

嘉兴市 2022~2023 学年第二学期期末检测

高一数学 试题卷 (2023.6)

本试题卷共 6 页, 满分 150 分, 考试时间 120 分钟。

考生注意:

1. 答题前, 请务必将自己的姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔分别填写在试题卷和答题纸规定的位置上。

2. 答题时, 请按照答题纸上“注意事项”的要求, 在答题纸相应的位置上规范作答, 在本试题卷上的作答一律无效。

一、选择题: 本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知复数 $(1-i)z=i$ (i 为虚数单位), 则 $|z|$ =

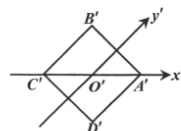
- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. 1 D. $\sqrt{2}$

2. 已知向量 $\vec{a}=(3,1), \vec{b}=(-2,m)$, 且 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 则实数 m 的值为

- A. $-\frac{3}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $-\frac{2}{3}$ D. $\frac{2}{3}$

3. 如图, 某四边形 $ABCD$ 的直观图是正方形 $A'B'C'D'$, 且 $A'(1,0), C'(-1,0)$, 则原四边形 $ABCD$ 的面积等于

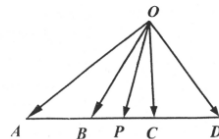
- A. 2 B. $2\sqrt{2}$
C. 4 D. $4\sqrt{2}$



第 3 题图

4. 如图, 在 $\triangle AOD$ 中, $|\vec{OA}| > |\vec{OD}|$, B, C 分别在 AD 上, 且 $AB=BC=CD$, 点 P 为 AD 的中点, 则下列各值中最小的为

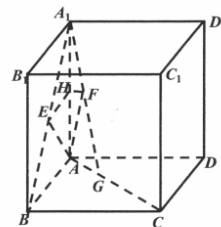
- A. $\vec{OP} \cdot \vec{OA}$ B. $\vec{OP} \cdot \vec{OB}$
C. $\vec{OP} \cdot \vec{OC}$ D. $\vec{OP} \cdot \vec{OD}$



第 4 题图

5. 下列命题中, 正确的是
- A. 垂直于同一直线的两个平面平行 B. 垂直于同一平面的两个平面平行
C. 平行于同一直线的两个平面平行 D. 平行于同一平面的两条直线平行
6. 有 6 本不同的书, 其中工具类、人物传记类和现代文学类各 2 本, 现从中随机抽取 2 本, 则恰好抽到 2 本不同种类书的概率为
- A. $\frac{5}{6}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{2}{3}$
7. 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$, 点 D 满足 $2\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{DC}$, 且 $AD = 2$, 则 $\triangle ABC$ 面积的最大值为
- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ C. 2 D. $2\sqrt{3}$

8. 如图, 棱长为 3 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 G 在线段 AC 上且 $|AG| = \sqrt{3}$, 点 E, F, H 分别为线段 A_1B, A_1G, A_1A 上的动点, 则空间四边形 $AFHE$ 周长的最小值为



第 8 题图

- A. $\frac{3}{2}(1+\sqrt{3})$ B. $\frac{3}{2}(1+\sqrt{6})$
C. $\frac{3}{2}(\sqrt{2}+\sqrt{6})$ D. $\frac{3}{2}(\sqrt{3}+\sqrt{6})$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。

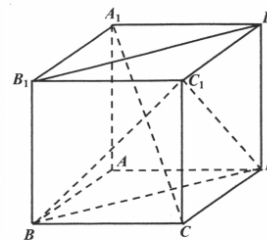
9. 给出下列命题, 其中正确的是
- A. 若一组数据 $x_i (i=1,2,\dots,10)$ 的方差为 2, 则 $2x_i - 1 (i=1,2,\dots,10)$ 的方差为 3
B. 给定五个数据 5, 4, 3, 1, 3, 则这组数据的 70% 分位数是 4
C. 若事件 A 与事件 B 是相互独立事件, 则有 $P(AB) = P(A)P(B)$
D. 若事件 A 与事件 B 是对立事件, 则有 $P(A+B) = P(A) + P(B)$

