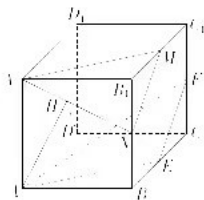


高三数学试卷参考答案(理科)

1. A $z = (3-2i)(2-i) = 6-3i-4i-2i^2 = 8-i$, 在复平面内对应的点位于第一象限.
2. A 由题意可得 $A = \{x | 2 < x < 3\}$, $B = \{x | x < \frac{5}{2}\}$, 则 $A \cap B = \{x | 2 < x < \frac{5}{2}\}$.
3. B 因为 $f(-x) = \frac{(-x)^2}{2^{-x} \cdot -2^x} = -f(x)$, 所以 $f(x)$ 为奇函数, 排除 AC. 当 $x > 0$ 时, $f(x) > 0$, 排除 D, 故选 B.
4. C 因为 $|a+b| = |a-b|$, 所以 $a \cdot b = 0$, 即 $3 \times 8 + 4m = 0$, 解得 $m = -6$, 则 $|b| = \sqrt{8^2 + (-6)^2} = 10$.
5. A $(x^2 - \frac{1}{x})^{10}$ 展开式的通项为 $T_{r+1} = C_{10}^r \cdot (x^2)^{10-r} \cdot (-\frac{1}{x})^r = (-1)^r \cdot C_{10}^r \cdot x^{20-3r}$, 令 $30 - 4r = 2$, 得 $r = 7$, 则 $T_8 = (-1)^7 \times C_{10}^7 \times x^2 = -120x^2$.
6. B 由题意可知该曲面棱柱的底面积 $S = \frac{9(\pi - \sqrt{3})}{2}$, 设 $AB = x$, 则 $3 \times (\frac{1}{2} \times \frac{\pi}{3} x^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} x^2) + \frac{\sqrt{3}}{4} x^2 = \frac{9(\pi - \sqrt{3})}{2}$, 解得 $x = 3$.
7. D 由题意可得 $a_3 = 2a_1 + 2 = 2(2a_3 - 1) - 2 = 4(2a_2 - 2) = 8(2a_1 - 1) + 8 = 16a_1 = 16$, $a_8 = 2a_1 - 1 = 2(2a_3 - 2) - 1 = 4(2a_5 - 1) - 3 = 127$, 则 $a_5 + a_8 = 16 + 127 = 143$.
8. C 由题意可得这 1 名大一新生恰好加入其中 2 个社团的不同情况有 $(C_3^1 - \frac{C_3^2}{A_2^2}) C_3^2 A_2^2 = 12$ 种.
9. D 因为 $\angle AMB = \frac{2\pi}{3}$, 所以圆心 M 到渐近线的距离等于半径的一半, 则 $\frac{ab}{c} = \frac{1}{2}$, 则 $a^2(c^2 - a^2) = \frac{c^4}{4}$, 即 $(\frac{c}{a})^4 - 4(\frac{c}{a})^2 + 4 = 0$, 解得 $(\frac{c}{a})^2 = 2$, 则双曲线 C 的离心率为 $\sqrt{2}$.
10. B 作出 $f(x)$ 的图象(图略), 由图可知 $m \leq 5$.
11. B 如图, 分别取棱 B_1C_1, BB_1 的中点 M, N , 连接 A_1M, A_1N, MN , 易证平面 $A_1MN \parallel$ 平面 A_1EF , 则点 P 在线段 A_1N 上, 过点 A 作 $AH \perp A_1N$, 垂足为 H , 连接 DH , 则 $DP \geq DH$, 当且仅当 P 与 H 重合时, $DP = DH = \sqrt{DA^2 + AH^2} = \frac{6\sqrt{5}}{5}$.



