

启用前★注意保密

贵阳市普通中学 2022-2023 学年度第二学期期末监测试卷

高一数学

2023.7

注意事项:

1. 本试卷共 6 页, 满分 100 分, 考试时间 120 分钟.
2. 答案一律写在答题卡上, 写在试卷上的不给分.
3. 考试过程中不得使用计算器.

一、选择题(本大题共 8 小题, 每小题 4 分, 共 32 分. 每小题有四个选项, 其中只有一个选项正确, 请将你认为正确的选项填写在答题卷的相应位置上.)

1. 已知 i 是虚数单位, 则 $i^3 =$

- A. 1 B. -1
C. i D. $-i$

2. 平面直角坐标系中, 已知 $A(1,1), B(-1,0), C(0,1)$, 则 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} =$

- A. $(-1,1)$ B. $(-3,-1)$
C. $(3,-1)$ D. $(0,2)$

3. 已知事件 A, B 互斥, 若 $P(A) = \frac{1}{5}, P(A \cup B) = \frac{8}{15}$, 则 $P(B) =$

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$
C. $\frac{7}{15}$ D. $\frac{8}{15}$

4. 已知 m, n 为两条不同的直线, α, β 为两个不同的平面, 则下列命题中正确的是

- A. 若 $m \perp n, n // \alpha$, 则 $m \perp \alpha$ B. 若 $m // n, n \perp \alpha$, 则 $m \perp \alpha$
C. 若 $m \perp \alpha, m \perp n$, 则 $n // \alpha$ D. 若 $m \perp \alpha, \alpha \perp \beta$, 则 $m \perp \beta$

高一数学试卷 第 1 页 (共 6 页)



5. 已知直角三角形三边长分别为3, 4, 5, 以其中一条边所在直线为轴旋转一周后得到一个

几何体, 则该几何体的最大体积为

- A. $\frac{48}{5}\pi$ B. 12π
C. 16π D. 32π

6. 从正五边形的5个顶点中任取3个构成三角形, 则所得三角形是锐角三角形的概率为

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{1}{3}$
C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{5}$

7. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 已知 $a = \sqrt{3}, b = 3, B = 2A$, 则 $c =$

- A. $\frac{3}{2}$ B. $\sqrt{3}$
C. 3 D. $2\sqrt{3}$

8. 利用向量方法研究函数 $f(x) = a \sin x + b \cos x$ ($x \in R, a, b$ 不同时为0), 过程如下:

设 $m = (b, a), n = (\cos x, \sin x)$,

则 $f(x) = m \cdot n = |m||n| \cos \langle m, n \rangle = \sqrt{a^2 + b^2} \cos \langle m, n \rangle$.

所以当 m 与 n 方向相同时, $f(x)$ 取到最大值 $\sqrt{a^2 + b^2}$;

当 m 与 n 方向相反时, $f(x)$ 取到最小值 $-\sqrt{a^2 + b^2}$;

根据以上研究, 下列关于函数 $g(x) = 3 \sin x + 4 \cos x$ 的结论正确的是

- A. 最大值为5, 取到最大值时 $\tan x = \frac{3}{4}$
B. 最大值为5, 取到最大值时 $\tan x = \frac{4}{3}$
C. 最大值为 $\sqrt{5}$, 取到最大值时 $\tan x = \frac{3}{4}$
D. 最大值为 $\sqrt{5}$, 取到最大值时 $\tan x = \frac{4}{3}$

高一数学试卷 第2页 (共6页)



微

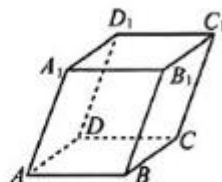
二、多项选择题（本题共 2 小题，每小题 4 分，共 8 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对得 4 分，部分选对得 2 分，有选错得 0 分。）

9. 已知复数 z 的共轭复数为 $\bar{z}$ ，则下列说法正确的是

- A. $z + \bar{z}$ 一定是实数
B. $z \cdot \bar{z}$ 一定是实数
C. $z - \bar{z}$ 一定是纯虚数
D. $z^2 = |z|^2$

10. 底面为平行四边形的四棱柱称为平行六面体，连接平行六面体不在同一面上两个顶点的线段称为平行六面体的体对角线。以下关于平行六面体的命题，正确的是

- A. 平行六面体的 4 条体对角线交于一点且互相平分
B. 平行六面体的 8 个顶点在同一球面上
C. 平行六面体的 4 条体对角线长的平方和等于所有棱长的平方和



D. 各棱长均为 1 的平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，
 $\angle A_1AB = \angle A_1AD = \angle BAD = 60^\circ$ ，则体对角线 AC_1 的长为 $\sqrt{6}$

三、填空题（本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分。请将你认为正确的答案填在答题卷的相应位置上。）

11. 已知向量 a, b 满足 $|a| = 2, |b| = 3$ ，且 a, b 的夹角为 60° ，则 $a \cdot b =$ _____.

