

五、圆锥曲线部分

22、超级韦达定理：

$$\begin{cases} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \\ Ax + By + C = 0 \end{cases}, \text{消} y \text{得} (a^2 A^2 + b^2 B^2)x^2 + (2a^2 AC)x + a^2(C^2 - b^2 B^2) = 0$$

$$\begin{cases} \Delta = 4a^2 b^2 B^2 (a^2 A^2 + b^2 B^2 - C^2) > 0 \Rightarrow a^2 A^2 + b^2 B^2 - C^2 > 0 \\ x_1 + x_2 = -\frac{2a^2 AC}{a^2 A^2 + b^2 B^2} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{a^2 (C^2 - b^2 B^2)}{a^2 A^2 + b^2 B^2} \end{cases}$$

23、弦长硬算公式：弦长 $|AB| = \frac{2ab \cdot \sqrt{A^2 + B^2} \cdot \sqrt{a^2 A^2 + b^2 B^2 - C^2}}{a^2 A^2 + b^2 B^2}$

24、弦长公式：

$$\textcircled{1} |AB| = \sqrt{1+k^2} |x_1 - x_2| = \sqrt{1+k^2} \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2} = \sqrt{1+k^2} \frac{\sqrt{\Delta}}{|a'|}$$

$$\textcircled{2} |AB| = \sqrt{1+\frac{1}{k^2}} |y_1 - y_2| = \sqrt{1+\frac{1}{k^2}} \sqrt{(y_1 + y_2)^2 - 4y_1 y_2} = \sqrt{1+\frac{1}{k^2}} \frac{\sqrt{\Delta}}{|a'|}$$

25、点差法：将 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 代入椭圆方程中做差： $(M(x_0, y_0))$ 是相交弦

$$AB \text{ 中点) } \begin{cases} \frac{x_1^2}{a^2} + \frac{y_1^2}{b^2} = 1 \\ \frac{x_2^2}{a^2} + \frac{y_2^2}{b^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{x_1^2 - x_2^2}{a^2} + \frac{y_1^2 - y_2^2}{b^2} = 0 \Leftrightarrow \frac{x_1^2 - x_2^2}{a^2} + \frac{y_1^2 - y_2^2}{b^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{y_1^2 - y_2^2}{x_1^2 - x_2^2} = \frac{(y_1 - y_2)(y_1 + y_2)}{(x_1 - x_2)(x_1 + x_2)} = k_{AB} \cdot \frac{y_0}{x_0} = -\frac{b^2}{a^2} \quad (-a < x_0 < a)$$

26、若 $P_0(x_0, y_0)$ 在椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 上，则过 P_0 的椭圆的切线方程是 $\frac{x_0 x}{a^2} + \frac{y_0 y}{b^2} = 1$.

27、若 $P_0(x_0, y_0)$ 在椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 外，则过 P_0 作椭圆的两条切线切点为 P_1, P_2 ,

则切点弦 $P_1 P_2$ 的直线方程是 $\frac{x_0 x}{a^2} + \frac{y_0 y}{b^2} = 1$.

28、若 PQ 是椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 上对中心张直角的弦，则

$$\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \quad (r_1 = |OP|, r_2 = |OQ|).$$

29、若椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 上中心张直角的弦 L 所在直线方程为 $Ax + By = 1$

$$(AB \neq 0), \text{ 则 } (1) \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = A^2 + B^2; (2) L = \frac{2\sqrt{a^4 A^2 + b^4 B^2}}{a^2 A^2 + b^2 B^2}.$$

30、给定椭圆 $C_1: b^2 x^2 + a^2 y^2 = a^2 b^2$ ($a > b > 0$), $C_2: b^2 x^2 + a^2 y^2 = \left(\frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} ab\right)^2$

对 C_1 上任意给定的点 $P_0(x_0, y_0)$, 它的任一直角弦必须经过 C_2 上一定

$$M\left(\frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} x_0, -\frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} y_0\right).$$

31、椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的焦半径公式: $|MF_1| = a + ex_0, |MF_2| = a - ex_0$

32、已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$), O 为坐标原点, P, Q 为椭圆上两动点, 且

$$OP \perp OQ. \text{ ① } \frac{1}{|OP|^2} + \frac{1}{|OQ|^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}; \text{ ② } |OP|^2 + |OQ|^2 \text{ 的最大值为 } \frac{4a^2 b^2}{a^2 + b^2}; \text{ ③}$$

$$S_{\Delta OPQ} \text{ 的最小值是 } \frac{a^2 b^2}{a^2 + b^2}.$$

33、设 P 点是椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 上异于长轴端点的任一点, F_1, F_2 为其焦点

$$\text{记 } \angle F_1 P F_2 = \theta, \text{ 则 } \text{① } |PF_1| \cdot |PF_2| = \frac{2b^2}{1 + \cos \theta} \text{ ② } S_{\Delta P F_1 F_2} = b^2 \tan \frac{\gamma}{2}.$$

