新疆维吾尔自治区2023年普通高考第二次适应性检测

理科数学

（卷面分值：150分；考试时间：120分钟）

注意事项：

1. 本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分，答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在本试卷和答题卡相应位置上.
2. 回答第Ⅰ卷时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号，写在本试卷上无效.
3. 回答第Ⅱ卷时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效.
4. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

第Ⅰ卷

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x\in \mathbf{Z}\mid -1\leqslant x\leqslant 2\}$，$B=\{x\mid 1\leqslant 2^x\leqslant 8\}$，则 $A\cap B=$

A. $[0,2]$　　B. $\{0,1\}$

C. $\{0,1,2\}$　　D. $[-1,3]$

2. 复数 z 满足 $1<|z-1-i|<3$，则 $|z|$ 的范围是

A. $(\sqrt{5}-1,\sqrt{5}+3)$　　B. $(\sqrt{5},\sqrt{17})$

C. $[0,\sqrt{5}+3)$　　D. $(\sqrt{10},\sqrt{26})$

3. 人们用分贝(dB)来划分声音的等级，声音的等级 $d(x)$(单位：dB)与声音强度 x(单位：W/m^2)满足 $d(x)=10\cdot \lg\dfrac{x}{10^{-12}}$.一般两人正常交谈时，声音的等级约为60dB，燃放烟花爆竹时声音的等级约为150dB，那么燃放烟花爆竹时声音强度约为两人正常交谈时声音强度的

A. 10^7 倍　　B. 10^8 倍

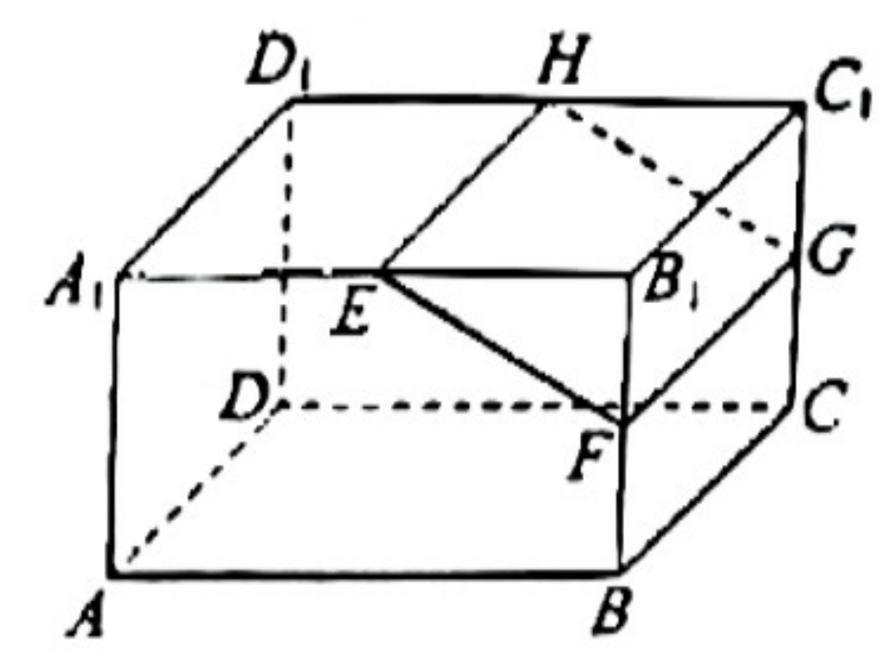
C. 10^9 倍　　D. 10^{10} 倍

4. 为了研究某公司工作人员人数 x(单位:名)和月销售量 y(单位:万元)的关系,从该公司随机抽取 10 名工作人员,根据测量数据的散点图可以看出 y 与 x 之间有线性相关关系,设其回归直线方程为 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$. 已知 $\sum_{i=1}^{10}x_i=320$, $\sum_{i=1}^{10}y_i=2400$, $\hat{b}=5$. 若该公司工作人员为 25 名,据此估计其月销售量为

