

恩施州高中教育联盟 2023 年春季学期高二年级期末考试 数 学

考试满分:150 分 考试用时:120 分钟

★祝考试顺利★

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、单选题(本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分)

1. 已知集合 $A = \{x | 2x - 4 < 0\}$, $B = \{x | \lg x < 1\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$
 A. $\{x | x < 2\}$ B. $\{x | x < 10\}$
 C. $\{x | 0 < x < 2\}$ D. $\{x | x < 0 \text{ 或 } x > 2\}$
2. 设复数 z 满足 $z = \frac{i^{2023}}{-1+2i}$, 则 $|\frac{1}{z}| = (\quad)$
 A. $\sqrt{5}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$
3. 已知向量 $a = (1, 2)$, $b = (2, -3)$, 若向量 c 满足 $(c+a) \parallel b$, $c \perp (a+b)$, 则 $c = (\quad)$
 A. $(\frac{7}{9}, \frac{7}{3})$ B. $(-\frac{7}{9}, -\frac{7}{3})$ C. $(\frac{7}{3}, \frac{7}{9})$ D. $(-\frac{7}{3}, \frac{7}{9})$
4. 若两条直线 $l_1: y = 2x + m$, $l_2: y = 2x + n$ 与圆 $x^2 + y^2 - 4x = 0$ 的四个交点能构成正方形, 则 $|m - n| = (\quad)$
 A. $4\sqrt{5}$ B. $2\sqrt{10}$ C. $2\sqrt{2}$ D. 4
5. 在三角形 ABC 中, 已知角 $C = \frac{\pi}{3}$, 则 $\sin A + \sin B$ 的最大值是 $(\quad)$
 A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$
6. 若 $(1+2x) + (1+2x)^2 + \dots + (1+2x)^6 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_6x^6$, 则 $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_6 = (\quad)$
 A. 42 B. 1092 C. 1086 D. 6
7. 法国数学家加斯帕尔·蒙日发现:与椭圆相切的两条垂直切线的交点的轨迹是以椭圆中心为圆心的圆. 我们通常把这个圆称为该椭圆的蒙日圆. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的蒙日圆方程为 $x^2 + y^2 = a^2 + b^2$, 现有椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{12} = 1$ 的蒙日圆上一个动点 M , 过点 M 作椭圆 C

【高二数学 第 1 页(共 4 页)】

• 23-574B •

的两条切线,与该圆分别交于 P, Q 两点,若 $\triangle MPQ$ 面积的最大值为 28,则椭圆 C 的长轴长为()

- A. 5 B. 8 C. 4 D. 10

8. 若函数 $f(x) = 4\ln x + 1$ 与函数 $g(x) = \frac{1}{a}x^2 - 2x (a > 0)$ 的图象存在公切线,则实数 a 的取值范围为()

- A. $(0, \frac{1}{3}]$ B. $[\frac{1}{3}, +\infty)$ C. $[\frac{2}{3}, 1)$ D. $[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}]$

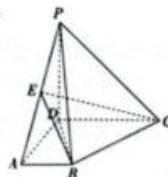
二、多选题(本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分,全部选对得 5 分,部分选对但无错误选项的得 2 分,有错误选项的得 0 分)

9. 构建德智体美劳全面培养的教育体系是我国教育一直以来努力的方向.某中学积极响应党的号召,开展各项有益于德智体美劳全面发展的活动.如图所示的是该校高一(1)、(2)班两个班级在某次活动中的德智体美劳的评价得分对照图(得分越高,说明该项教育越好),则()



- A. 高一(2)班五项评价得分的极差为 1
B. 除体育外,高一(1)班的各项评价得分均高于高一(2)班对应的得分
C. 高一(1)班五项评价得分的平均数比高一(2)班五项评价得分的平均数要高
D. 各项评价得分中,这两个班的体育得分相差最大

10. 如图,四棱锥 $P-ABCD$ 的底面为梯形, $PD \perp$ 底面 $ABCD$, $\angle BAD = \angle CDA = 90^\circ$, $AD = AB = 2$, $PD = CD = 4$, E 为棱 PA 的中点,则()



- A. PB 与平面 $ABCD$ 所成的角为 $\frac{\pi}{4}$
B. $PA \perp CE$
C. $BC \perp$ 平面 PBD
D. 三棱锥 $P-BCE$ 的体积为 $\frac{4}{3}$

11. 已知函数 $f(x) = xe^x - ax - 1$,则关于 $f(x)$ 零点叙述不正确的是()

- A. 函数 $f(x)$ 必有一个零点是正数
B. 当 $a = 0$ 时,函数 $f(x)$ 有两个零点
C. 当 $a < 0$ 时,函数 $f(x)$ 有两个零点
D. 当 $a > 0$ 时,函数 $f(x)$ 只有一个零点

12. 如果函数 $f(x)$ 满足:对任意的 a, b, c 是一个三角形的三边长,且 $f(a), f(b), f(c)$ 都存在时, $f(a), f(b), f(c)$ 也是某个三角形的三边长.那么就称 $f(x)$ 具有“性质 P ”,则()

