

高 2025 届 2022-2023 学年（下）5 月名校联考

数学试题

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一个选项是符合题目要求的。

1. 复数 $z = i(3+i)$ 在复平面内对应的点所在的象限为 ()
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
2. 已知向量 $\vec{a} = (1, -1)$, $\vec{b} = (2, 1)$, $\vec{c} = (2, \lambda)$. 若 $\vec{c} \parallel (2\vec{a} + \vec{b})$, 则 $\lambda =$ ()

- A. $-\frac{1}{2}$ B. 0 C. $\frac{1}{2}$ D. 8

3. 已知 $\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 且 α 为第三象限角, 则 $\tan \alpha =$ ()

- A. $-\sqrt{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\sqrt{2}$

4. 金字塔一直被认为是古埃及的象征, 然而, 玛雅文明也有类似建筑, 玛雅金字塔是仅次于埃及金字塔的著名建筑. 玛雅金字塔由巨石堆成, 其下方近似为正四棱台, 顶端是祭神的神殿, 其形状近似为正四棱柱. 整座金字塔的高度为 29m, 金字塔的塔基 (正四棱台的下底面) 的周长为 220m, 塔台 (正四棱台的上底面) 的周长为 52m, 神殿底面边长为 9m, 高为 6m, 则该玛雅金字塔的体积为 ()



- A. $\frac{74920}{3} \text{m}^3$ B. 30455m^3 C. 37217m^3 D. 45439.5m^3

5. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 已知 $a = x$, $c = 6$, $A = 60^\circ$, 若满足条件的三角形有两个, 则 x 的取值范围为 ()

- A. $(3\sqrt{3}, 6]$ B. $(3\sqrt{3}, 6)$ C. $(3, 6)$ D. $(3\sqrt{3}, +\infty)$

6. 已知一个正六棱锥的所有顶点都在一个球的表面上, 六棱锥的底面边长为 1, 侧棱长为 2, 则球的表面积为 ()

- A. $\frac{4\pi}{3}$ B. $\frac{8\pi}{3}$ C. $\frac{16\pi}{3}$ D. 4π

7. 若 $\sin\left(2\theta + \frac{\pi}{4}\right) - \sqrt{2} \cos 2\theta = 0$, 则 $\tan\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) + \tan\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) =$ ()

- A. -2 B. 1 C. 2 D. 4

8. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 已知 $B = \frac{\pi}{3}$, $a = 8$, $b \cos A + a \cos B = 6$, 点 O 是 $\triangle ABC$ 的外心, 若 $\vec{BO} = x\vec{BA} + y\vec{BC}$, 则 $x + y =$ ()

- A. $\frac{7}{12}$ B. $\frac{23}{36}$ C. $\frac{25}{36}$ D. $\frac{29}{36}$

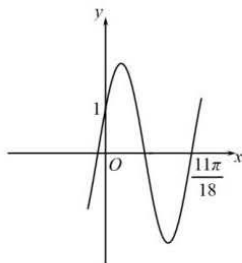
二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。

全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 给出下列 4 个命题，其中正确的命题是 ()

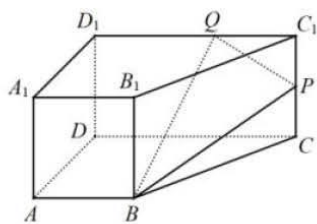
- A. 梯形可确定一个平面
B. 棱台侧棱的延长线不一定相交于一点
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$
D. 若非零向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ 满足 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$, 则 $\vec{b} = \vec{c}$

10. 函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示, 则 ()



- A. 函数 $f(x)$ 的最小正周期为 $\frac{2\pi}{3}$
B. $f(x)$ 在区间 $(\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{3})$ 上单调递减
C. $y = f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{9}$ 对称
D. 将 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度可得 $y = 2\cos(3x + \frac{\pi}{6})$ 的图象
11. 已知 O 为坐标原点, 点 $P_1(\cos \alpha, \sin \alpha)$, $P_2(\cos \beta, \sin \beta)$, $P_3(\cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta), \sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta))$, $A(1, 0)$, 则 ()
- A. $|\overrightarrow{OP_1}| = |\overrightarrow{OP_3}|$
B. $|\overrightarrow{P_1P_3}| = |\overrightarrow{P_2P_3}|$
C. $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP_3} = \overrightarrow{OP_1} \cdot \overrightarrow{OP_2}$
D. $(\overrightarrow{OP_1} + \overrightarrow{OP_2}) \cdot \overrightarrow{OP_3} \leq 2$

12. 如图, 直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面是梯形, $AB \parallel CD$, $AD \perp DC$, $BC = CD = 4$, $DD_1 = AB = 2$, P 是棱 CC_1 的中点, Q 是棱 C_1D_1 上一动点 (不包含端点), 则 ()



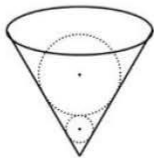
- A. AC 与平面 BPQ 有可能平行
B. B_1D_1 与平面 BPQ 有可能平行
C. 三角形 BPQ 周长的最小值为 $\sqrt{17} + \sqrt{29}$
D. 三棱锥 $A-BPQ$ 的体积为定值

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 若复数 z 满足 $z + \bar{z} + 2(z - \bar{z}) = 2 + 4i$, 则 $|z| =$ _____.

14. 已知向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 满足 $(3\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b} = 4$, 且 $|\vec{b}| = 4$, 则 $\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 上的投影向量的模为_____.