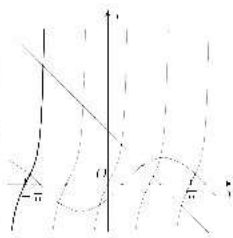
【高三数学·参考答案 第 1 页(共 5 页)理科】

当 $x > 1$ 时, $\ln x < \frac{1}{2}(x - \frac{1}{x})$, 则 $\ln 3 < \frac{1}{2}(3 - \frac{1}{3}) = \frac{1}{3}$, 所以 $a > c > b$.

13. 120 由题意可知 $P(X > 120) = P(X < 60) = 0.1$, 则数学成绩为优秀的人数是 $1200 \times 0.1 = 120$.

11. 2 设 $\{a_n\}$ 的公差为 d , 由题意可得 $3d = 6$, 则 $d = 2$.

15. 7 作出 $f(x) = \tan 2x$ 与 $g(x) = \sin(x - \frac{\pi}{4})$ 在区间 $[-\pi, \pi]$ 上的大致图象, 如图所示, 由图可知 $m = 4$, 直线 $x - y = 2$ 与 $f(x)$ 的图象在区间 $[0, \pi]$ 上有 3 个交点, 则 $n = 3$, 所以 $m + n = 7$.



16. 2 由题意可知 $F(\frac{p}{2}, 0)$, 设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 则 $S_{\triangle DEF} =$

$$\frac{1}{2} \cdot |DE| \cdot p = \frac{p}{2} |DE|,$$

$$S_{\triangle DEF} = \frac{|AD| + |BE|}{2} \cdot |DE| = \frac{x_1 - \frac{p}{2} + x_2 - \frac{p}{2}}{2} \cdot |DE| = \frac{x_1 + x_2 - p}{2} \cdot |DE|.$$

因为 $S_{\triangle DEF} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABF}$, 所以 $x_1 + x_2 = 3p$. 由题意可知直线 l 的斜率不为 0, 设直线 l 的方

程为 $x = my - \frac{p}{2}$, 联立 $\begin{cases} x = my - \frac{p}{2} \\ y^2 = 2px \end{cases}$, 整理得 $y^2 - 2mpy - p^2 = 0$, 则 $y_1 + y_2 = 2mp, y_1 y_2 =$

$-p^2$, 从而 $x_1 + x_2 = m(y_1 + y_2) + p = (2m^2 + 1)p = 3p$, 解得 $m^2 = 1$, 故 $|y_1 - y_2| = \sqrt{(y_1 + y_2)^2 - 4y_1 y_2} = 2\sqrt{2}p$, 即 $|DE| = 2\sqrt{2}p$. 因为 $S_{\triangle DEF} = 1\sqrt{2}$, 所以 $\sqrt{2}p^2 = 4\sqrt{2}$, 解得 $p = 2$.

17. 解: (1) 由题意得 $\bar{x} = \frac{2+4+5+6+8}{5} = 5, \bar{y} = \frac{3+4+6+5+7}{5} = 5$ 2 分

因为 $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 = 115, x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3 + x_4 y_4 + x_5 y_5 = 138$ 4 分

所以 $\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \sum_{i=1}^5 x_i y_i - 5\bar{x}\bar{y} = 138 - 5 \times 5 \times 5 = 13$.

$$\sqrt{\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^5 x_i^2 - 5\bar{x}^2} = \sqrt{115 - 5 \times 5^2} = 2\sqrt{5}, \sqrt{\sum_{i=1}^5 (y_i - \bar{y})^2} = \sqrt{10}.$$

$$\text{故 } r = \frac{\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^5 (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{13}{2\sqrt{5} \times \sqrt{10}} = \frac{13\sqrt{2}}{20} \approx 0.92. \quad \dots\dots 6 \text{ 分}$$

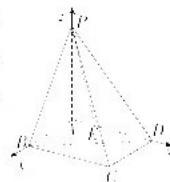
$$(2) b = \frac{\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2} = \frac{13}{20} = 0.65, a = \bar{y} - b\bar{x} = 5 - 0.65 \times 5 = 1.75. \quad \dots\dots 8 \text{ 分}$$

