绝密★考试结束前

2022-2023 学年高一下学期期末数学考试卷

(试卷满分 150 分，考试用时 120 分钟)

姓名__________　　　班级________　　　考号_____________________

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上.

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号.回答非选择题时，将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求.

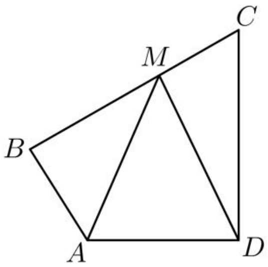
1． $\cos72^\circ\cos12^\circ+\sin72^\circ\sin12^\circ=$（　）

A．$-\frac{1}{2}$　B．$\frac{1}{2}$　C．$-\frac{\sqrt{3}}{2}$　D．$\frac{\sqrt{3}}{2}$

2．已知 i 为虚数单位，设$z=1+2\mathrm{i}$，则复数 z 在复平面内对应的点位于（　）

A．第一象限 B．第二象限 C．第三象限 D．第四象限

3．如下图，在平面四边形 ABCD 中，$AB\perp BC$，$AD\perp CD$，$\angle BCD=\frac{\pi}{3}$，$CB=CD=2\sqrt{3}$．若点 M 为边 BC 上的动点，则$\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{DM}$的最小值为（　）



A．$\frac{8}{3}$　B．$\frac{21}{4}$　C．$-\frac{11}{4}$　D．$-\frac{13}{3}$

4．已知向量$\vec{a}=(\sin(\alpha+\frac{\pi}{6}),1)$，$\vec{b}=(4,4\cos\alpha-\sqrt{3})$，若$\vec{a}\perp\vec{b}$，则$\sin(\alpha+\frac{4\pi}{3})$等于（　）

A．$-\frac{\sqrt{3}}{4}$　B．$-\frac{1}{4}$

C．$\frac{\sqrt{3}}{4}$　D．$\frac{1}{4}$

5．下列说法正确的是（　）

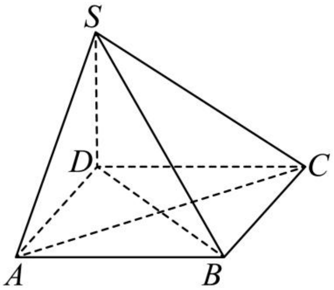
A．“$a>2022$”是“$a>2023$”的既不充分也不必要条件

B．“$\cos x=0$”是“$\sin x=-1$”的充分不必要条件

C．若$m>0$，则“$a>b>0$”是“$\frac{a}{b}<\frac{a+m}{b+m}$”的必要不充分条件

D．在$\triangle ABC$中，角A，B均为锐角，则“$\cos A>\sin B$”是“$\triangle ABC$是钝角三角形”的充要条件

6．如图所示，四棱锥$S-ABCD$的底面为正方形，$SD\perp$平面 ABCD，则下列结论中不正确的是（　）



A．$AC\perp SB$

B．$AB//$平面 SCD

C．直线 SA 与平面 SBD 所成的角等于$30°$

D．直线 SA 与平面 SBD 所成的角等于直线 SC 与平面 SBD 所成的角.

7．在$\triangle ABC$中，角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，若$c<b\cos A$，则$\triangle ABC$为（　　）

A．钝角三角形　B．直角三角形

C．锐角三角形　D．等边三角形

8.在三棱锥$A-BCD$中,$\angle BAC=120°$,$\angle BDC=60°$,二面角$A-BC-D$为直二面角,当三棱锥$A-BCD$的体积的最大值为$\frac{1}{3}$时，其外接球的表面积为（　）

A．$\frac{10\pi}{3}$　B．10π　C．$\frac{20\pi}{3}$　D．20π

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9．在$\triangle ABC$中，a，b，c 分别为角 A，B，C 的对边，已知$\frac{\cos B}{\cos C}=\frac{b}{2a-c}$，$S_{\triangle ABC}=\frac{3\sqrt{3}}{4}$，且$b=\sqrt{3}$，则（　）

A．$\cos B=\frac{1}{2}$　　B．$\cos B=\frac{\sqrt{3}}{2}$

C．$a+c=\sqrt{3}$　D．$a+c=2\sqrt{3}$

10．设函数$f(x)=2\cos^2\left(\omega x-\frac{\pi}{3}\right)-1(\omega>0)$，则下列结论正确的是（　）

A．若$|f(x_1)-f(x_2)|=2,|x_1-x_2|_{\min}=\pi$，$\omega=\frac{1}{2}$

B．存在$\omega\in(0,1)$，使$f(x)$的图象向左平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度后得到的图象关于原点对称