A. 195　　　　B. 200

C. 205　　　　D. 210

5. 如图,在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,若 E,F,G,H 分别是棱 A_1B_1, BB_1, CC_1, C_1D_1 上的动点,且 $EH//FG$,则必有



A. $BD_1\perp EH$

B. $AD//FG$

C. 平面 $BB_1D_1D\perp$ 平面 $EFGH$

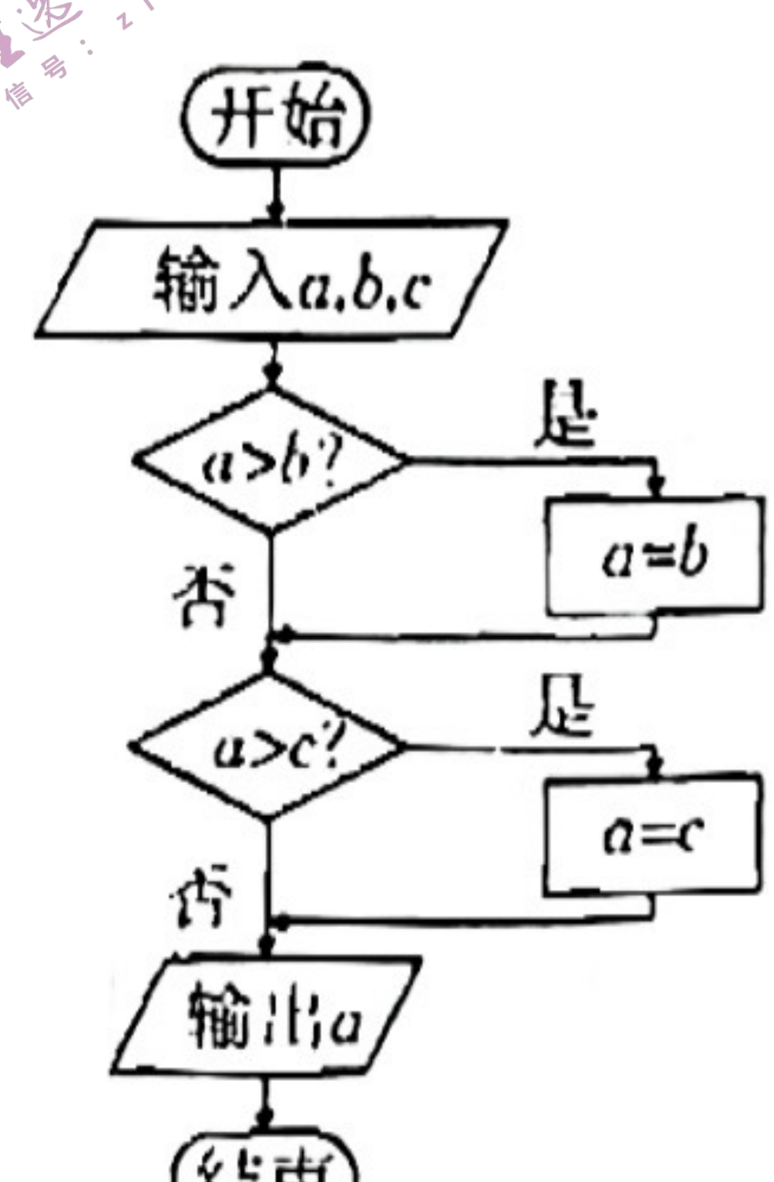
D. 平面 $A_1BCD_1//$平面 $EFGH$

6. 已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=1$, $\boldsymbol{b}=(m,2-m)$, $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|\cos\theta$($\theta$ 为 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角),则 $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$ 的最小值为

