, 得 $2e^{2x} f(x)+e^{2x} f'(x)=(2x+1)e^{2x}-1$,

即 $[e^{2x} f(x)]'=(2x+1)e^{2x}-1$, $\therefore [f(-x)]'=(2x+1)e^{2x}-1$,

有 $-f'(-x)=(2x+1)e^{2x}-1$, 得 $-f'(x)=(1-2x)e^{-2x}-1$,

$\therefore 2f(x)=2x+1-e^{-2x}-f'(x)=2x(1-e^{-2x})$,

得 $f(x)=x(1-e^{-2x})$, $f(0)=0$, 故选项 B 正确; C 选项错误;

$e^x f(x)+\frac{x}{e^x}=xe^x(1-e^{-2x})+\frac{x}{e^x}=xe^x-\frac{x}{e^x}+\frac{x}{e^x}=xe^x$,

当 $x \in (1, +\infty)$ 时, 函数 $g(x)=xe^x$ 单调递增, 且 $g(1)=e$, 有 $g(x) > g(1)$, 即 $e^x f(x)+\frac{x}{e^x} > e$,

故选项 D 正确. 故选: ABD

三、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. $y=-\frac{1}{e}$. 【解析】 $f(\frac{1}{e})=-\frac{1}{e}$, $f'(x)=\ln x+1$, $f'(\frac{1}{e})=0$ 所以切线方程为: $y=-\frac{1}{e}$

14. $\frac{2}{5}$. 【解析】第一次选择体育为事件 A, 第二次选择艺术为事件 B

$$P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{2}{5}$$

15. $m+2$. 【解析】由 $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$ 则

$$a_{2023} = a_{2022} + a_{2021} = a_{2021} + a_{2021} + a_{2020} = \dots$$

$$= a_{2021} + a_{2020} + a_{2019} \dots + a_2 + a_1 + a_2 = S_{2021} + a_2 = m + 2$$

16. 120. 【解析】相同元素分组，隔板法 $C_{10}^3 = 120$

四、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分。解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤。

17. 【解析】(1) 函数 $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$

$$\begin{cases} f'(-1) = 3 - 2a + b = 0 \\ f(-1) = -1 + a - b + 2b = 2 \end{cases} \text{ 解得 } a = 2, b = 1 \text{ 验证符合题意} \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

(2) 由 (1) 得 $f'(x) = 3x^2 + 4x + 1$ $f'(x) = 0$ $x_1 = -1, x_2 = -\frac{1}{3}$
在 $(-1, -\frac{1}{3})$ 上单调递减，在 $(-\frac{1}{3}, 1)$ 上单调递增， $f(-1) = 2, f(-\frac{1}{3}) = \frac{50}{27}, f(1) = 6$
所以 $f(x)$ 的最大值为 6，最小值为 $\frac{50}{27} \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$

18. 【解析】(1)

	回老家	不回老家	总计
60 周岁及以下	5	55	60
60 周岁以上	15	25	40
总计	20	80	100

$\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

$$(2) \text{ 计算 } \chi^2 = \frac{100(5 \times 25 - 15 \times 55)^2}{20 \times 80 \times 60 \times 40} = \frac{1225}{96} \approx 12.760 > 10.828$$

可以认为回老家过节与年龄有关. $\dots\dots\dots 12 \text{ 分}$

19. 【解析】(1) $f'(x) = e^x - \frac{1}{x} (x > 0)$, $f''(x) = e^x + \frac{1}{x^2} > 0$ 恒成立,

所以 $f'(x)$ 单调递增区间为 $(0, +\infty)$, 无递减区间. $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

(2) $f'(x) = e^x - \frac{1}{x} (x > 0)$, $f'(x)$ 单调递增区间为 $(0, +\infty)$



$$x \rightarrow 0, f(x) \rightarrow -\infty; x \rightarrow +\infty, f(x) \rightarrow +\infty, \text{ 存在 } x_0, \text{ 使得 } f'(x_0) = e^{x_0} - \frac{1}{x_0} = 0$$

在区间 $(0, x_0)$ 上单调递减, 在 $(x_0, +\infty)$ 上单调递增, 8 分

$$f(x)_{\min} = f(x_0) = e^{x_0} - \ln x_0 = \frac{1}{x_0} + x_0 \geq 2, \quad x_0 > 0, x_0 \neq 1 \text{ 等号不可取, } f(x) > 2. \text{ 得}$$