34、设 A, B 是椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的长轴两 endpoints, P 是椭圆上的一点,

$\angle PAB = \alpha, \angle PBA = \beta, \angle BPA = \gamma$, c, e 分别是椭圆的半焦距离心率, 则有①

$$|PA| = \frac{2ab^2 |\cos \alpha|}{a^2 - c^2 \cos^2 \gamma}. \text{ ② } \tan \alpha \tan \beta = 1 - e^2. \text{ ③ } S_{\Delta PAB} = \frac{2a^2 b^2}{b^2 - a^2} \cot \gamma.$$

35、过平面上的 P 点作直线 $l_1: y = \frac{b}{a}x$ 及 $l_2: y = -\frac{b}{a}x$ 的平行线, 分别交 x 轴于 M, N ,

交 y 轴于 R, Q . ① 若 $|OM|^2 + |ON|^2 = a^2$, 则 P 的轨迹方程是

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0).$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0).$$

36、若 $P_0(x_0, y_0)$ 在双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 上, 则过 P_0 的双曲线的切线方程

$$\text{是 } \frac{x_0 x}{a^2} - \frac{y_0 y}{b^2} = 1.$$

37、若 $P_0(x_0, y_0)$ 在双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 外, 则过 P_0 作双曲线的两条切

线切点为 P_1, P_2 , 则切点弦 P_1P_2 的直线方程是 $\frac{x_0 x}{a^2} - \frac{y_0 y}{b^2} = 1$.

38、若 PQ 是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($b > a > 0$) 上对中心张直角的弦, 则

$$\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} = \frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2} (r_1 = |OP|, r_2 = |OQ|).$$

39、双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的焦半径公式: ($F_1(-c, 0), F_2(c, 0)$)

当 $M(x_0, y_0)$ 在右支上时, $|MF_1| = ex_0 + a, |MF_2| = ex_0 - a$.

当 $M(x_0, y_0)$ 在左支上时, $|MF_1| = -ex_0 + a, |MF_2| = -ex_0 - a$.

40、已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($b > a > 0$), O 为坐标原点, P, Q 为双曲线上两动点,

且 $OP \perp OQ$. ① $\frac{1}{|OP|^2} + \frac{1}{|OQ|^2} = \frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}$; ② $|OP|^2 + |OQ|^2$ 的最小值为 $\frac{4a^2b^2}{b^2 - a^2}$;

③ $S_{\triangle OPQ}$ 的最小值是 $\frac{a^2b^2}{b^2 - a^2}$.

六、导数部分

41、函数在某点处的导数： $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = f'(x_0)$

42、导函数的定义： $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \frac{dy}{dx}$;

43、导数的几何意义： $k_{\text{切}} = f'(x_0)$, $P(x_0, y_0)$ 为切点

44、常见初等函数的导数公式

$$C' = 0 \quad (C \text{ 为常数}) \qquad (x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x \qquad (\cos x)' = -\sin x$$

$$(a^x)' = a^x \ln a \quad (a > 0 \text{ 且 } \neq 1) \qquad (e^x)' = e^x$$

$$(\log_a^x)' = \frac{1}{x \ln a} \quad (a > 0 \text{ 且 } \neq 1) \qquad (\ln x)' = \frac{1}{x}$$

45、导数的运算法则：设 $f(x), g(x)$ 是可导的则

$$(f(x) \pm g(x))' = f'(x) \pm g'(x); \quad (f(x) \cdot g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

$$\left[\frac{f(x)}{g(x)} \right]' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)} \quad (g(x) \neq 0);$$

$$[Cf(x)]' = Cf'(x) \quad (C \text{ 为常数})$$

46、复合函数求导的链式法则：设 $y = f(u), u = g(x)$, 则 $y = f(g(x))$

$$y'_x = y'_u \cdot u' = f'(u) \cdot g'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x);$$

47、导数单调性的判断：

①如果在 (a, b) 内, $f'(x) > 0$, 那么 $f(x)$ 在此区间是增函数;

②如果在 (a, b) 内, $f'(x) < 0$, 那么 $f(x)$ 在此区间是减函数;

③如果在 (a, b) 内, $f'(x) = 0$, 那么 $f(x)$ 在此区间是常数函数.

