

高三第三次质量监测 数学参考答案

1. A 由题意知 $z=2-i$, 所以 $\frac{2z}{z-1} = \frac{2(2-i)}{2-i-1} = \frac{2(2-i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = 3+i$.
2. C 由题意知 $P=\{x|-1 \leq x \leq 6\}$, $Q=\{x|x \geq 0\}$, 所以 $P \cap Q = \{x|0 \leq x \leq 6\}$.
3. B 若直线 m, n 与平面 α 所成角相等, 则 $m \parallel n$ 或 m, n 相交或 m, n 异面; 若 $m \parallel n$, 则直线 m, n 与平面 α 所成角相等. 故“直线 m, n 与平面 α 所成角相等”是“ $m \parallel n$ ”的必要不充分条件.
4. C $v = v_0 \ln \frac{M}{m} = 1000 \times \ln 500 = 1000 \times \frac{\lg 500}{\lg e} = 1000 \times \frac{3 - \lg 2}{\lg e} \approx 6219 \text{ m/s}$.
5. A 由图象知函数 $f(x)$ 关于原点对称, 即 $f(x)$ 为奇函数, 且当 $x \in (0, 4)$ 时, 函数有 3 个零点, 存在正数 a , 使得当 $x \in (0, a)$ 时, $f(x) < 0$, 故选 A.
6. D 因为 $\frac{2}{p} = \frac{1}{|AF|} + \frac{1}{|BF|} = \frac{|AF| + |BF|}{|AF| \cdot |BF|} = 3$, 所以 $p = \frac{2}{3}$.
7. C $\overrightarrow{PM} \cdot \overrightarrow{PN} = (\overrightarrow{PO} + \overrightarrow{OM}) \cdot (\overrightarrow{PO} + \overrightarrow{ON}) = \overrightarrow{PO}^2 - \overrightarrow{OM}^2 = |\overrightarrow{PO}|^2 - 4$,
因为 $\overrightarrow{PO} \in [2\sqrt{3}, 4]$, 所以 $\overrightarrow{PM} \cdot \overrightarrow{PN}$ 的取值范围是 $[8, 12]$.
8. B 方法一: 每箱中的黑球被选中的概率为 $\frac{1}{10}$, 所以至少摸出一个黑球的概率 $p_1 = 1 - (\frac{9}{10})^{20}$.
方法二: 每箱中的黑球被选中的概率为 $\frac{1}{5}$, 所以至少摸出一个黑球的概率 $p_2 = 1 - (\frac{4}{5})^{10}$.
 $p_1 - p_2 = (\frac{4}{5})^{10} - (\frac{9}{10})^{20} = (\frac{4}{5})^{10} - (\frac{81}{100})^{10} < 0$, 则 $p_1 < p_2$.
9. ABD 在 $(3x - \frac{1}{\sqrt{x}})^n$ 的展开式中, 各项系数和与二项式系数和之和为 128,
令 $x=1$, 得各项系数和为 2^n , 二项式系数和为 2^n , 则 $2 \times 2^n = 128$, 得 $n=6$, 即二项式系数和为 64, 各项系数和也为 64. $(3x - \frac{1}{\sqrt{x}})^6$ 展开式的通项为 $T_{k+1} = C_6^k \cdot (3x)^{6-k} \cdot (-\frac{1}{\sqrt{x}})^k = C_6^k \cdot (-1)^k 3^{6-k} \cdot x^{6-\frac{3}{2}k}$,
令 $6 - \frac{3}{2}k = 0$, 得 $k=4$, 因此, 展开式中的常数项为 $T_5 = C_6^4 \cdot (-1)^4 \cdot 3^2 = 135$.
10. BC 由题意可知 $g(x) = \sin(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6})$, 其最小正周期为 4π ; $g(\frac{2\pi}{3}) = \sin(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}) = 1$, 故函数 $g(x)$ 图象的一条对称轴为直线 $x = \frac{2\pi}{3}$; 由 $2k\pi - \frac{\pi}{2} \leq \frac{x}{2} + \frac{\pi}{6} \leq 2k\pi + \frac{\pi}{2} (k \in \mathbf{Z})$, 得 $4k\pi - \frac{4\pi}{3} \leq x \leq 4k\pi + \frac{2\pi}{3} (k \in \mathbf{Z})$, 即 $g(x)$ 的单调递增区间为 $[4k\pi - \frac{4\pi}{3}, 4k\pi + \frac{2\pi}{3}] (k \in \mathbf{Z})$.
11. ACD 对于 A, $2a+b=ab \geq 2\sqrt{2ab}$, 则 $ab \geq 8$, 当且仅当 $a=2, b=4$ 时, 等号成立.
对于 B, $2a+b=ab$ 变形得 $\frac{2}{b} + \frac{1}{a} = 1$, 所以 $a+b = (a+b)(\frac{2}{b} + \frac{1}{a}) = \frac{2a}{b} + 2 + 1 + \frac{b}{a} \geq 3 + 2\sqrt{2}$, 当且仅当 $\frac{2a}{b} = \frac{b}{a}$, 即 $b = \sqrt{2}a = 2 + \sqrt{2}$ 时, 等号成立, 故 B 错误.
对于 C, 因为 $\frac{2}{b} + \frac{1}{a} = 1$, 所以 $0 < \frac{2}{b} < 1$, 即 $b > 2$, 则 $2^b > 4$.
对于 D, 由 $2a+b=ab$ 可得 $(a-1)(b-2) = 2$, $\log_2(a-1) \cdot \log_2(b-2) \leq [\frac{\log_2(a-1) + \log_2(b-2)}{2}]^2 = \frac{1}{4}$,
当且仅当 $a-1=b-2$, 即 $a = \sqrt{2} + 1, b = \sqrt{2} + 2$ 时等号成立.
12. BCD 选项 A, 因为 $A_1D = A_1E = BF = CG$, 所以 $DE \parallel FG$, 连接 EF, DG (图略), 可得 EF, EG 相交于点 P , 则 DE 在平面 PFG 内, 故 A 错误.
选项 B, 平面 A_1ABB_1 和 A_1ACC_1 所成的锐二面角为 60° , 点 P 到平面 A_1ABB_1 和 A_1ACC_1 的距离均为 $\frac{3\sqrt{3}}{8}$, 分别作点 P 关于平面 A_1ABB_1 和 A_1ACC_1 的对称点 M_1, N_1 , 易证当 M, N 分别取直线 M_1N_1 与平面