10. 在 $\triangle ABC$ 中, $A = \frac{\pi}{6}$, $AB = 2$, 下列结论正确的是

- A. 若 $BC = \sqrt{2}$, 则 $C = \frac{\pi}{4}$
- B. 若 $AC = \sqrt{3}$, 则 $BC = 1$
- C. 若 $\triangle ABC$ 的面积 $S = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 则该三角形为直角三角形
- D. 若 $\triangle ABC$ 为锐角三角形, 则 $BC \in (1, \frac{2}{3}\sqrt{3})$

11. 如图, 棱长为 1 的正方体中 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 下列结论正确的是

- A. 异面直线 B_1D_1 与 BC_1 所成的角为 60°
- B. 直线 A_1C 与平面 C_1CDD_1 所成的角为 45°
- C. 二面角 $B - C_1D - D_1$ 平面角的正切值为 $-\sqrt{2}$
- D. 点 A_1 到平面 BDC_1 的距离为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$



第 11 题图

12. 在 $\triangle ABC$ 中, $|\overrightarrow{BC}| = 2$, 则下列结论正确的是

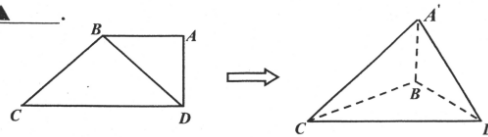
- A. 若 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 1$, 则 BC 边上的中线长 $|\overrightarrow{AD}| = \sqrt{2}$
- B. 若 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} < 0$, 则 $|\overrightarrow{AB}|^2 + |\overrightarrow{AC}|^2 < 4$
- C. 若 $\tan A = \frac{3}{4}$, 则 $\triangle ABC$ 面积的最大值为 2
- D. 若 $|\overrightarrow{AB}| = 2|\overrightarrow{AC}|$, 则 $\triangle ABC$ 面积的最大值为 $\frac{4}{3}$

三、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 若复数 $z = (a^2 - 3a + 2) + (a - 1)i$ (i 为虚数单位) 为纯虚数, 则实数 $a =$ \blacktriangle .

14. 甲乙两人下棋, 每局甲获胜的概率均为 0.6, 且没有和棋, 在三局两胜制的规则下 (即先胜两局者获得最终胜利), 则甲获胜的概率为 \blacktriangle .

15. 海伦不仅是古希腊的数学家，还是一位优秀的测绘工程师，在他的著作《测地术》中最早出现了已知三边求三角形面积的公式，即著名的海伦公式 $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ (其中 $p = \frac{1}{2}(a+b+c)$)， a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 的三个内角 A, B, C 所对的边，该公式具有轮换对称的特点，形式很美. 已知在 $\triangle ABC$ 中， $a=2, b=3, c=4$ ，则该三角形内切圆的半径为 ▲.
16. 如图，在直角梯形 $ABCD$ 中， $\angle BAD=90^\circ, AB=AD=1, CD=2$ ，将 $\triangle ABD$ 沿 BD 翻折成 $\triangle A'BD$ ，使二面角 $A'-BD-C$ 为 60° ，则三棱锥 $A'-BCD$ 外接球的表面积为 ▲.



第 16 题图

四、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本题满分 10 分)

已知平面向量 \vec{a}, \vec{b} ， $|\vec{a}|=2, |\vec{b}|=\sqrt{3}$ ，且 $\vec{b} \cdot (\vec{a}-\vec{b})=0$ 。

- (1) 求 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角 θ 的值；
- (2) 当 $|\vec{b}-\lambda\vec{a}|$ 取得最小值时，求实数 λ 的值。

18. (本题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ，已知 $a=2$ ，请在

① $(\sin A - \sin C)^2 = \sin^2 B - \sin A \sin C$ ； ② $b \cos C + \frac{1}{2}c = 2$ ；