12. 甲、乙两名学生通过某种听力测试的概率分别为 $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}$ ，若两人同时参加测试，则有且只有一人能通过的概率是_____.

13. 一个圆台的上、下底面圆周在同一球面上，已知圆台上、下底面的半径分别为 3cm 和 4cm ，球的表面积为 $100\pi\text{cm}^2$ ，则该圆台的高为_____ cm .

14. 某校采用比例分配分层随机抽样采集了高一年级学生的身高情况，部分统计数据如下：

性别	样本量	样本平均数	样本方差
男	100	170	22
女	100	160	38

则估计该校高一年级的全体学生的身高平均数为_____，方差为_____.

（注：由人教版高中数学必修第二册习题 9.2 拓广探索可知以下结论：

已知总体划分为两层，通过分层随机抽样，各层抽取的样本量、样本平均数和样本方差

分别为： $m, \bar{x}, s_1^2$ ； $n, \bar{y}, s_2^2$. 记总的样本平均数为 $\bar{\omega}$ ，样本方差为 s^2 ，则

$$s^2 = \frac{1}{m+n} \{m[s_1^2 + (\bar{x} - \bar{\omega})^2] + n[s_2^2 + (\bar{y} - \bar{\omega})^2]\}$$

高一数学试卷 第 3 页（共 6 页）



15. 魏晋时期的刘徽在其所撰《海岛算经》中，运用二次测望法解决实际测量问题，是世界测量学上取得的伟大成就。某数学学习小组受《海岛算经》中“望山松”一题的启发，进行了如下测量实践活动：

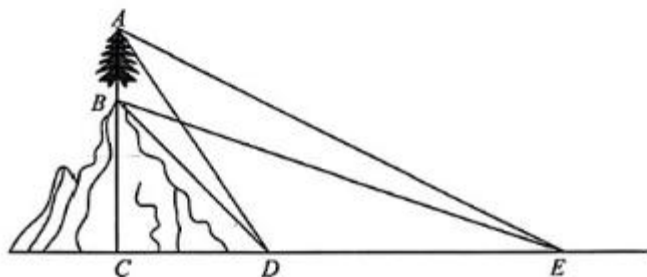
如图，为测量山顶松树的高 AB ，在山底 C 所在水平面内，选择 D 、 E 两点，使 C 、 D 、 E 三点在同一直线上，在 D 点测得 A 点和 B 点的仰角分别为 60° 、 45° ，在 E 点测得 A 点的仰角为 30° ，测得基线 DE 的长为 100 米。由以上测量数据可得出：

① 松树的高 $AB =$ _____ 米 (精确到 0.1)；

② $\angle ADB$ 和 $\angle AEB$ 分别是人在 D 点和 E 点观测松树的视角，其大小关系为：

$\angle ADB$ _____ $\angle AEB$ (填“>”，“<”或“=”)。

(参考数据： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$)



四、解答题 (本大题共 4 小题，每小题 8 分，共 32 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。)

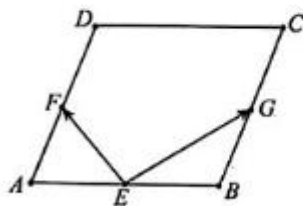
16. (本小题满分 8 分)

如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， E ， F ， G 满足 $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AE}$ ， $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AF}$ ， $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BG}$ 。

设 $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}$ ， $\overrightarrow{AD} = \mathbf{b}$ 。

(1) 用 $\mathbf{a}$ ， $\mathbf{b}$ 表示 $\overrightarrow{EF}$ ， $\overrightarrow{EG}$ ；

(2) 若 $\overrightarrow{EF} \perp \overrightarrow{EG}$ ，求 $\frac{|\mathbf{a}|}{|\mathbf{b}|}$ 。



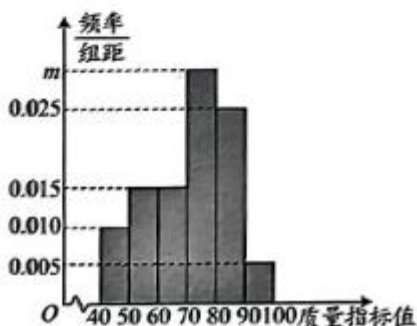
高一数学试卷 第 4 页 (共 6 页)



17. (本小题满分8分)

某企业生产口罩、防护服、消毒水等物品,在加大生产的同时,该公司狠抓质量管理,不定时抽查口罩,该企业质检人员从所生产的口罩中随机抽取了100个,将其质量指标值分成以下六组: $[40,50)$, $[50,60)$, $[60,70)$, $\dots$, $[90,100]$, 得到如下频率分布直方图.