A_1ABB_1 和 A_1ACC_1 的交点时, $\triangle MNP$ 的周长最短, 且这个周长的最小值为 $\frac{9}{4}$, 故 B 正确.

选项 C, 由 A 选项可知, D, E 在过 P, F, G 三点的平面中, 截面面积为 $\frac{3\sqrt{39}}{4}$, 故 C 正确.

选项 D, 易知 $AA_1 \perp BC$, 所以过点 A 且与直线 AA_1 和 BC 所成的角都为 45° 的直线有 2 条, 故 D 正确.

13. 36 因为 $a_7 + a_9 = 2a_8$, 所以 $2a_7 - a_9 = a_5 = 4$, 因此, $S_9 = \frac{9(a_1 + a_9)}{2} = 9a_5 = 36$.

14. $8\sqrt{3} + 2 - \frac{16\pi}{3}$ 设圆弧 \widehat{AB} 所对圆心角的弧度为 α , 由题可知 $\alpha \times 4 = \frac{8\pi}{3}$,

解得 $\alpha = \frac{2\pi}{3}$.

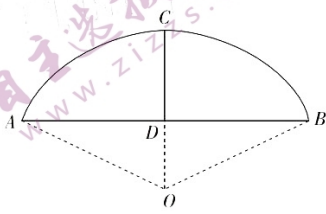
故扇形 AOB 的面积为 $\frac{1}{2} \times \frac{8\pi}{3} \times 4 = \frac{16\pi}{3}$, 三角形 AOB 的面积为 $\frac{1}{2} \times$

$\sin \frac{2\pi}{3} \times 4^2 = 4\sqrt{3}$, 故弧田实际的面积为 $\frac{16\pi}{3} - 4\sqrt{3}$.

作 $OD \perp AB$ 分别交 AB, \widehat{AB} 于点 D, C , 易得 $AB = 4\sqrt{3}, OD = 2$,

所以利用九章算术中的弧田面积公式计算出来的面积为 $\frac{1}{2} \times (4\sqrt{3} \times 2 + 2^2) = 4\sqrt{3} + 2$,

则所求差值为 $(4\sqrt{3} + 2) - (\frac{16\pi}{3} - 4\sqrt{3}) = 8\sqrt{3} + 2 - \frac{16\pi}{3}$.