48、求单调区间的一般步骤：

①求 $f(x)$ 的定义域; ②求 $f'(x)$; ③画出 $f'(x)$ 的示意图; ④作答.

49、求可导函数 $y = f(x)$ 极值的步骤：

①求 $f(x)$ 的定义域; ②求 $f'(x)$; ③令 $f'(x) = 0$ 求零点; ④画出 $f'(x)$ 示意图;

⑤列表；⑥作答.

50、求函数 $y=f(x)$ 在 $[a,b]$ 上的最大值与最小值的步骤:

①求函数 $y=f(x)$ 在 (a,b) 内的单调性;

②求函数 $y=f(x)$ 在 (a,b) 内的极值;

③比较函数 $y=f(x)$ 的各极值与端点处的函数值 $f(a)$, $f(b)$, 其中最大的一个是最大值, 最小的一个是最小值.

51、零点定理:

①零点存在性定理: 若 $y=f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上连续不断, $f(a) \cdot f(b) < 0$, 则 $y=f(x)$ 在 (a,b) 内有零点.

②零点唯一性定理: 若 $y=f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上连续不断且单调, $f(a) \cdot f(b) < 0$, 则 $y=f(x)$ 在 (a,b) 内有唯一零点.

③等价关系: 函数 $y=f(x)$ 的零点 \Leftrightarrow 方程 $f(x)=0$ 的根 $\Leftrightarrow y=f(x)$ 与 x 轴有交点的横坐标.

52、利用导数解决恒成问题:

①“任意 \geq (\leq) 任意”型

$\forall x \in D, f(x) \geq t$ (t 为常数) 恒成立 $\Leftrightarrow f(x)_{\min} \geq t$;

$\forall x \in D, f(x) \leq t$ (t 为常数) 恒成立 $\Leftrightarrow f(x)_{\max} \leq t$;

$\forall x_1 \in D_1, \forall x_2 \in D_2, f(x_1) \geq g(x_2)$ 恒成立 $\Leftrightarrow f(x)_{\min} \geq g(x)_{\max}$;

$\forall x_1 \in D_1, \forall x_2 \in D_2, f(x_1) \leq g(x_2)$ 恒成立 $\Leftrightarrow f(x)_{\max} \leq g(x)_{\min}$.

②“存在 \geq (\leq) 存在”型.

$\exists x \in D, f(x) \geq t$ (t 为常数) 能成立 $\Leftrightarrow f(x)_{\max} \geq t$;

$\exists x \in D, f(x) \leq t$ (t 为常数) 能成立 $\Leftrightarrow f(x)_{\min} \leq t$;

$\exists x_1 \in D_1, \exists x_2 \in D_2, f(x_1) \geq g(x_2)$ 能成立 $\Leftrightarrow f(x)_{\max} \geq g(x)_{\min}$;

$\exists x_1 \in D_1, \exists x_2 \in D_2, f(x_1) \leq g(x_2)$ 能成立 $\Leftrightarrow f(x)_{\min} \leq g(x)_{\max}$.

③“任意 \geq (\leq) 存在”型.

$\forall x_1 \in D_1, \exists x_2 \in D_2, f(x_1) \geq g(x_2)$ 成立 $\Leftrightarrow f(x)_{\min} \geq g(x)_{\min}$;

$\forall x_1 \in D_1, \exists x_2 \in D_2, f(x_1) \leq g(x_2)$ 成立 $\Leftrightarrow f(x)_{\max} \leq g(x)_{\max}$;

$\exists x_1 \in D_1, \forall x_2 \in D_2, f(x_1) \geq g(x_2)$ 成立 $\Leftrightarrow f(x)_{\max} \geq g(x)_{\max}$;

$\exists x_1 \in D_1, \forall x_2 \in D_2, f(x_1) \leq g(x_2)$ 成立 $\Leftrightarrow f(x)_{\min} \leq g(x)_{\min}$.

④ “存在=存在”型与“任意=存在”型

$\exists x_1 \in D_1, \exists x_2 \in D_2, f(x_1) = g(x_2)$ 能成立 $\Leftrightarrow f(x)$ 与 $g(x)$ 的值域有公共部分;

$\forall x_1 \in D_1, \exists x_2 \in D_2, f(x_1) = g(x_2)$ 能成立 $\Leftrightarrow f(x)$ 的值域是 $g(x)$ 的值域的子集.