故线性回归直线方程为 $\hat{y} = 0.65x + 1.75$ 9 分

【高三数学·参考答案 第 2 页(共 5 页)理科】



- (3) 当 $\lambda = 10$ 时, $\bar{y} = 0.65 \times 10 + 1.75 = 8.25$ 百万元. 12 分
18. (1) 证明: 由四边形 $ABCD$ 为矩形, 得 $AD \perp CD$ 1 分
 因为 $PA \perp$ 底面 $ABCD$, 所以 $PA \perp CD$ 2 分
 因为 $PA \cap AD = A$, 所以 $CD \perp$ 平面 PAD 3 分
 因为 $CD \subset$ 平面 PCD , 所以平面 $PAD \perp$ 平面 PCD 4 分
- (2) 解: 以 A 为坐标原点, 建立如图所示的空间直角坐标系, 5 分
 则 $A(0, 0, 0), B(1, 0, 0), D(0, 3, 0), P(0, 0, 3), E(0, 1, 0)$ 6 分
 所以 $\vec{PB} = (1, 0, -3), \vec{PD} = (-1, 3, 0), \vec{PE} = (0, 1, -3)$ 7 分
 设 $\mathbf{n} = (x, y, z)$ 是平面 PBD 的法向量,
 则 $\begin{cases} \mathbf{n} \cdot \vec{PB} = 0, \\ \mathbf{n} \cdot \vec{PD} = 0. \end{cases}$ 即 $\begin{cases} x - 3z = 0, \\ -x + 3y = 0. \end{cases}$ 8 分
 令 $x = 3$, 得 $\mathbf{n} = (3, 1, 1)$ 9 分
 因为 $\cos \langle \mathbf{n}, \vec{PE} \rangle = \frac{\mathbf{n} \cdot \vec{PE}}{|\mathbf{n}| |\vec{PE}|} = \frac{-2}{\sqrt{11} \times \sqrt{10}} = -\frac{\sqrt{110}}{55}$ 11 分
 所以 PE 与平面 PBD 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{110}}{55}$ 12 分



19. 解: (1) 因为 $\sqrt{2}c \sin(A + \frac{\pi}{4}) = b$, 所以 $\sqrt{2} \sin C (\sin A \cos \frac{\pi}{4} + \cos A \sin \frac{\pi}{4}) = \sin B$.
 即 $\sin C \sin A + \sin C \cos A = \sin B$ 2 分
 因为 $A + B + C = \pi$, 所以 $\sin B = \sin(A + C) = \sin A \cos C + \cos A \sin C$ 3 分
 所以 $\sin C = \cos C$, 即 $\tan C = 1$ 4 分
 因为 $0 < C < \pi$, 所以 $C = \frac{\pi}{4}$ 5 分
- (2) 因为 D 为 AB 边的中点, 所以 $\vec{CD} = \frac{1}{2}\vec{CA} + \frac{1}{2}\vec{CB}$ 6 分
 所以 $|\vec{CD}|^2 = \frac{|\vec{CA}|^2 + |\vec{CB}|^2 + 2\vec{CA} \cdot \vec{CB}}{4} = \frac{b^2 + a^2 + 2ab \cos C}{4} = \frac{b^2 + a^2 + 2ab \cos \frac{\pi}{4}}{4} = \frac{(b-2)^2 + 4}{4}$ 8 分
 在 $\triangle ABC$ 中, 由正弦定理 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$, 得 $b = \frac{2\sqrt{2} \sin B}{\sin(B + \frac{\pi}{4})} = \frac{1}{1 - \frac{1}{\tan B}}$ 9 分
 因为 $\triangle ABC$ 为锐角三角形, 且 $C = \frac{\pi}{4}$, 所以 $B \in (\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$ 10 分
 则 $\tan B \in (1, +\infty)$, 故 $b \in (2, 4)$ 11 分
 因为 $b \in (2, 4)$, 所以 $|\vec{CD}| \in (\sqrt{5}, \sqrt{10})$, 即线段 CD 长的取值范围为 $(\sqrt{5}, \sqrt{10})$ 12 分
20. 解: (1) 设椭圆 C 的焦距为 $2c$.