这两个条件中任选一个，完成下列问题：

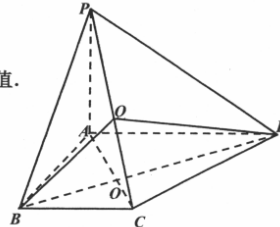
- (1) 求角 B ；
- (2) 若 $b=2$ ，点 D 在 BC 的延长线上，且 $BC=2CD$ ，求 AD 的长。

注：如果选择两个条件分别解答，按第一个解答记分。

19. (本题满分 12 分)

已知在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, 底面 $ABCD$ 为直角梯形, $AB \perp BC$, $AC \cap BD = O$, $AB = \sqrt{3}$, $BC = 1$, $AD = 2$, $PA = 1$.

- (1) 求点 A 到平面 PBC 的距离;
 (2) 若 $\overrightarrow{CQ} = \lambda \overrightarrow{CP}$, 且 $PA \parallel$ 平面 BDQ , 求实数 λ 的值.



第 19 题图

20. (本题满分 12 分)

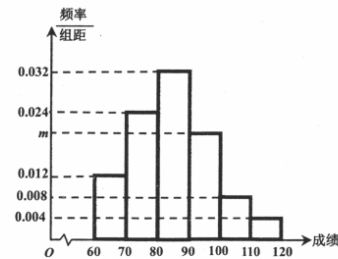
1981 年, 在大连召开的第一届全国数学普及工作会议上, 确定将数学竞赛作为中国数学会及各省、市、自治区数学会的一项经常性工作, 每年 10 月中旬的第一个星期日举行“全国高中数学联合竞赛”, 竞赛分为一试(满分 120 分)和二试(满分 180 分), 在这项竞赛中取得优异成绩的学生有资格参加由中国数学会奥林匹克委员会主办的“中国数学奥林匹克(CMO)暨全国中学生数学冬令营”(每年 11 月). 已知某地区有 50 人参加全国高中数学联赛, 其取得的一试成绩绘制成如图所示的频率分布直方图.

- (1) 根据频率分布直方图估计学生成绩的平均数 a 和中位数 b 的值(同一组数据用该组区间的中点值代替);

- (2) 若成绩在 100 分及以上的试卷需要主委会抽样进行二次审阅, 评审员甲根据上表在此地区 100 分以上的试卷中根据分层抽样的

原则抽取 3 份进行审阅. 已知 A 同学的成绩是

105 分, E 同学的成绩是 111 分, 求这两位同学的试卷同时被抽到的概率.

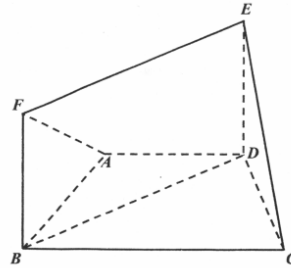


第 20 题图

21. (本题满分 12 分)

如图, 已知等腰梯形 $ABCD$ 与矩形 $BDEF$ 所在平面互相垂直, $AB = AD = CD = 1$,

$$\angle ABC = \frac{\pi}{3}.$$



第 21 题图

(1) 求证: 平面 $CDE \perp$ 平面 $BDEF$;

(2) 设二面角 $B-CE-D$ 的大小为 α , AF 与平面 $BDEF$ 所成的角为 β , 若 α 与 β

满足 $\tan \alpha \cdot \tan \beta = \frac{\sqrt{42}}{7}$, 求 BF 的长.

22. (本题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 其面积为 S ,

$$\text{满足 } \sqrt{3}\overline{CA} \cdot \overline{CB} + 2S = \sqrt{3}ab.$$

(1) 若 $c = 2$, 求 $\sqrt{2}|\overline{CA} + \overline{CB}| - \overline{CA} \cdot \overline{CB}$ 的最大值;

(2) 若 $5b^2 - 3a^2 = 6$, 求 c 的最小值.