

江西省 东乡一中 都昌一中 丰城中学 赣州中学 新八校
景德镇二中 上饶中学 上栗中学 新建二中

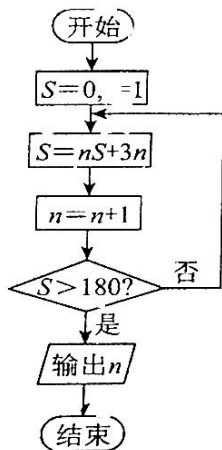
2023 届高三第二次联考文科数学试题

命题人：东乡一中 陈耳东 审题人：赣州中学 李金花

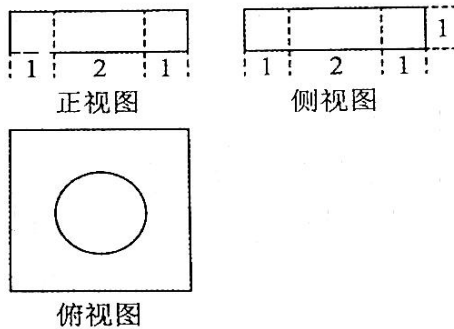
考试时间：120 分钟 分值：150 分

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 记集合 $M = \{x \mid |x| > 2\}$, $N = \{x \mid y = \sqrt{2-x}\}$, 则 $M \cap N = ()$
A. $\{x \mid -2 \leq x \leq 2\}$ B. $\{x \mid x > 2\}$ C. $\{x \mid 0 \leq x < 2\}$ D. $\{x \mid x < -2\}$
2. 已知复数 $z = -i(2+i)$, 则 z 的共轭复数为 $()$
A. $1-2i$ B. $2-i$ C. $1+2i$ D. $-1-2i$
3. 已知向量 $\vec{m} = (x, -3)$, $\vec{n} = (2, x+1)$, $\vec{m} \perp \vec{n}$, 则 x 的值为 $()$
A. 3 B. 4 C. -3 D. -4
4. 执行如下图所示的程序框图, 则输出的 n 为 $()$



(第 4 题)



(第 5 题)

5. 一个几何体的三视图如上图所示, 则该几何体的体积 $V = ()$
A. $16 - \pi$ B. $16 - 4\pi$ C. $16 - \frac{4}{3}\pi$ D. $16 + \pi$
6. 甲乙两位游客慕名来到赣州旅游, 准备分别从大余丫山、崇义齐云山、全南天龙山、龙南九连山和安远三百山 5 个景点中随机选择其中一个, 记事件 A : 甲和乙选择的景点不同, 事件 B : 甲和乙恰好一)选择崇义齐云山, 则条件概率 $P(B|A) = ()$
A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{9}{25}$ D. $\frac{9}{20}$

7. 已知递增的等差数列 $\{a_n\}$ 的首项为 1, 前 n 项和为 S_n , 且 $S_2, S_3 - 1, S_4$ 成等比数列. 令 $b_n = \frac{1}{a_n a_{n+1}}$, 则数列 $\{b_n\}$ 的前 50 项和 $T_{50} =$ ()
- A. $\frac{50}{51}$ B. $\frac{49}{50}$ C. $\frac{100}{101}$ D. $\frac{50}{101}$
8. 已知 A 是函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin(3x + \frac{\pi}{4}) + \sin(3x - \frac{\pi}{4})$ 的最大值, 若存在实数 x_1, x_2 使得对任意实数 x 总有 $f(x_1) \leq f(x) \leq f(x_2)$ 成立, 则 $A|x_1 - x_2|$ 的最小值为 ()
- A. $\frac{2\pi}{3}$ B. $\frac{3\pi}{4}$ C. $\frac{5\pi}{6}$ D. $\frac{4\pi}{3}$
9. 函数 $y = \sqrt{1 - (x+2)^2}$ 图像上存在不同的三点到原点的距离构成等差数列, 则以下不可能成为公差的数是 ()
- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. $\sqrt{3}$
10. 已知 $a = -\frac{1}{2022}$, $b = \ln \frac{2023}{2022}$, $c = \log_4 \frac{2023}{2022}$, 则 ()
- A. $c < b < a$ B. $c < a < b$ C. $b < c < a$ D. $a < b < c$
11. 古希腊数学家欧几里得在《几何原本》中描述了圆锥曲线的共性, 并给出了圆锥曲线的统一定义, 只可惜对这一统一定义欧几里得没有给出证明. 经过了 500 年, 到了 3 世纪, 希腊数学家帕普斯在他的著作《数学汇篇》中完善了欧几里得关于圆锥曲线的统一定义, 并对这一统一定义进行了证明. 他指出, 到定点的距离与到定直线的距离之比是常数 e 的点的轨迹叫做圆锥曲线: 当 $0 < e < 1$ 时, 轨迹为椭圆; 当 $e = 1$ 时, 轨迹为抛物线; 当 $e > 1$ 时, 轨迹为双曲线. 现有方程 $m(x^2 + y^2 - 2x + 1) = (3x + 4y + 1)^2$ 表示的曲线是双曲线, 则 m 的取值范围为 ()
- A. (0, 5) B. (0, 25) C. (5, +∞) D. (25, +∞)
12. 设点 P 在曲线 $y = \frac{1}{2}e^{(x-1)}$ 上, 点 Q 在曲线 $y = \ln(2x - 2)$ 上, 则 $|PQ|$ 的最小值为 ()
- A. $1 - \ln 2$ B. $\sqrt{2}(1 - \ln 2)$ C. $1 + \ln 2$ D. $\sqrt{2}(1 + \ln 2)$
- 二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.
13. 已知 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - y + 1 \geq 0 \\ x + 2y \leq 2 \\ x - 4y \leq 2 \end{cases}$, 则 $z = x - y$ 的最大值为_____.
14. 已知函数 $f(x) = x - \sin x$, 则不等式 $f(x+1) + f(1-2x) > 0$ 的解集是_____.
15. 在棱长为 2 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, P 点为 B_1C_1 中点, Q 点在正方形 $ABCD$ 内运动 (含边界), 在点 Q 的运动过程中, P 点到平面 A_1D_1Q 的最小距离是_____.
16. 已知 $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$ 是抛物线 $x^2 = 4y$ 上两点, 且 $y_1 + y_2 + 2 = \frac{2\sqrt{3}}{3}|PQ|$, F 为焦点, 则 $\angle PFQ$ 最大值为_____.