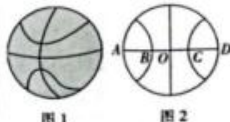
- A. $f(x) = \sqrt{x}$ 具有“性质 P ”
B. $f(x) = x^2$ 不具有“性质 P ”
C. 当 $f(x) = \ln x (x \geq M)$ 具有“性质 P ”时, M 的最小值为 2
D. 当 $f(x) = \sin x (0 < x < M)$ 具有“性质 P ”时, $0 < M < \frac{5\pi}{6}$

三、填空题(本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

13. 2023 年 9 月第 19 届亚运会将在杭州举办,在杭州亚运会三馆(杭州奥体中心的体育馆、游泳馆和综合训练馆)对外免费开放预约期间将 4 名志愿者分配到这三馆负责接待工作,每个场馆至少分配 1 名志愿者,则共有 ▲ 种分配方案.

14. 在四面体 $ABCD$ 中, $AB=CD=2$, AB 与 CD 所在的直线间的距离为 3, 且 AB 与 CD 所成的角为 60° , 则四面体 $ABCD$ 的体积为 ▲.

15. 从某个角度观察篮球(如图 1), 可以得到一个对称的平面图形, 如图 2 所示. 篮球的外轮形状为圆 O , 将篮球表面的粘合线看成坐标轴和双曲线的一部分, 若坐标轴和双曲线与圆 O 的交点将圆 O 的周长八等分, 且 $AB=BC=CD=2$, 视 AD 所在直线为 x 轴, 则双曲线的标准方程为 ▲.



16. 已知 $a=\ln 1.3$, $b=0.3$, $c=\sqrt[3]{e}-1$, 则 a, b, c 的大小关系为 ▲. (从小到大)

四、解答题(本题共 6 小题,共 70 分,各题应有必要的文字叙述及推理演算过程)

17. (满分 10 分)在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $6\cos B\cos C-1=3\cos(B-C)$.

(1)若 $B=\frac{\pi}{6}$, 求 $\cos C$;

(2)若 $c=3$, 点 D 在 BC 边上, 且 AD 平分 $\angle BAC$, $AD=\frac{8\sqrt{3}}{7}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. (满分 12 分)已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=4$, 且 $a_{n+1}=3a_n-2n+1$.

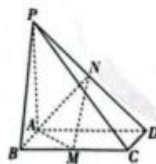
(1)证明 $\{a_n-n\}$ 是等比数列, 并求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2)记数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n=\begin{cases} 2n-1, & n \text{ 为奇数,} \\ a_n-n, & n \text{ 为偶数,} \end{cases}$ 求数列 $\{b_n\}$ 的前 $2n$ 项和 T_{2n} .

19. (满分 12 分)如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为矩形, 平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$, $AD \perp MN$, $AB=2$, $AD=AP=4$, M, N 分别是 BC, PD 的中点.

(1)求证: $MN \parallel$ 平面 PAB ;

(2)求二面角 $N-AM-B$ 的余弦值.



20. (满分 12 分) 1 月 11 日, 国台办举行了 2023 年首场新闻发布会, 在回应两岸媒体关注的近期解放军军机在台海演训活动为何如此频繁时, 发言人马晓光表示, 凡事有因必有果, 人民解放军的演练是对台美勾连挑衅升级, 破坏台海和平稳定的严正警告, 大陆阻止台美军事勾连挑衅升级, 为的是维护两岸同胞的共同利益, 维护台海和平稳定, 维护台湾同胞和平安宁的生活. 在某次台海演习中, 解放军派出一架轰-6 轰炸机迂回对一目标舰艇进行三次投弹攻击, 已知轰炸机每次攻击时击中舰艇的概率都为 $\frac{4}{5}$, 各次攻击彼此独立, 舰艇被轰炸机击中一次而击沉的概率为 $\frac{1}{3}$, 被轰炸机击中两次而击沉的概率为 $\frac{15}{24}$, 若三次都击中, 舰艇必定被击沉.
- (1) 求目标舰艇被我军轰炸机击中次数的分布列及期望, 方差;
 - (2) 求目标舰艇被击沉的概率;
 - (3) 当目标舰艇被击沉时, 求该舰艇被我军轰炸机至少击中两次的概率.

21. (满分 12 分) 已知 F 是抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点, 过点 F 的直线交抛物线 C 于 A, B 两点, 且 $\frac{1}{|AF|} + \frac{1}{|BF|} = 2$.
- (1) 求抛物线 C 的方程;
 - (2) 若 O 为坐标原点, 过点 B 作 y 轴的垂线交直线 AO 于点 D , 过点 A 作的直线 DF 的垂线与抛物线 C 的另一交点为 E , AE 的中点为 G , 求 $\frac{|GB|}{|DG|}$ 的取值范围.

22. (满分 12 分) 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x \ln x + t (t \in \mathbb{R})$.
- (1) $g(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数, 求 $g(x)$ 的最小值;
 - (2) 证明: 对任意正整数 $n (n \geq 2)$, 都有 $(1 + \frac{1}{2^2}) \times (1 + \frac{1}{3^2}) \times (1 + \frac{1}{4^2}) \times \cdots \times (1 + \frac{1}{n^2}) < e$ (其中 e 为自然对数的底数).

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线