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　　　B. $\sqrt{2}$

C. 1　　　　D. 2

7. 如图所示的程序框图,输入 3 个数据 $a=\log_5 2$, $b=\log_8 3$, $c=\dfrac{1}{2}$,则输出的 a 为



A. 1　　　　B. $\dfrac{1}{2}$

C. $\log_8 3$　　　　D. $\log_5 2$

8. 已知 A,B 为双曲线 $E:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的两个焦点，C,D 在双曲线上，且四边形 $ABCD$ 为正方形，则 $\frac{b^2}{a^2}=$

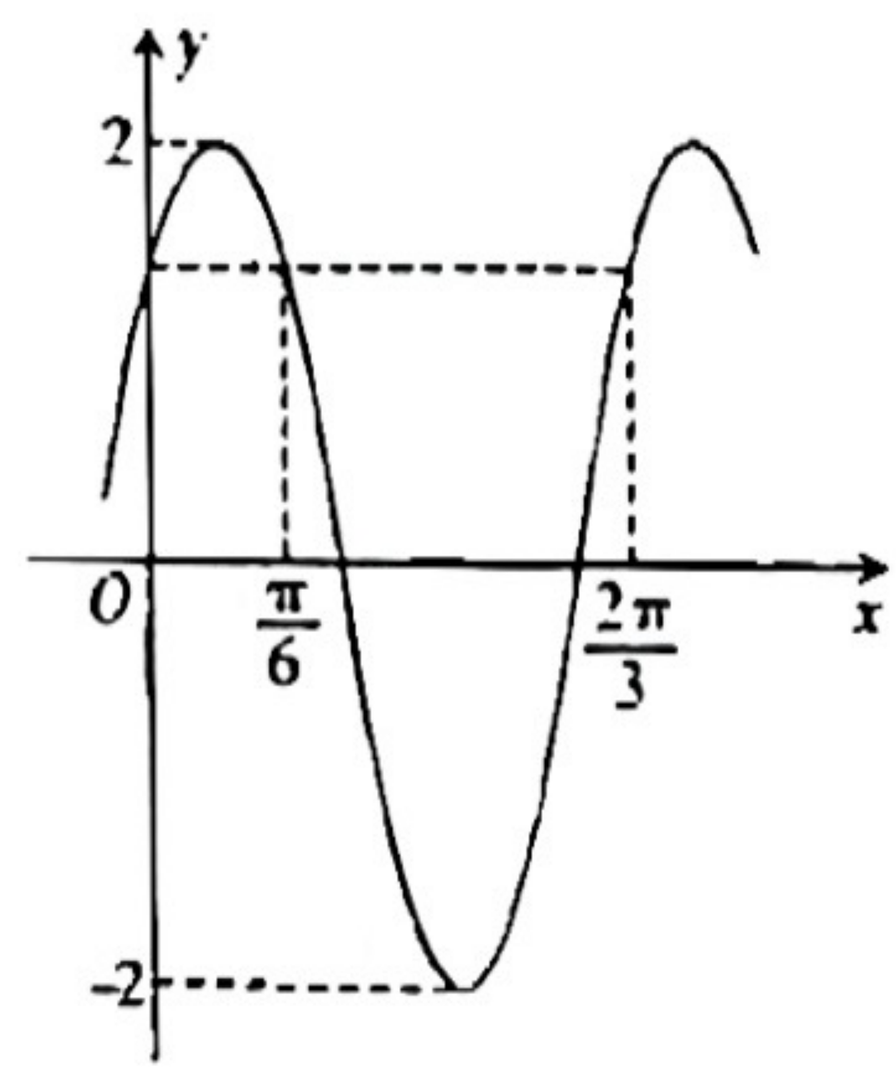
A. $2\sqrt{2}+2$

B. $\sqrt{2}+1$

C. $2\sqrt{2}-2$

D. $\sqrt{2}-1$

9. 如图所示的曲线为函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)\left(A>0,\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$ 的部分图象．将 $y=f(x)$ 图象上的所有点的横坐标伸长到原来的 $\frac{3}{2}$ 倍，再将所得曲线向左平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位长度，得到函数 $y=g(x)$ 的图象，则