53、利用导数证明不等式:

①函数不等式:

函数类不等式: 欲证 $f(x) > g(x)$, 构造 $F(x) = f(x) - g(x)$, 只需要证明 $F(x) > 0$ 即可;

②数列不等式: 根据所证不等式的特征, 建立函数不等式, 对自变量适当赋值, 放缩.

54、必须烂熟在心的不等式: 当 $x > 0$ 时, $e^x > x+1 > x > x-1 \geq \ln x \geq 1 - \frac{1}{x}$

55、泰勒公式:

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + \cdots$$

$$e^{-x} = 1 - x + \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!} + \cdots + (-1)^n \frac{x^n}{n!} + \cdots$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \cdots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + \cdots$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + \cdots$$

$$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + \cdots + (-1)^n x^n + \cdots$$

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \cdots + x^n + \cdots$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \cdots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} + \cdots$$

$$\ln(1-x) = -x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} - \cdots - \frac{x^n}{n} - \cdots$$

56、洛必达法则: 若函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 满足下列条件:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0 \quad \text{及} \quad \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0;$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0 \quad \text{及} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = 0;$$

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$ 及 $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = \infty$;

那么 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)} = l$.

洛必达法则可处理 $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$, $0 \cdot \infty$, 1^∞ , ∞^0 , 0^0 , $\infty - \infty$ 型.

备注: 若条件符合, 洛必达法则可连续多次使用, 直到求出极限为止.

57、拉格朗日中值定理:

若函数 $f(x)$ 满足如下条件: $f(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上连续; $f(x)$ 在开区间 (a, b) 内

可导, 则在 (a, b) 内至少存在一点 ξ , 使得 $f'(\xi) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$.

七、选考部分

58、坐标系与极坐标:

(1) 点 M 的极坐标: 极径、极角、点 M 的极坐标记为 $M(\rho, \theta)$, 也可写成 $M(\rho, \theta + 2k\pi)$ ($k \in \mathbf{Z}$).

(2) 极坐标和直角坐标的互化: $x = \rho \cos \theta$, $y = \rho \sin \theta$, $\rho^2 = x^2 + y^2$, $\tan \theta = \frac{y}{x}$ ($x \neq 0$).

59、极坐标系下的两点间的距离公式: $|P_1P_2| = \sqrt{\rho_1^2 + \rho_2^2 - 2\rho_1\rho_2 \cos(\theta - \theta_1)}$,

$$P_i(\rho_i, \theta_i), \quad i=1, 2$$

60、圆锥曲线极坐标方程统一形式: $\rho = \frac{ep}{1 \pm e \cos \theta}$, 其中 p 为焦点到准线的距离;

61、参数方程:

(1) 直线的参数方程: 经过点 (x_0, y_0) , 倾斜角为 α 的直线的参数方程为

$$\begin{cases} x = x_0 + t \cos \alpha \\ y = y_0 + t \sin \alpha \end{cases};$$

(2) 圆的参数方程: 圆心为 (a, b) , 半径为 r 的圆的参数方程为 $\begin{cases} x = a + r \cos \theta \\ y = b + r \sin \theta \end{cases}$;

(3) 椭圆的参数方程: 椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的参数方程为 $\begin{cases} x = a \cos \theta \\ y = b \sin \theta \end{cases}$;

62、直线的参数方程意义: 经过点 $M_0(x_0, y_0)$, 倾斜角为 α 的直线的参数方程为

$$\begin{cases} x = x_0 + t \cos \alpha \\ y = y_0 + t \sin \alpha \end{cases}.$$

① 设点 M 的参数为 t , 则 $|t| = M_0M$;

② 设点 M_1, M_2 对应的参数分别为 t_1, t_2 , 则线段 M_1M_2 的中点 t 对应的参数

$$t = \frac{t_1 + t_2}{2}, \text{ 线段 } |M_1M_2| \text{ 长度为 } |t_1 - t_2|;$$

63、不等式的性质:

① 对称性: $a > b \Leftrightarrow b < a$;

② 传递性: $a > b, b > c \Rightarrow a > c$;

③ 加法法则: $a > b \Leftrightarrow a + c > b + c$; $a > b, c > d \Rightarrow a + c > b + d$.