- (1) 求出直方图中 m 的值;
- (2) 利用样本估计总体的思想,估计该企业所生产的口罩的质量指标值的中位数(精确到0.01);
- (3) 规定:质量指标值小于70的口罩为二等品,质量指标不小于70的口罩为一等品.采用样本量比例分配的分层随机抽样,从该企业所抽取的100个口罩中抽出5个口罩,其中一等品和二等品分别有多少个?



18. (本小题满分8分)

$\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且满足 $b \cos A = (\sqrt{2}c - a) \cos B$.

- (1) 求 B 的大小;
- (2) 若 $\triangle ABC$ 为钝角三角形, 且 $a=4, b=3$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

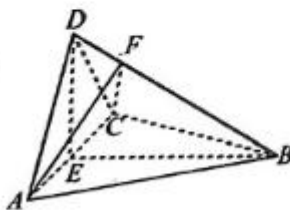
19. (本小题满分8分)

如图,四面体 $A-BCD$ 中, $AD \perp CD$, $AD=CD$, $\angle ADB = \angle BDC$, 点 F 在 BD 上, E 为 AC 的中点.

- (1) 证明: 平面 $FAC \perp$ 平面 BDE ;
- (2) 若 $DE \perp BE$, $DE=1$, 四面体 $A-BCD$ 的体积为

$\frac{\sqrt{3}}{3}$, 若 $\angle AFC$ 恰为二面角 $A-BD-C$ 的平面角, 求

$\triangle AFC$ 的面积.



高一数学试卷 第5页 (共6页)



五、阅读与探究（本大题1个小题，共8分.解答应写出文字说明，条理清晰.）

20.（本小题满分8分）

阅读材料：

材料一：我国南宋的数学家秦九韶在《数书九章》中提出了“三斜求积术”：若把三角形的三条边分别称为小斜、中斜和大斜，记小斜为 a ，中斜为 b ，大斜为 c ，则三角形的面积

为 $S = \sqrt{\frac{1}{4}[a^2c^2 - (\frac{c^2 + a^2 - b^2}{2})^2]}$. 这个公式称之为秦九韶公式.

材料二：古希腊数学家海伦在其所著的《度量论》或称《测地术》中给出了用三角形的三条边长表示三角形的面积的公式，即已知三角形的三条边长分别为 a ， b ， c ，则它的面积为 $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ ，其中 $p = \frac{1}{2}(a+b+c)$ ，这个公式称之为海伦公式.

材料三：秦九韶公式和海伦公式都解决了由三角形的三边直接求三角形面积的问题.海伦公式形式优美，容易记忆，体现了数学的对称美.秦九韶公式虽然与海伦公式形式不一样，但与海伦公式完全等价，且由秦九韶在不借助余弦定理的情况下独立推出，充分说明了我国古代学者具有很高的数学水平.

材料四：印度数学家婆罗摩笈多将海伦公式推广到凸四边形（凸四边形即任取平面四边形一边所在直线，其余各边均在此直线的同侧）中，即设凸四边形的四条边长分别为 a ， b ，

c ， d ， $p = \frac{1}{2}(a+b+c+d)$ ，凸四边形的一对对角和的一半为 θ ，则凸四边形的面积为 $S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d) - abcd \cos^2 \theta}$. 这个公式称之为婆罗摩笈多公式.

请你结合阅读材料解答下面的问题：

（1）在下面两个问题中选择一个作答：（如果多做，按所做的第一个问题给分）

①证明秦九韶公式与海伦公式的等价性；

②已知圆内接四边形 $MNPQ$ 中， $MN=2$ ， $NP=4$ ， $PQ=5$ ， $QM=3$ ，求 $MNPQ$ 的面积；

（2） $\triangle ABC$ 中， A ， B ， C 的对边分别为 a ， b ， c ，已知 $\triangle ABC$ 的面积为6，其内切圆半径为1， $a=4$ ， $b < c$ ，求 b ， c 。

高一数学试卷 第6页（共6页）



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服

务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线