$$\text{由题意可得} \begin{cases} \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \\ \frac{1}{a^2} = 1, \\ c^2 = a^2 - b^2. \end{cases} \quad \text{解得 } a = 2, b = 1. \quad \dots 3 \text{ 分}$$

【高三数学·参考答案 第 3 页(共 5 页)理科】



故椭圆 C 的标准方程为 $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ 5 分

(2) 由题意可知直线 l 的斜率不为 0, 设直线 $l: x = my + 6, A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$.

$$\text{联立} \begin{cases} x = my + 6, \\ \frac{x^2}{4} - y^2 = 1, \end{cases} \text{ 整理得 } (m^2 + 4)y^2 - 12my - 32 = 0. \text{ 来源: 高三答案公众号}$$

$$\text{则 } \Delta = 144m^2 - 4(m^2 + 4) \times 32 = 16(6m^2 - 32) > 0.$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{12m}{m^2 + 4}, y_1 y_2 = \frac{32}{m^2 + 4}. \text{ 7 分}$$

$$\text{因为 } P(2, 0), \text{ 所以 } k_1 = \frac{y_1}{x_1 - 2}, k_2 = \frac{y_2}{x_2 - 2}. \text{ 8 分}$$

$$\text{所以 } k_1 k_2 = \frac{y_1}{x_1 - 2} \cdot \frac{y_2}{x_2 - 2} = \frac{y_1 y_2}{(my_1 + 4)(my_2 + 4)} = \frac{y_1 y_2}{m^2 y_1 y_2 + 4m(y_1 + y_2) + 16} \text{ 9 分}$$

$$= \frac{\frac{32}{m^2 + 4}}{m^2 \cdot \frac{32}{m^2 + 4} + 4m \cdot (-\frac{12m}{m^2 + 4}) + 16} = \frac{32}{32m^2 - 48m^2 + 16m^2 + 64} = \frac{1}{2}. \text{ 11 分}$$

故 $k_1 k_2$ 为定值, 该定值为 $\frac{1}{2}$ 12 分

21. 解: (1) 设 $(x_0, 2)$ 为 $g(x)$ 的一个 2 级“平移点”, 则 $g(x_0 + 2) = g(x_0) + g(2)$.

$$\text{即 } (x_0 + 2) \ln(x_0 + 3) = x_0 \ln(x_0 + 1) + 2 \ln 3. \text{ 1 分}$$

$$\text{令 } \varphi(x) = (x + 2) \ln(x + 3) - x \ln(x + 1) - 2 \ln 3.$$

$$\text{则 } \varphi'(x) = \ln(x + 3) + \frac{x + 2}{x + 3} - \ln(x + 1) - \frac{x}{x + 1} = \ln \frac{x + 3}{x + 1} + \frac{2}{(x + 3)(x + 1)} > 0.$$

所以 $\varphi(x)$ 在 $(-1, +\infty)$ 上单调递增. 3 分

又因为 $\varphi(0) = 0$, 所以 $\varphi(x) = 0$ 只有一个根.

即 $g(x) = x \ln(x + 1)$ 只有一个 2 级“平移点”, 且 2 级“平移点”为 $(0, 2)$ 5 分

(2) 因为 $h(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 上存在 1 级“平移点”, 所以存在 $x_0 \in [1, +\infty)$, 使得 $h(x_0 + 1) = h(x_0) + h(1)$.

$$\text{由 } a(x_0 + 1)^2 - (x_0 + 1) \ln(x_0 + 1) = ax_0^2 + x_0 \ln x_0 + a.$$

$$\text{得 } 2ax_0 = x_0 \ln x_0 - (x_0 + 1) \ln(x_0 + 1), \text{ 即 } 2a = \ln x_0 - (1 + \frac{1}{x_0}) \ln(x_0 + 1). \text{ 7 分}$$

$$\text{令 } p(x) = \ln x - (1 + \frac{1}{x}) \ln(x + 1) (x \geq 1), \text{ 则 } p'(x) = \frac{\ln(x - 1)}{x^2} > 0.$$