A. 直线 $x=\frac{\pi}{2}$ 为 $g(x)$ 图象的一条对称轴

B. 点 $\left(\frac{3\pi}{8},0\right)$ 为 $g(x)$ 图象的一个对称中心

C. 函数 $g(x)$ 的最小正周期为 2π

D. 函数 $g(x)$ 在 $\left[\frac{5\pi}{24},\frac{13\pi}{24}\right]$ 上单调递减

10. 已知 $x,y\in\left[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right]$，且 $\begin{cases}x^3+\sin x-2a=0\\4y^3+\sin y\cos y+a=0\end{cases}$，则 $\tan(x+2y)=$

A. 0

B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

C. 1

D. $\sqrt{3}$

11. 已知四边形 $ABCD$ 的对角线 AC,BD 的长分别为 $2\sqrt{3}$ 和 6，且 BD 垂直平分 AC，把 $\triangle ACD$ 沿 AC 折起，使得点 D 到达点 P，则三棱锥 $P-ABC$ 体积最大时，其外接球半径为

A. 2

B. $\sqrt{5}$

C. $\sqrt{10}$

D. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

12. 已知 $f(x)$，$g(x)$ 都是定义在 **R** 上的函数，对任意 x,y 满足 $f(x-y)=f(x)g(y)-g(x)f(y)$，且 $f(-2)=f(1)\neq0$，则下列说法正确的是

A. $f(0)=1$

B. 函数 $g(2x+1)$ 的图象关于点 $(1,0)$ 对称

C. $g(1)+g(-1)=0$

D. 若 $f(1)=1$，则 $\sum_{n=1}^{2023}f(n)=1$

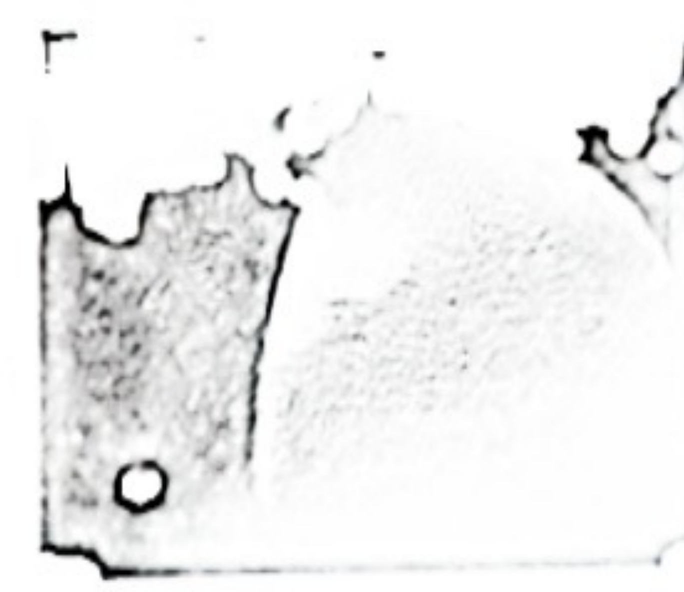
第Ⅱ卷

本卷包括必考题和选考题两部分,第 13 题~第 21 题为必考题,每个试题考生都必须作答,第 22 题~第 23 题为选考题,考生根据要求作答.

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分.

13. 已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右顶点为 A,经过原点的直线 l 交椭圆 C 于 P,Q 两点,$|PQ|=a$,且点 P 在以 OA 为直径的圆上,则 C 的离心率为________.

14. 魏晋时期数学家刘徽在他的著作《九章算术注》中,称一个正方体内两个互相垂直的内切圆柱所围成的几何体为"牟合方盖"(如图),在注中,刘徽对"牟合方盖"有以下的描述:"取立方棋八枚,皆令立方一寸,积之为立方二寸.规之为圆囷,径二寸,高二寸.又复横规之,则其形有似牟合方盖矣.八棋皆似阳马,圆然也.按合盖者,方率也.丸其中,即圆率也."牟合方盖的发现有着重大的历史意义.通过计算得知正方体内切球的体积与"牟合方盖"的体积之比应为 $\pi:4$.若在该正方体内任取一点,则此点取自"牟合方盖"内的概率是________.