证. 12 分

(注: 也可用超越不等式证明, 但需要证明超越不等式)

20. 【解析】(1) 顾客抽取 2 次结束抽奖为事件 A

$$\text{则 } P(A) = \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} + \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{13}{25} \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

(2) X 可能取值为 10, 20, 30

$$P(X=10) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} + \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{30}{125}, P(X=20) = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} + \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{63}{125},$$

$$P(X=30) = \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} + \frac{3}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{32}{125}, \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

X 分布列为:

X	30	20	10
P	$\frac{32}{125}$	$\frac{63}{125}$	$\frac{30}{125}$

$$\text{数学期望 } E(X) = 30 \times \frac{32}{125} + 20 \times \frac{63}{125} + 10 \times \frac{30}{125} = \frac{504}{25} \quad \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

$$21. \text{ 【解析】(1) } a_{n+1} = \frac{1}{2a_n + 1}, b_{n+1} = \left| \frac{2a_{n+1} + 2}{2a_{n+1} - 1} \right| = \left| \frac{2 \times \frac{1}{2a_n + 1} + 2}{2 \times \frac{1}{2a_n + 1} - 1} \right| = 2 \left| \frac{2a_{n+1} + 2}{2a_{n+1} - 1} \right| = 2b_n$$

$$b_1 = \left| \frac{2a_1 + 2}{2a_1 - 1} \right| = 2, \text{ 所以 } \{b_n\} \text{ 为首项为 2, 公比为 2 的等比数列, } b_n = 2^n, n \in N^* \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

分

$$(2) c_n = \frac{n+2}{n(n+1)2^n} = \frac{1}{n \cdot 2^{n-1}} - \frac{1}{(n+1)2^n} \text{ 或 } c_n = 2 \left(\frac{1}{n2^n} - \frac{1}{(n+1)2^{n+1}} \right) \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$\{c_n\} \text{ 前 } n \text{ 项和 } S_n = \frac{1}{1 \cdot 2^{1-1}} - \frac{1}{(1+1)2^1} + \frac{1}{2 \cdot 2^{2-1}} - \frac{1}{(2+1)2^2} + \dots + \frac{1}{n \cdot 2^{n-1}} - \frac{1}{(n+1)2^n}$$

$$= 1 - \frac{1}{(n+1)2^n} \quad \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$



22. 解析: (1) $y' = mx^{m-1}$ 切点为 $B_n(a_n, a_n^m)$, 则切线方程为 $y - a_n^m = mx^{m-1}(x - a_n)$;

当 $n=1$ 时, 切线过点 $A(1, 0)$, 即 $0 - a_1^m = ma_1^{m-1}(1 - a_1)$, 得 $a_1 = \frac{m}{m-1}$;

当 $n=2$ 时, 切线过点 $A_1(a_1, 0)$, 即 $0 - a_2^m = ma_2^{m-1}(a_1 - a_2)$, 得 $a_2 = (\frac{m}{m-1})^2$; 4 分

(2) 当 $n \geq 2$ 时, 切线过点 $A_{n-1}(a_{n-1}, 0)$, 即 $0 - a_n^m = ma_n^{m-1}(a_{n-1} - a_n)$,

得 $\frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{m}{m-1} (n \geq 2)$ 8 分

所以数列 $\{a_n\}$ 是首项为 $a_1 = \frac{m}{m-1}$, 公比为 $\frac{m}{m-1}$ 的等比数列, 所以 $a_n = (\frac{m}{m-1})^n$

$a_n = (\frac{m}{m-1})^n = (1 + \frac{1}{m-1})^n = C_n^0 + C_n^1 \frac{1}{m-1} + C_n^2 (\frac{1}{m-1})^2 + \dots + C_n^n (\frac{1}{m-1})^n$
 $\geq C_n^0 + C_n^1 \frac{1}{m-1} = 1 + \frac{n}{m-1}$ 12 分



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京, 旗下拥有网站 (网址: www.zizzs.com) 和微信公众平台等媒体矩阵, 用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长, 在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南, 请关注自主选拔在线官方微信号: **zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线