④ 减法法则: $a > b, c < d \Rightarrow a - c > b - d$;

⑤ 乘法法则:

$$a > b, c > 0 \Rightarrow ac > bc;$$

$$a > b, c < 0 \Rightarrow ac < bc;$$

$$a > b > 0, c > d > 0 \Rightarrow ac > bd.$$

$$\textcircled{6} \text{除法法则: } a > b > 0, 0 < c < d \Rightarrow \frac{a}{c} > \frac{b}{d}$$

$$\textcircled{7} \text{倒数法则: } a > b, ab > 0 \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b};$$

$$\textcircled{8} \text{乘方法则: } a > b > 0 \Rightarrow a^n > b^n \quad (n \in \mathbf{N}_+, \text{ 且 } n \geq 2)$$

$$\textcircled{9} \text{开方法则: } a > b > 0 \Rightarrow \sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b} \quad (n \in \mathbf{N}_+, \text{ 且 } n \geq 2)$$

64、含有绝对值的不等式: 当 $a > 0$ 时, 有

$$|x| < a \Leftrightarrow x^2 < a^2 \Leftrightarrow -a < x < a;$$

$$|x| > a \Leftrightarrow x^2 > a^2 \Leftrightarrow x > a \text{ 或 } x < -a$$

65、绝对值三角不等式性质: $||a| - |b|| \leq |a \pm b| \leq |a| + |b|$

66、柯西不等式:

① 设 a, b, c, d 均为实数, 则 $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) \geq (ac + bd)^2$, 当且仅当 $ad = bc$ 时等号成立.

② 设 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 和 $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n$ 均为实数,

$$\text{则 } (a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \dots + a_n^2)(b_1^2 + b_2^2 + b_3^2 + \dots + b_n^2) \geq (a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 + \dots + a_nb_n)^2$$

当且仅当 $b_i = 0$ ($i = 1, 2, 3, \dots, n$) 或存在一个实数 k , 使得 $a_i = kb_i$ ($i = 1,$

$2, 3, \dots, n$) 时, 等号成立.

八、选填小题部分

67、摩根定理：① $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \complement_U (A \cup B)$ ；② $(\complement_U A) \cup (\complement_U B) = \complement_U (A \cap B)$

68、注意区分集合中元素的含义：【数集一般都要进一步化简】

① 数集：

$$A = \{x | f(x) = 0\} \text{ 方程的解集}$$

$$B = \{x | y = f(x)\} \text{ 函数 } y = f(x) \text{ 的定义域}$$

$$C = \{x | f(x) > 0\} \text{ 或 } \{x | f(x) < 0\} \text{ 不等式的解集}$$

$$D = \{y | y = f(x)\} \text{ 函数 } y = f(x) \text{ 的值域}$$

② 点集：

$$A = \{(x, y) | F(x, y) = 0\} \text{ 曲线； } B = \{(x, y) | F(x, y) > 0\} \text{ 区域}$$

$$C = \{(x, y) | F(x, y) < 0\} \text{ 区域； } D = \{\dot{a} | \dot{a} = (f(t), g(t))\}, \text{ 令 } \dot{a} = (x, y),$$

$$\text{则 } D = \left\{ (x, y) \left| \begin{cases} x = f(t) \\ y = g(t) \end{cases} \right. \right\} = \{(x, y) | F(x, y) = 0\}$$

69、 $ab = 0 \Leftrightarrow a = 0$ 或 $b = 0$ ； $ab \neq 0 \Leftrightarrow a \neq 0$ 或 $b \neq 0$ ；

70、合二为一的几种类型：

$$\textcircled{1} \begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \end{cases} \Rightarrow x_1, x_2 \text{ 是方程 } x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0 \text{ 的两根；}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} ax_1^2 + bx_1 + c = 0 \\ ax_2^2 + bx_2 + c = 0 \end{cases} \Rightarrow x_1, x_2 \text{ 是方程 } ax^2 + bx + c = 0 \text{ 的两根；}$$

$$\begin{cases} f(m) = km \\ f(n) = kn \end{cases} \Rightarrow f(x) = kx \text{ 有两个不等实根 } m, n$$

$$\textcircled{3} \begin{cases} ax_1 + by_1 + c = 0 \\ ax_2 + by_2 + c = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{经过 } P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2) \text{ 两点的直线方程为 } ax + by + c = 0$$

$$\textcircled{4} \text{ 奇函数： } y = \begin{cases} f(x) & x > 0 \\ -f(-x) & x < 0 \end{cases} = \frac{|x|}{x} f(|x|)； \text{ 偶函数： } y = \begin{cases} f(x) & x > 0 \\ f(-x) & x < 0 \end{cases} = f(|x|)$$

$$\textcircled{5} y = \begin{cases} a & a \geq b \\ b & a < b \end{cases} = \max\{a, b\}； y = \begin{cases} b & a \geq b \\ a & a < b \end{cases} = \min\{a, b\}$$

71、三次函数 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a > 0$) 的解析式：