15. 在 $\triangle ABC$ 中,角 A,B,C 的对边分别是 a,b,c,若 $A=\dfrac{\pi}{3}$,$b+2a=4a\sin^2\dfrac{C}{2}$,则 $\tan C=$________.

16. 对于三次函数 $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d(a\neq 0)$,给出定义:设 $f'(x)$ 是 $y=f(x)$ 的导数,$g(x)$ 是 $y=f'(x)$ 的导数,若方程 $g(x)=0$ 有实数解 x_0,则称点 $(x_0,f(x_0))$ 为曲线 $y=f(x)$ 的"拐点",可以发现,任何一个三次函数都有"拐点".设函数 $g(x)=2x^3-3x^2+4x-3$,则 $g(\dfrac{1}{2023})+g(\dfrac{2}{2023})+\cdots+g(\dfrac{2022}{2023})=$________.

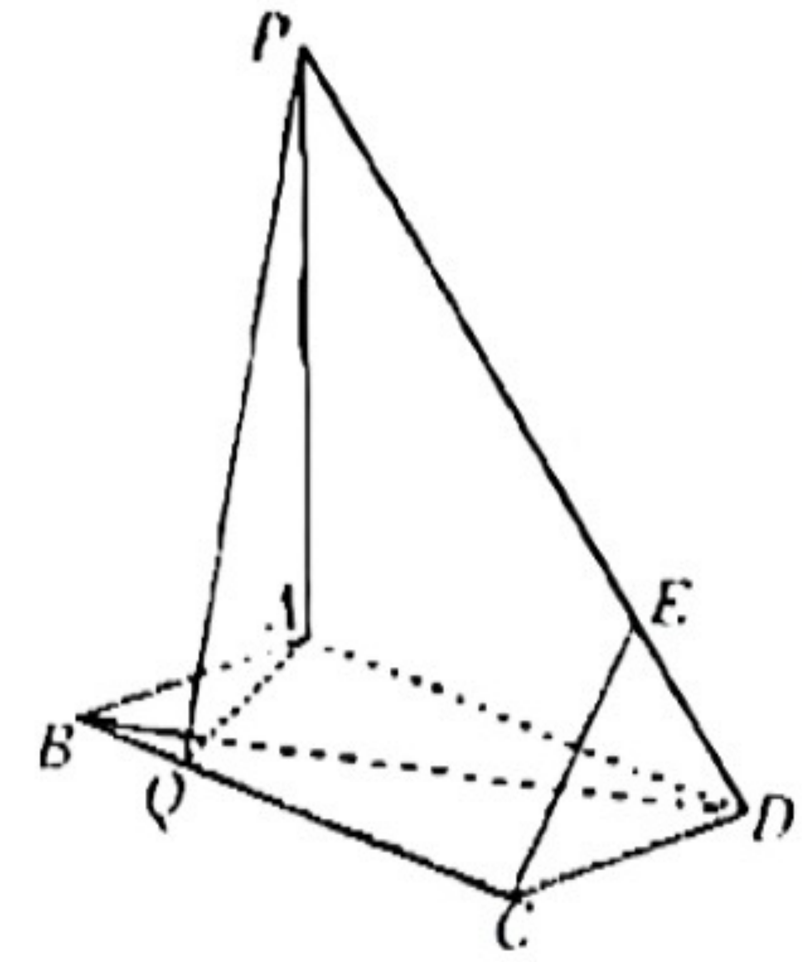
三、解答题:共 70 分,解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.

17. (12 分)已知非零数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n,且满足 $S_n=p(a_n-1)$,其中 p 为常数,且 $p\neq 1$.