15. $(\frac{e^2}{12}, +\infty)$ 因为函数 $f(x) = e^x - mx^3$, 所以 $f'(x) = e^x - 3mx^2$.

又曲线 $y = f(x)$ 在不同的三点 $(x_1, f(x_1)), (x_2, f(x_2)), (x_3, f(x_3))$ 处的切线均平行于 x 轴,

所以 $e^x - 3mx^2 = 0$ 有 3 个不同的解, 即 $3m = \frac{e^x}{x^2}$.

令 $g(x) = \frac{e^x}{x^2}$, 则 $g'(x) = \frac{e^x(x-2)}{x^3}$. 当 $g'(x) > 0$ 时, $x < 0$ 或 $x > 2$; 当 $g'(x) < 0$ 时, $0 < x < 2$.

结合函数 $g(x) = \frac{e^x}{x^2}$ 图象(图略)可知, $3m > \frac{e^2}{4}$, 即 $m > \frac{e^2}{12}$.

16. (1, 3] 根据双曲线的定义有 $|PF_1| - |PF_2| = 2a$, 即 $|PF_1| = |PF_2| + 2a$.

令 $t = |PF_2|$, 则 $\frac{|PF_1|^2}{|PF_2|^2 + 4a^2} = \frac{(t+2a)^2}{t^2 + 4a^2} = \frac{t^2 + 4at + 4a^2}{t^2 + 4a^2} = 1 + \frac{4a}{t + \frac{4a^2}{t}} \leq 2$,

当且仅当 $t = 2a$ 时, $\frac{|PF_1|^2}{|PF_2|^2 + 4a^2}$ 取得最大值 2, 即 $2a \geq c - a$, 所以双曲线 C 离心率的取值范围是 (1, 3].

17. 解: 选①

由 $b_{n+1} = 2b_n + 1$, 可得 $b_{n+1} + 1 = 2(b_n + 1)$, 2 分

所以数列 $\{b_n + 1\}$ 是以 2 为公比的等比数列, 3 分

所以 $b_n + 1 = 4 \cdot 2^{n-2}$, 即 $b_n = 2^n - 1$, 5 分

即 $a_{n+1} - a_n = 2^n - 1$,

所以当 $n \geq 2$ 时, $a_n = (a_n - a_{n-1}) + (a_{n-1} - a_{n-2}) + \dots + (a_2 - a_1) + a_1$ 6 分

$= 2^{n-1} + 2^{n-2} + \dots + 2^2 + 2 - (n-1) + 2 = \frac{2-2^n}{1-2} + 3 - n = 2^n - n + 1$.

当 $n=1$ 时, $a_1 = 2$ 满足上式, 所以 $a_n = 2^n - n + 1$, 8 分

故 $S_n = \frac{2(1-2^n)}{1-2} - \frac{(n-1)n}{2} - 2^{n+1} - \frac{n^2 - n}{2} - 2$, 10 分

选②

因为 $T_n = 2^{n+1} - n - 2$,

当 $n=1$ 时, $b_1 = T_1 = 1$, 2 分

当 $n \geq 2$ 时, $b_n = T_n - T_{n-1} = (2^{n+1} - n - 2) - (2^n - n - 1) = 2^n - 1$, 4 分

又 $n=1$ 满足 $b_n = 2^n - 1$, 所以 $b_n = 2^n - 1$, 5 分

即 $a_{n+1} - a_n = 2^n - 1$,

所以当 $n \geq 2$ 时, $a_n = (a_n - a_{n-1}) + (a_{n-1} - a_{n-2}) + \dots + (a_2 - a_1) + a_1$ 6 分

$$= 2^{n-1} + 2^{n-2} + \dots + 2^2 + 2 - (n-1) + 2 = \frac{2-2^n}{1-2} + 3 - n = 2^n - n + 1.$$

当 $n=1$ 时, $a_1=2$ 满足上式, 所以 $a_n=2^n-n+1$ 8 分

$$\text{故 } S_n = \frac{2(1-2^n)}{1-2} - \frac{(n-1)n}{2} = 2^{n+1} - \frac{n^2-n}{2} - 2. \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

选③

$$b_3+1=8, b_n+1=64, \text{ 则 } \frac{b_n+1}{b_3+1}=8. \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

所以等比数列 $\{b_n+1\}$ 的公比为 2. 3 分

$$\text{所以 } b_n+1=8 \cdot 2^{n-3}=2^n, \text{ 则 } b_n=2^n-1, \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