所以 $p(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 上单调递增, 所以 $p(x) \geq p(1) = -2 \ln 2$ 10 分

$$\text{因为 } x \geq 1, \text{ 所以 } \ln x < \ln(x + 1), \frac{x - 1}{x} > 1, \text{ 所以 } p(x) = \ln x - \frac{x - 1}{x} \ln(x + 1) < 0.$$

所以 $p(x) \in [-2 \ln 2, 0)$, 所以 $a \in [-\ln 2, 0)$ 12 分

22. 解: (1) 由 $y = \sqrt{-x^2 + 4}$, 得 $y^2 = -x^2 + 4 (y \geq 0)$ 1 分

$$\text{则 } x^2 + y^2 = 4 (y \geq 0), \text{ 则 } \rho^2 = 4 \cos \theta (0 \leq \theta \leq \pi). \text{ 2 分}$$

【高三数学·参考答案 第 1 页(共 5 页)理科】



所以曲线 M 的极坐标方程为 $\rho = 1 \cos \theta (0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2})$ 3 分

由 $x^2 + y^2 = 9$, 得 $\rho^2 \cos^2 \theta + \rho^2 \sin^2 \theta = 9$, 即 $\rho^2 = 9$.

此即曲线 N 的极坐标方程. 5 分

(2) 将 $\theta = \theta_0$ 代入 $\rho^2 \sin^2 \theta = 9$, 得 $|OB| = \rho = \sqrt{\frac{9}{\sin^2 \theta_0}}$ 6 分

将 $\theta = \theta_0$ 代入 $\rho = 1 \cos \theta$, 得 $|OA| = \rho = 1 \cos \theta_0$ 7 分

则 $|OA| \cdot |OB| = \frac{9}{\sqrt{\tan \theta_0}}$ 8 分

因为 $|OA| \cdot |OB| = 12$, 所以 $\tan \theta_0 = 1$, 又 $0 < \theta_0 < \frac{\pi}{2}$, 所以 $\theta_0 = \frac{\pi}{4}$ 10 分

【注】曲线 N 的极坐标方程写为 $\rho^2 \cos^2 \theta + \rho^2 \sin^2 \theta = 9$ 也可以, 不扣分.

23. (1) 证明: 因为 $f(x) = |x - a - 1| + |x - 2a| \geq |x - a - 1 - (x - 2a)| = |a - 1|$ 2 分

所以 $f(x)_{\min} = |a - 1|$ 3 分

由 $|a - 1| \geq 1$, 得 $a \leq 0$ 或 $a \geq 2$ 4 分

则当 $a \geq 2$ 时, $f(x) \geq 1$ 恒成立, 所以存在 $a \in (0, +\infty)$, 使得 $f(x) \geq 1$ 恒成立. 5 分

(2) 解: 当 $x \in [2a, 1]$ 时, $f(x) = |x - a - 1| - x - 2a$.

由 $f(x) \leq x - a$, 得 $|x - a - 1| \leq 3a$ 6 分

则 $-3a \leq x - a - 1 \leq 3a$, 即 $-2a + 1 \leq x \leq 4a - 1$ 7 分

因为当 $x \in [2a, 1]$ 时, $f(x) \leq x - a$, 所以 $\begin{cases} -2a + 1 \leq 2a, \\ 4a - 1 \geq 1. \end{cases}$ 8 分

解得 $a \geq \frac{3}{4}$ 9 分

又 $2a < 1$, 所以 a 的取值范围是 $[\frac{3}{4}, \frac{1}{2})$ 10 分

【高三数学·参考答案 第 5 页 (共 5 页) 理科】



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线