(1)证明:数列 $\{a_n\}$ 是等比数列;

(2)若 $p=2$,$b_n=\dfrac{S_n+2}{S_nS_{n+1}}$,数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n,证明:$T_n<\dfrac{1}{2}$.

18. (12 分)如图所示，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=2$，$BC=4$，$PA\perp$ 平面 $ABCD$，$PA=4$，点 E，Q 分别是线段 PD，BC 上的动点(均不与端点重合)，且满足 $\frac{|DE|}{|EP|}=\frac{|BQ|}{|QC|}$.



(1) 证明：CE∥平面 PAQ；

(2) 是否存在点 Q 使得二面角 $A-PQ-D$ 是直二面角，若存在，求出 $\frac{|BQ|}{|CQ|}$ 的值，若不存在，请说明理由.

19. (12 分) 2022 年的男足世界杯在卡塔尔举办，参赛的 32 支球队共分为 8 个小组，每个小组有 4 支球队，小组赛采取单循环赛制，即每支球队都要和同组的其他 3 支球队各比赛一场，每场比赛获胜的球队积 3 分，负队积 0 分，若打平则双方各积 1 分，三轮比赛结束后，积分从多到少排名靠前的 2 支球队小组出线(如果积分相等，还要按照其他规则来排名). 已知甲、乙、丙、丁 4 支球队分在同一个组，且甲队与乙、丙、丁 3 支球队比赛获胜的概率分别为 $\frac{1}{2}$，$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{4}$，与三支球队打平的概率均为 $\frac{1}{4}$，每场比赛的结果相互独立.

(1) 某人对甲队的三轮小组赛结果进行了预测，他认为三场都会是平局，记随机变量 $X=$ "结果预测正确的场次"，求 X 的分布列和数学期望；

(2) 假设各队先后对阵顺序完全随机，记甲队至少连续获胜两场的概率为 p，那么甲队在第二轮比赛对阵哪个对手时，p 的取值最大，这个最大值是多少？

20. (12 分) 已知 $f(x)=xe^{x}-a(x+\ln x)$.

(1) 当 $a=e$ 时，求 $f(x)$ 的最小值；

(2) 当 $a=1$ 时，有 $f(x)\geqslant(b-2)x+1$ 恒成立，求 b 的取值范围.

21. (12 分) 已知抛物线 $C:x^2=2py(p>0)$ 的准线为 l，圆 $O:x^2+y^2=r^2$.

(1) 当 $r=\sqrt{5}$ 时，圆 O 与抛物线 C 和准线 l 分别交于点 A，B 和点 M，N，且 $|AB|=|MN|$，求抛物线 C 的方程；

(2) 当 $r=1$ 时，点 $P(x_0,y_0)(y_0>r)$ 是(1)中所求抛物线 C 上的动点，过 P 作圆 O 的两条切线分别与抛物线 C 的准线 l 交于 D，E 两点，求 $\triangle PDE$ 面积的最小值.

请考生在第22、23题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分，作答时请用2B铅笔在答题卡上把所选题目的题号涂黑.

[选修4—4:坐标系与参数方程]

22. (10分)已知曲线 C 的方程为 $\begin{cases}x=2\cos\theta+2\\ y=2\sin\theta\end{cases}$ (θ 为参数)，以坐标原点 O 为极点，x 轴正半轴为极轴，建立极坐标系.

(1)求曲线 C 的极坐标方程；

(2)过 $M(1,1)$ 作直线 l 交曲线 C 于 P,Q 两点，且 $|PM|:|PQ|=2:3$，求直线 l 的斜率.

[选修4—5:不等式选讲]

23. (10分)已知函数 $f(x)=|x+a|+|x+4a|$.

(1)当 $a=1$ 时，求不等式 $f(x)\leqslant 7$ 的解集；

(2)对于任意的正实数 m,n，且 $n=1-3m$，若 $(m^2+n)f(x)-mn\geqslant 0$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.