

## 娄底市 2023 届高三仿真模拟考试

# 数 学

### 注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一个是符合题目要求的。

1. 设复数  $z = \frac{4-2i}{1+i}$ , 则复数  $\bar{z}$  在复平面内对应的点的坐标为

- A. (3, 1)                      B. (3, -1)                      C. (1, 3)                      D. (1, -3)

2. 设集合  $A = \{x | x \leq 3\}$ ,  $B = \{x | x \leq 1\}$ , 则  $\complement_A B =$

- A. (1, 3]                      B. [1, 3)                      C. [1, 3]                      D.  $(-\infty, 3]$

3. 已知抛物线  $y^2 = 2px (p > 0)$  上的点  $M(m, 2\sqrt{p})$  到其焦点的距离为 4, 则  $p =$

- A. 1                              B. 2                              C. 3                              D. 4

4. 已知  $x = \ln 1.1^{-1}$ ,  $y = \log_{1.1} 1.2$ ,  $z = 2^{1.1}$ , 则三者的大小关系是

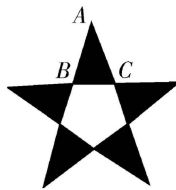
- A.  $y < x < z$                       B.  $z < y < x$                       C.  $x < y < z$                       D.  $x < z < y$

5. 据统计,在某次联考中,考生数学单科分数  $X$  服从正态分布  $N(90, 20^2)$ , 考生共 50000 人, 估计数学单科分数在 130~150 分的学生人数约为

(附:若随机变量  $\xi$  服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$ , 则  $P(\mu - \sigma < \xi \leq \mu + \sigma) \approx 0.6827$ ,  $P(\mu - 2\sigma < \xi \leq \mu + 2\sigma) \approx 0.9545$ ,  $P(\mu - 3\sigma < \xi \leq \mu + 3\sigma) \approx 0.9973$ )

- A. 1070                      B. 2140                      C. 4280                      D. 6795

6. 等腰三角形的底与腰之比是黄金分割比的三角形称为黄金三角形, 它是一个顶角为  $36^\circ$  的等腰三角形. 如图, 五角星由五个黄金三角形与一个正五边形组成, 其中一个黄金  $\triangle ABC$  中,  $\frac{BC}{AC} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ , 记五角星中阴影部分的面积是  $S_{\text{阴}}$ ,



成, 其中一个黄金  $\triangle ABC$  中,  $\frac{BC}{AC} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ , 记五角星中阴影部分的面积是  $S_{\text{阴}}$ ,

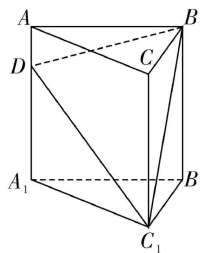
中间空白正五边形的面积是  $S_{\text{白}}$ , 则  $\frac{S_{\text{阴}}}{S_{\text{白}}} =$

- A.  $2 + \sqrt{5}$                       B.  $2 - \sqrt{5}$                       C.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$                       D.  $\sqrt{5}$

7. 已知函数  $f(x) = \frac{\sqrt{30+ax}}{2+a}$  在区间  $[-10, -3]$  上单调递增, 则实数  $a$  的取值范围是

- A.  $(-\infty, -2) \cup (0, 3)$                       B.  $(-\infty, -2) \cup (0, 3]$   
C.  $(-\infty, -2) \cup (0, 10)$                       D.  $(-\infty, -2) \cup (0, 10]$

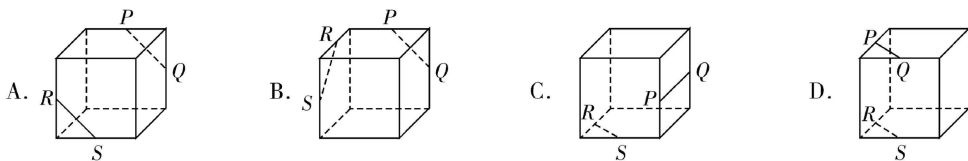
8. 如图,在三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中,  $AA_1 \perp$  底面  $ABC$ ,  $AB=BC=CA=AA_1$ , 点  $D$  是棱  $AA_1$  上的点,  $AD=\frac{1}{4}AA_1$ , 若截面  $BDC_1$  分这个棱柱为两部分, 则这两部分的体积比为



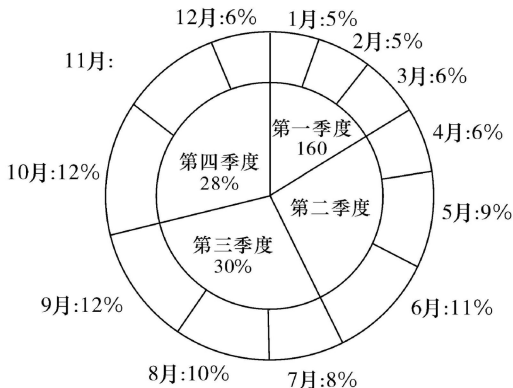
- A. 1 : 2  
B. 4 : 5  
C. 4 : 9  
D. 5 : 7

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 已知点  $P, Q, R, S$  分别在正方体的四条棱上, 并且是所在棱的中点, 则下列各图中, 直线  $PQ$  与  $RS$  是平行直线的是



10. 根据小红家 2022 年全年用电量(单位:度)和该月的用电量占年总用电量的百分比, 绘制出如图所示的双层饼图. 根据双层饼图, 下列说法正确的是



- A. 2022 年第二季度的用电量为 260 度  
B. 2022 年下半年的总用电量为 500 度  
C. 2022 年 11 月的用电量为 100 度  
D. 2022 年 12 个月的月用电量的中位数为 80 度
11. 已知圆  $M: x^2 + y^2 - 6y + 5 = 0$ , 圆  $N: x^2 + y^2 + 2y - 8 = 0$ , 直线  $l: 3x - 4y + m = 0$ , 则下列说法正确的是