C．若$f(x)$在$[0,\pi]$上有且仅有 4 个零点，则ω的取值范围$\left[\frac{19}{12},\frac{25}{12}\right]$

D．$\forall\omega\in(0,1)$, $f(x)$在$\left[-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{4}\right]$上单调递增

11．$\triangle ABC$中，内角A，B，C的对边分别为a，b，c，已知$(b+c):(c+a):(a+b)=10:11:11$，点$E$是边$BC$上的动点，则下列说法正确的是（　）

A．$a:b:c=6:5:5$

B．$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}<0$

C．若$\overrightarrow{AE}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$，则$S_{\triangle ABC}=4S_{\triangle ABE}$

D．若$a+b=11$，则$\overrightarrow{EA}\cdot\overrightarrow{EB}$的最小值为$-\frac{9}{4}$

12．已知正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱长为 2，点 O 为A_1D_1的中点，若以 O 为球心，$\sqrt{6}$为半径的

球面与正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱有四个交点E，F，G，H，则下列结论正确的是（   ）

A．$A_1D_1//$平面$EFGH$

B．$A_1C\perp$平面$EFGH$

C．A_1B_1与平面$EFGH$所成的角的大小为45°

D．平面$EFGH$将正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$分成两部分的体积的比为$1:7$

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分

13．已知平面向量$\vec{a},\vec{b}$满足$|\vec{a}|=3,\vec{a}$与$\vec{a}-\vec{b}$的夹角为120°，记$\vec{m}=t\vec{a}+(1-t)\vec{b}(t\in R)$，则$|\vec{m}|$的取值范围是__________.

14．给出下列命题:

①若角α的终边过点$P(3k,4k)(k\neq 0)$，则$\sin\alpha=\frac{4}{5}$;

②若α，β是第一象限角，且$\alpha>\beta$，则$\sin\alpha>\sin\beta$;

③函数$f(x)=4\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$的图象关于点$\left(-\frac{\pi}{6},0\right)$对称;

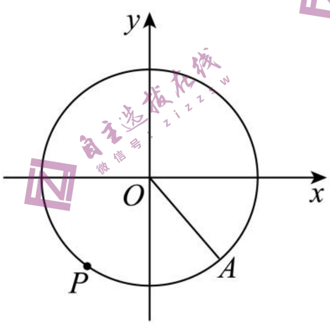
④若函数$f(x)=3\cos(3x+2\varphi)$是奇函数，那么$|\varphi|$的最小值为$\frac{\pi}{4}$；

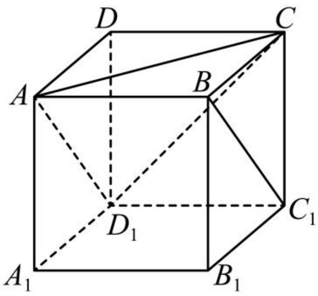
⑤若角C是$\triangle ABC$的一个内角，且$\sin C+\cos C=\frac{1}{2}$，则$\triangle ABC$是钝角三角形;

⑥已知函数$f(x)=2\sin\omega x(\omega>0)$在区间$\left[-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{4}\right]$单调递增，则$0<\omega\leq 2$.

其中正确命题的序号是______.

15．水车在古代是进行灌溉引水的工具，是人类的一项古老发明，也是人类利用自然和改造自然的象征.如图是一个半径为R的水车，一个水斗从点$A\left(1,-\sqrt{3}\right)$出发，沿圆周按逆时针方向匀速旋转，且旋转一周用时6秒.经过t秒后，水斗旋转到P点，设点P的坐标为(x,y)，其纵坐标满足$y=f(t)=R\sin(\omega t+\varphi)(t\geq 0,\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2})$，则当$t\in[0,m)$时，恰有3个$t$使函数$f(t)$最得大值，则$m$的取值范围是______.