即 $a_{n-1}-a_n=2^n-1$.

$$\text{所以 当 } n \geq 2 \text{ 时, } a_n = (a_n - a_{n-1}) + (a_{n-1} - a_{n-2}) + \dots + (a_2 - a_1) + a_1 \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$= 2^{n-1} + 2^{n-2} + \dots + 2^2 + 2 - (n-1) + 2 = \frac{2-2^n}{1-2} + 3 - n = 2^n - n + 1.$$

当 $n=1$ 时, $a_1=2$ 满足上式, 所以 $a_n=2^n-n+1$ 8 分

$$\text{故 } S_n = \frac{2(1-2^n)}{1-2} - \frac{(n-1)n}{2} = 2^{n+1} - \frac{n^2-n}{2} - 2. \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

18. (1) 证明: 因为平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$ 且相交于 AD , $AB \perp AD$,

所以 $AB \perp$ 平面 PAD 1 分

所以 $AB \perp PD$ 2 分

又因为 $PA \perp PD$, $AB \cap PA = A$, 所以 $PD \perp$ 平面 PAB 4 分

因为 $PD \subset$ 平面 PDC , 所以平面 $PDC \perp$ 平面 PAB 5 分

(2) 解: 取 AD 的中点 O , 连接 PO , CO .

因为 $PA=PD$, 所以 $PO \perp AD$.

又因为 $PO \subset$ 平面 PAD , 平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$,

所以 $PO \perp$ 平面 $ABCD$.

因为 $CO \subset$ 平面 $ABCD$, 所以 $PO \perp CO$.

因为 $AC=CD$, 所以 $CO \perp AD$ 6 分

如图, 建立空间直角坐标系 $O-xyz$, 由题意得 $A(0, 1, 0)$, $B(\frac{\sqrt{3}}{2}, 1, 0)$, $C(\sqrt{3}, 0, 0)$, $D(0,$

$-1, 0)$, $P(0, 0, 1)$, 则 $\vec{PD} = (0, -1, -1)$, $\vec{PC} = (\sqrt{3}, 0, -1)$, $\vec{PB} = (\frac{\sqrt{3}}{2}, 1, -1)$ 7 分

由(1)可知 $PD \perp$ 平面 PAB , 所以 $\vec{PD} = (0, -1, -1)$ 是平面 PAB 的一个法向量. 8 分

$$\text{设平面 } PBC \text{ 的法向量为 } \mathbf{n} = (x, y, z), \text{ 则 } \begin{cases} \mathbf{n} \cdot \vec{PB} = 0, \\ \mathbf{n} \cdot \vec{PC} = 0, \end{cases} \text{ 即 } \begin{cases} \frac{\sqrt{3}}{2}x + y - z = 0, \\ \sqrt{3}x - z = 0. \end{cases}$$

令 $x=1$, 则 $z=\sqrt{3}$, $y=\frac{\sqrt{3}}{2}$, 所以 $\mathbf{n} = (1, \frac{\sqrt{3}}{2}, \sqrt{3})$ 10 分

所以 $\cos \langle \mathbf{n}, \vec{PD} \rangle = \frac{\mathbf{n} \cdot \vec{PD}}{|\mathbf{n}| |\vec{PD}|} = -\frac{3\sqrt{114}}{38}$, 由于二面角 $C-PB-A$ 为钝角, 故二面角 $C-PB-A$ 的余弦值

为 $-\frac{3\sqrt{114}}{38}$ 12 分

19. 解: (1) 因为样本的平均数是 73.6,

$$\text{所以 } 45 \times 0.04 + 55 \times 0.10 + 65a + 75b + 85 \times 0.20 + 95 \times 0.12 = 73.6. \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

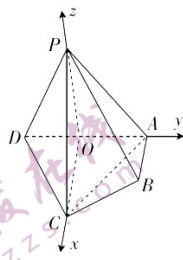
$$\text{即 } 65a + 75b = 37.9, \text{ ①} \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\text{又 } a + b = 0.54, \text{ ②} \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\text{由 ①② 解得 } a = 0.26, b = 0.28. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