- A. 圆  $N$  的圆心为  $(0, 1)$   
B. 圆  $M$  与圆  $N$  相交  
C. 当圆  $M$  与直线  $l$  相切时, 则  $m = 2$   
D. 当  $m = 7$  时, 圆  $M$  与直线  $l$  相交所得的弦长为  $2\sqrt{3}$

12. 已知  $a_n = 1 \times 2 + 1 \times 2^2 + \dots + 1 \times 2^n + 2 \times 2^2 + 2 \times 2^3 + \dots + 2 \times 2^n + 2^2 \times 2^3 + 2^2 \times 2^4 + \dots + 2^2 \times 2^n + 2^n + \dots + 2^{n-1} \times 2^n$ , 则下列说法正确的是

- A.  $a_1 = 1$   
B.  $a_n = \frac{4}{3} \cdot 2^{2n} - 2^{n+1} + \frac{2}{3}$   
C. 数列  $\{a_n\} (n \in \mathbb{N}^*)$  为等比数列  
D. 数列  $\{a_n\} (n \in \mathbb{N}^*)$  的前  $n$  项和  $S_n = \frac{4^{n+2}}{9} - 2^{n+2} + \frac{2n}{3} + \frac{20}{9}$

三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ , 若  $a = 3b$ , 则双曲线  $C$  的离心率为 \_\_\_\_\_.

14. 已知函数  $f(x)$  满足以下条件: ①在区间  $(0, +\infty)$  上单调递增; ②对任意  $x_1, x_2$ , 均有  $f(x_1 x_2) = f(x_1) + f(x_2) - 1$ , 则  $f(x)$  的一个解析式为 \_\_\_\_\_.

15. 已知向量  $a, b$  满足  $|a| = 2, |b| = 3$ , 且  $(3a - b) \perp b$ , 则  $\cos \langle a, b \rangle =$  \_\_\_\_\_.

16. 已知函数  $f(x) = \ln x - \frac{x}{n} + \ln m + 3 (m > 1)$ , 若曲线  $y = f(x)$  的一条切线为直线  $l: 4x - y + 3 = 0$ , 则  $\frac{m}{n}$  的最小值为 \_\_\_\_\_.

四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

2022 年卡塔尔世界杯是第二十二届世界杯足球赛,是历史上首次在卡塔尔和中东国家境内举行,也是继 2002 年韩日世界杯之后时隔二十年第二次在亚洲举行的世界杯足球赛.

开学后,某中学团委在高二年级(其中男生 150 名,女生 150 名)中,对是否喜欢观看该世界杯进行了问卷调查,各班男生喜欢观看的人数统计分别为 6,7,8,8,6,5,14,14,12,10,各班女生喜欢观看的人数统计分别为 4,4,4,5,5,6,7,7,8,10.

	喜欢观看	不喜欢观看	合计
男生			150
女生			150
合计			300

(1) 根据题意补全  $2 \times 2$  列联表;

(2) 依据小概率值  $\alpha = 0.001$  的独立性检验,能否认为该校学生喜欢观看世界杯与性别有关?

参考临界值表:

$\alpha$	0.1	0.05	0.01	0.005	0.001
$x_\alpha$	2.706	3.841	6.635	7.879	10.828

$$\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, n = a + b + c + d.$$

18. (本小题满分 12 分)

已知  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 若  $a = 2\sqrt{6}$ ,  $\cos C = \frac{\sqrt{6}}{3}$ ,  $\cos A = \frac{1}{3}$ .

- (1) 求  $\sin B$ ;
- (2) 求  $\triangle ABC$  的周长.

19. (本小题满分 12 分)

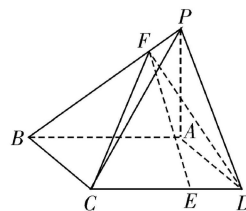
记  $S_n$  为数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 已知  $a_n < 0$ ,  $a_n^2 - 2a_n = 3 - 4S_n$ .

- (1) 求  $a_1, a_2$ ;
- (2) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式.

20. (本小题满分 12 分)

如图, 四棱锥  $P-ABCD$  的底面  $ABCD$  是正方形,  $PA \perp$  底面  $ABCD$ ,  $AB = AP = 4$ ,  $PF = \frac{1}{4}PB$ ,  $DE = \frac{1}{4}DC$ .

- (1) 证明:  $EF \parallel$  平面  $PAD$ ;
- (2) 求直线  $PC$  与平面  $CDF$  所成角的正弦值.



21. (本小题满分 12 分)

已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左、右顶点分别为  $A(-2\sqrt{2}, 0)$ ,  $B(2\sqrt{2}, 0)$ , 右焦点为  $F_2$ ,  $O$  为坐标原点,  $OB$  的中点为  $D$  ( $D$  在  $F_2$  的左方),  $|DF_2| = 2 - \sqrt{2}$ .

- (1) 求椭圆  $C$  的标准方程;
- (2) 设过点  $D$  且斜率不为 0 的直线与椭圆  $C$  交于  $M, N$  两点, 设直线  $AM, AN$  的斜率分别是  $k_1, k_2$ , 试问  $k_1 \cdot k_2$  是否为定值? 若是, 求出定值; 若不是, 请说明理由.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = e^x + kx^2 - x$  (其中  $k \geq 0$ ),  $g(x) = xe^x - x$ .

- (1) 证明: 函数  $f(x)$  在区间  $[0, +\infty)$  上单调递增;
- (2) 判断方程  $f(x) = g(x)$  在  $\mathbf{R}$  上的实根个数.

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