16．在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中（如图），已知点P在直线BC_1上运动，则下列四个命题:

①三棱锥$A-D_1PC$的体积不变;

②直线AP与平面ACD_1所成的角的大小不变;

③二面角$P-AD_1-C$的大小不变;

④M是平面$A_1B_1C_1D_1$上到点D和C_1距离相等的点，则M点的轨迹是直线A_1D_1

其中真命题的编号是__________．(写出所有真命题的编号)

四．解答题：本小题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17．(10 分) 已知函数$f(x)=A\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{6}\right)(A>0,\omega>0)$只能同时满足下列三个条件中的两个：①函数$f(x)$的最大值为 2；②函数$f(x)$的图象可由$y=\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$的图象平移得到；③函数$f(x)$图象的相邻两条对称轴之间的距离为$\frac{\pi}{2}$.

(1)请写出这两个条件序号，并求出$f(x)$的解析式；

(2)求方程$f(x)+1=0$在区间$\left[-\pi,\pi\right]$上所有解的和.

18．(12 分) 已知 i 是虚数单位，复数$z=(m^2-5m+6)+(m^2-2m)\mathrm{i}$，$m\in R$.

(1)当复数z为实数时，求m的值；

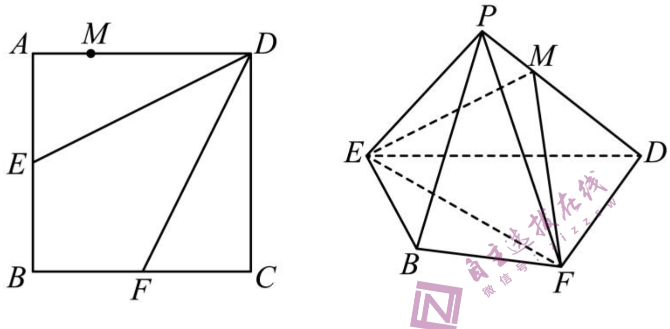
(2)当复数z为纯虚数时，求m的值；

19．（12 分）已知函数$f(x)=\cos x\cdot\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)-\sqrt{3}\cos^2x+\frac{\sqrt{3}}{4}$，$x\in\mathrm{R}$.

(1)求$f(x)$的最小正周期；

(2)求$f(x)$在区间$\left[-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{4}\right]$上的最大值和最小值.

20．（12 分）如图，在正方形 ABCD 中，点 E 是 AB 的中点，点 F 是 BC 的中点，将△AED，△DCF 分别沿 DE，DF 折起，使 A，C 两点重合于 P，连接 EF，PB．



(1)求证：$PB\perp EF$；

(2)点 M 是 PD 上一点，若$PB//$平面 EFM，则$\frac{PM}{MD}$为何值？并说明理由；

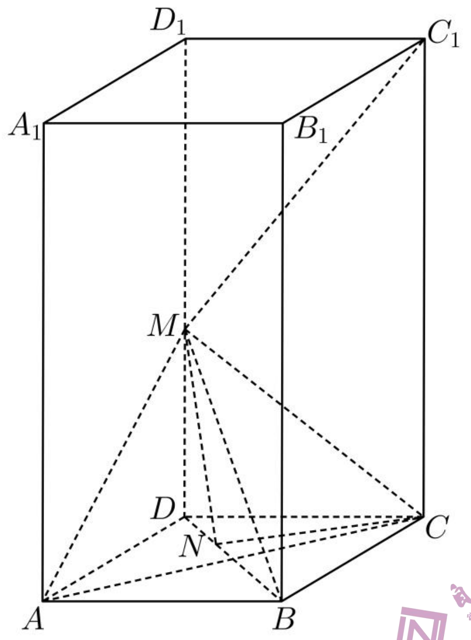
(3)若$MD=3PM$，求二面角$M-EF-D$的余弦值．

21．（12 分）已知在$\triangle ABC$中，角A, B, C所对的边分别是a, b, c，且$\frac{a}{\sqrt{3}\cos A} = \frac{c}{\sin C}$

(1)求A的大小;

(2)若$a = 6$，求$b + c$的取值范围．

22．(12 分)如图，在直四棱柱$ABCD - A_1B_1C_1D_1$中，底面$ABCD$是边长为 2 的菱形，$\angle ADC = 120°$，$CC_1 = 4$，M，N分别是线段DD_1，BD上的动点，且$DN = \lambda DB(0 < \lambda < 1)$.



(1)若二面角$M - BC - C_1$为$60°$，求DM的长;

(2)当三棱锥$M - ADC$的体积为$\frac{2\sqrt{3}}{3}$时，求CN与平面BCM所成角的正弦值的取值范围.