(2) 当该员工的评定等级为优秀时, 奖金的数学期望为 $\frac{1}{2} \times 4 \times 100 = 200$; 6 分

当该员工的评定等级为良好时, 奖金的数学期望为 $\frac{1}{2} \times 2 \times 100 = 100$; 7 分



- 当该员工的评定等级为合格时,奖金的数学期望为 $\frac{1}{2} \times 1 \times 100 = 50$; 8分
- 当该员工的评定等级为不合格时,奖金的数学期望为 $\frac{1}{2} \times 0 \times 100 = 0$ 9分
- $EX = 0 \times 0.14 + 50 \times 0.26 + 100 \times 0.28 + 200 \times 0.32 = 105$ 11分
- 故参与此次知识问答活动的某员工所获奖金 X 的数学期望为 105 元. 12分
20. 解:(1) 因为 $DF \perp AC$, 所以 $AF=1, CF=3$ 2分
- 因为 $DE \parallel AC$, 所以 $\triangle EBD$ 为等边三角形, 则 $BE=CE=2$ 3分
- 利用余弦定理可知, $EF^2 = CE^2 + CF^2 - 2CE \cdot CF \cdot \cos 60^\circ = 7$, 即 $EF = \sqrt{7}$ 5分
- (2) 因为 C, F, D, E 四点共圆, 所以 $\angle EDF = 120^\circ$ 6分
- 设 $\angle BDE = \theta (0 < \theta < 60^\circ)$, 在 $\triangle BDE$ 中, 由正弦定理得 $DE = \frac{BD \sin 60^\circ}{\sin(120^\circ - \theta)} = \frac{\sqrt{3}}{\sin(60^\circ + \theta)}$.
- 则 $S_{\triangle BDE} = \frac{1}{2} DE \cdot DB \sin \theta = \frac{\sqrt{3} \sin \theta}{\sin(60^\circ + \theta)}$ 7分
- 在 $\triangle ADF$ 中, $\angle FDA = 60^\circ - \theta$, 由正弦定理得 $DF = \frac{AD \sin 60^\circ}{\sin(60^\circ + \theta)} = \frac{\sqrt{3}}{\sin(60^\circ + \theta)}$.
- 则 $S_{\triangle ADF} = \frac{1}{2} DF \cdot AD \sin(60^\circ - \theta) = \frac{\sqrt{3} \sin(60^\circ - \theta)}{\sin(60^\circ + \theta)}$ 9分
- 所以 $S_{\triangle BDE} + S_{\triangle ADF} = \frac{\sqrt{3} \sin \theta}{\sin(60^\circ + \theta)} + \frac{\sqrt{3} \sin(60^\circ - \theta)}{\sin(60^\circ + \theta)} = \frac{\sqrt{3} (\frac{\sqrt{3}}{2} \cos \theta + \frac{1}{2} \sin \theta)}{\frac{\sqrt{3}}{2} \cos \theta + \frac{1}{2} \sin \theta} = \sqrt{3}$ 11分
- 又四边形 $CFDE$ 的面积为 $S_{\triangle ACF} - (S_{\triangle ADF} + S_{\triangle BDE})$, 所以四边形 $CFDE$ 的面积为 $4\sqrt{3} - \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$ 12分
21. 解:(1) 依题意可知 $\begin{cases} \frac{75}{4a^2} + \frac{1}{4b^2} = 1, \\ 2c = 8, \\ a^2 = b^2 + c^2, \end{cases}$ 2分
- 解得 $\begin{cases} a^2 = 20, \\ b^2 = 4, \end{cases}$ 4分
- 故 C 的方程为 $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{4} = 1$ 5分
- (2) 易得直线 OM 的方程为 $y = -\frac{1}{5\sqrt{3}}x$, 设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), R(x_0, y_0)$ 为 AB 的中点, 其中 $y_0 = -\frac{1}{5\sqrt{3}}x_0$.
- 因为 A, B 在椭圆上,
- 所以 $\begin{cases} \frac{x_1^2}{20} + \frac{y_1^2}{4} = 1, \\ \frac{x_2^2}{20} + \frac{y_2^2}{4} = 1, \end{cases}$ 则 $k_{AB} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = -\frac{4}{20} \times \frac{x_1 + x_2}{y_1 + y_2} = -\frac{1}{5} \times \frac{2x_0}{2y_0} = \sqrt{3}$ 7分
- 可设直线 l 的方程为 $y = \sqrt{3}x + m$, 联立 $\begin{cases} y = \sqrt{3}x + m, \\ \frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{4} = 1, \end{cases}$
- 整理得 $16x^2 + 10\sqrt{3}mx + 5m^2 - 20 = 0$,
- 则 $\Delta = 300m^2 - 64(5m^2 - 20) > 0$, 解得 $-8 < m < 8$, 则 $x_1 + x_2 = -\frac{5\sqrt{3}m}{8}, x_1 x_2 = \frac{5m^2 - 20}{16}$.
- $|AB| = \sqrt{1+3} \cdot \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2} = 2\sqrt{\frac{75m^2}{64} - \frac{5m^2 - 20}{4}} = \frac{\sqrt{-5m^2 + 320}}{4}$ 9分
- 原点到直线 l 的距离 $d = \frac{|m|}{\sqrt{1+3}} = \frac{|m|}{2}$ 10分
- 则 $\triangle AOB$ 的面积 $S = \frac{1}{2} d \cdot |AB| = \frac{1}{2} \times \frac{|m|}{2} \times \frac{\sqrt{-5m^2 + 320}}{4} = \frac{\sqrt{-5(m^2 - 32)^2 + 5120}}{16}$.