15. 一个倒置的圆锥形容器, 其轴截面为等边三角形, 在其内放置两个球形物体, 两球体均与圆锥形容器侧面相切, 且两球形物体也相切, 则小球的体积与大球的体积之比为_____.



16. 在锐角三角形中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $c = \sqrt{3}$, $\frac{\tan C}{\tan A} + \frac{\tan C}{\tan B} = 3$, 则 $a^2 + b^2 =$ _____ (填数值), $\triangle ABC$ 的面积取值范围是_____.

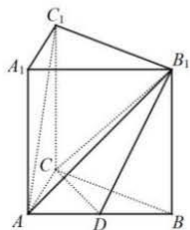
四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 已知 $\sin^2 A + \sin^2 C = \sin A \sin C + \sin^2 B$.

(1) 求角 B 的大小;

(2) 若 $b = \sqrt{3}$, $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 求 $\triangle ABC$ 的周长.

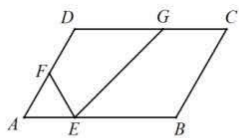
18. (12 分) 如图, 正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的各条棱长均为 2, D 为 AB 的中点.



(1) 求证: 直线 $AC_1 \parallel$ 平面 B_1CD ;

(2) 求三棱锥 $A-B_1CD$ 的体积.

19. (12 分) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $|\overrightarrow{AB}| = 3$, $|\overrightarrow{AD}| = 2$, $\angle DAB = 60^\circ$, 点 E, F, G 分别在边 AB, AD, DC 上, 且 $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{FD}$, $\overrightarrow{DG} = \lambda\overrightarrow{DC}$ ($0 \leq \lambda \leq 1$).



(1) 若 $\lambda = \frac{1}{2}$, 用 $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$ 表示 $\overrightarrow{EG}$;

(2) 求 $\overrightarrow{EG} \cdot \overrightarrow{EF}$ 的取值范围.

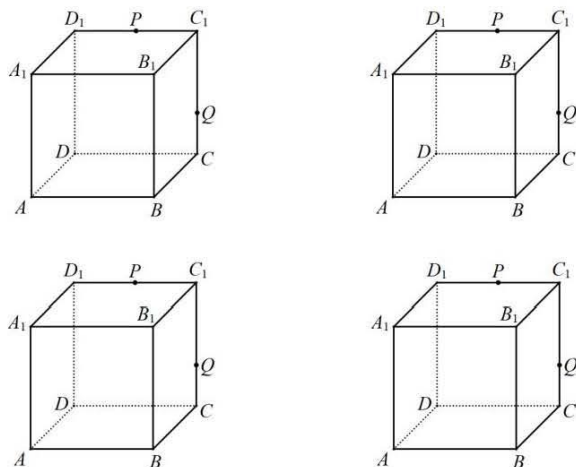
20. (12 分) 已知向量 $\vec{a} = \left(\cos \omega x - \sin \omega x, 2\sqrt{3} \cos \left(\frac{\pi}{4} + \omega x \right) \right)$, $\vec{b} = \left(\cos \omega x + \sin \omega x, \sin \left(\frac{\pi}{4} - \omega x \right) \right)$, 设函数

$f(x) = \vec{a} \cdot \vec{b} - \sqrt{3}$ ($\omega > 0$), 且函数图象的相邻两条对称轴之间的距离为 $\frac{\pi}{2}$.

(1) 求 ω 的值及函数 $f(x)$ 的值域;

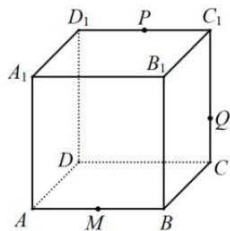
(2) 设 $M = \{x \in \mathbb{R} \mid f^2(x) - 3\sqrt{2}f(x) + 4 \leq 0\}$, $P = \{x \in \mathbb{Z} \mid 1 \leq x \leq 5\}$, 求 $M \cap P$.

21. (12分) 如图, 在棱长为6的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, P 为 C_1D_1 的中点, Q 为 CC_1 的一个三等分点(靠近 C).

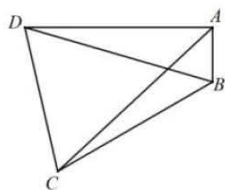


(1) 经过 P, Q 两点作平面 α , 平面 α 截正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 所得截面可能是 n 边形, 请根据 n 的不同取值分别作出截面图形(每种情况作一个代表类型, 例如 $n=3$ 只需要画一种, 下面给了四幅图, 可以不用完, 如果不够请自行增加), 保留作图痕迹;

(2) 若 M 为 AB 的中点, 求过点 P, Q, M 的截面的面积.



22. (12分) 由于某地连晴高温, 森林防火形势严峻, 某部门安排了甲、乙两名森林防火护林员对该区域开展巡查. 现甲、乙两名森林防火护林员同时从 A 地出发, 乙沿着正西方向巡视走了 3km 后到达 D 点, 甲向正南方向巡视若干公里后到达 B 点, 又沿着南偏西 60° 的方向巡视走到了 C 点, 经过测量发现 $\angle ACD = 60^\circ$. 设 $\angle ACB = \theta$, 如图所示.



(1) 设甲护林员巡视走过的路程为 $S = AB + BC$, 请用 θ 表示 S , 并求 S 的最大值;

(2) 为了强化应急战备准备工作, 有关部门决定在 $\triangle BCD$ 区域范围内储备应急物资, 求 $\triangle BCD$ 区域面积的最大值.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线