三、解答题:共 70 分.解答题应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第 17~21 为必考题,每个试题考生都必须作答.第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答.

17. (本小题满分 12 分)为了有针对性地提高学生体育锻炼的积极性,某校需要了解学生是否经常锻炼与性别因素有关,为此随机对该校 100 名学生进行问卷调查,得到如下 2×2 列联表.

	经常锻炼	不经常锻炼	总计
男	35		
女		25	
总计			100

已知从这 100 名学生中任选 1 人,女生被选中的概率为 $\frac{2}{5}$.

- (1)完成上面的 2×2 列联表,并根据 2×2 列联表中的数据,判断能否有 95% 的把握认为该校学生是否经常锻炼与性别因素有关.
- (2)若按分层抽样法从女生中抽取 8 人,再从 8 人中随机抽取 2 人进行访谈,求抽取的 2 人都不经常锻炼的概率.

附: $\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中, $n = a+b+c+d$.

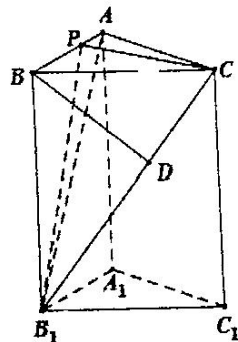
$\alpha = P(\chi^2 \geq k_0)$	0.1	0.05	0.01	0.001
k	2.706	3.841	6.635	10.828

18. (本小题满分 12 分)在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $\sin^2 A + \sin A \sin B = \cos^2 B - \cos^2 C$.

- (1)求角 C 的大小;
- (2)若 $\sin A = 2\sin B$, $c = \sqrt{7}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

19. (本小题满分 12 分)如图,在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $BD \perp$ 平面 AB_1C , 其垂足 D 落在直线 B_1C 上.

- (1)求证: $AC \perp B_1C$;
- (2)若 P 是线段 AB 上一点, $BD = 1$, $BC = AC = 2$, 三棱锥 B_1-PAC 的体积为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$, 求 $\frac{AP}{PB}$ 的值.



20. (本小题满分 12 分) 已知圆 $A: x^2 + y^2 + 2x - 11 = 0$, 直线 l 过点 $B(1, 0)$ 且与 x 轴不重合, l 交圆 A 于 C, D 两点, 过 B 作 AC 的平行线交 AD 于点 E .

(1) 求点 E 的轨迹 Γ 的方程;

(2) 设轨迹 Γ 的上、下顶点分别为 G, H , 过点 $(0, 1)$ 的直线交轨迹 Γ 于 M, N 两点 (不与 G, H 重合), 直线 GM 与直线 $y = 2$ 交于点 P , 求证: P, H, N 三点共线.

21. (本小题满分 12 分) 已知函数 $f(x) = \ln x + \frac{3}{x} - \frac{a}{2x^2}$.

(1) 若 $a = 0$, 求 $f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(2) 若 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$ 是 $f(x)$ 的两个极值点, 证明: $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} < \frac{3}{2a}$.

选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 两题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4—4: 坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2 + \cos \theta \\ y = \sin \theta \end{cases}$ (θ 为参数). 以坐标原点 O 为极点,

x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系, 直线 C_2 的极坐标方程为 $\rho \sin(\theta + \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2}$.

(1) 求曲线 C_1 的普通方程和直线 C_2 的直角坐标方程;

(2) 已知点 P 的极坐标为 $(2, \frac{\pi}{2})$, 设曲线 C_1 和直线 C_2 交于 M, N 两点, 求 $|\frac{1}{|PM|} - \frac{1}{|PN|}|$ 的值.

23. (本小题满分 10 分) 选修 4—5: 不等式选讲

已知 a, b, c 为正实数, 且满足 $a + b + c = 3$. 证明:

(1) $|a + b - \frac{1}{2}| + |c + 1| \geq \frac{7}{2}$;

(2) $(a^3 + b^3 + c^3) \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \right) \geq 9$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线



微