当且仅当 $m^2=32$, 即 $m=\pm 4\sqrt{2}$ 时, $\triangle AOB$ 的面积有最大值, 且最大值为 $2\sqrt{5}$ 12 分

22. 解: (1) $f(x)=(9+a)\ln x-ax^2+ax$, 则 $f'(x)=\frac{9+a}{x}-2ax+a=\frac{-2ax^2+ax+9+a}{x}$, 1 分

若要函数 $f(x)$ 有两个极值点, 只要方程 $-2ax^2+ax+9+a=0$ 有两个不等正根, 2 分

则 $\begin{cases} \Delta=a^2+8a(9+a)>0, \\ \frac{a}{2a}>0, \\ -\frac{9+a}{2a}>0, \end{cases}$ 4 分

解得 $-9<a<-8$, 即 a 的取值范围为 $(-9, -8)$ 5 分

(2) 设 $-2ax^2+ax+9+a=0$ 的两个正根分别为 x_1, x_2 , 且 $x_1<x_2$, 可知当 $x=x_2$ 时有极小值 $f(x_2)$, 因为 $y=-2ax^2+ax+9+a$ 图象的对称轴为直线 $x=\frac{1}{4}$, 所以 $0<x_1<\frac{1}{4}<x_2<\frac{1}{2}$, 且 $-2ax_2^2+ax_2+9+a=0$,
得 $a=\frac{9}{2x_2^2-x_2-1}$ 7 分

$f(x_2)=(9+a)\ln x_2-ax_2^2+ax_2=a(-x_2^2+x_2+\ln x_2)+9\ln x_2=9\cdot\frac{-x_2^2+x_2+\ln x_2}{2x_2^2-x_2-1}+9\ln x_2$,
令 $h(x_2)=9\cdot\frac{-x_2^2+x_2+\ln x_2}{2x_2^2-x_2-1}+9\ln x_2$,
则 $h'(x_2)=9\cdot\frac{(-2x_2+1+\frac{1}{x_2})(2x_2^2-x_2-1)-(-x_2^2+x_2+\ln x_2)(4x_2-1)}{(2x_2^2-x_2-1)^2}+\frac{9}{x_2}$
 $=9\cdot\frac{(x_2^2-x_2-\ln x_2)(4x_2-1)}{(2x_2^2-x_2-1)^2}$ 9 分

记 $z(x)=x^2-x-\ln x$ ($\frac{1}{4}<x\leq 1$), 有 $z'(x)=\frac{(2x+1)(x-1)}{x}\leq 0$ 对 $x\in(\frac{1}{4}, 1]$ 恒成立, 又 $z(1)=0$, 故对 $x\in(\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$, 恒有 $z(x)>z(1)$, 即 $z(x)>0$,
所以 $h'(x_2)>0$ 对于 $\frac{1}{4}<x_2<\frac{1}{2}$ 恒成立, 即 $h(x_2)$ 在 $(\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$ 上单调递增, 则 $h(\frac{1}{4})<h(x_2)<h(\frac{1}{2})$.
又 $h(\frac{1}{4})=-\frac{3}{2}-\ln 4, h(\frac{1}{2})=-\frac{9}{4}$, 11 分
所以 $f(x)$ 极小值的取值范围是 $(-\frac{3}{2}-\ln 4, -\frac{9}{4})$ 12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线

关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》