长郡中学2020届高三月考试卷(六)

数学(理科)参考答案

一、选择题

题　号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答　案	B	B	A	B	A	C	C	C	C	C	D	C

1. B 【解析】由 $(1-x)(x+2)>0$ 得 $-2<x<1$，故 $A\cap B=\{-1,0\}$，其子集个数为 $2^2=4$. 故选 B.

2. B 【解析】设 $z=a+bi$，$\therefore \bar{z}=a-bi$，所以 $2z+\bar{z}=2(a+bi)+a-bi=3a+bi=3+2i$，所以 $3a=3,b=2$，$\therefore a=1,b=2$，所以选 B.

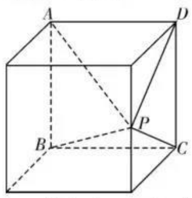
3. A 【解析】直线 $l_1\perp l_2$ 的充要条件是 $a+(a+2)a=0$，$\therefore a(a+3)=0$，$\therefore a=0$ 或 $a=-3$. 故选 A.

4. B 【解析】第一天共挖 $1+1=2$，前二天共挖 $2+2+0.5=4.5$，故前3天挖通，故两鼠相遇在第3天. 故选 B.

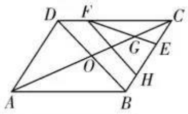
5. A 【解析】由题意，$PG=2GO$，$GA/\!/PF_1$，$\therefore 2OA=AF_1$，$\therefore 2a=c-a$，$\therefore c=3a$，$\therefore e=3$.

6. C 【解析】$\left(x^2-x+\frac{2}{\sqrt{x}}\right)^6=x^6\left(x+\frac{2}{x\sqrt{x}}-1\right)^6$，所以 x^6 的系数为 $C_6^6\left(x+\frac{2}{x\sqrt{x}}\right)^0\times(-1)^6+C_6^1C_5^2x^3\left(\frac{2}{x\sqrt{x}}\right)^2(-1)^1=-239$. 故选 C.

7. C 【解析】如图所示，可将此几何体放入一个边长为2的正方体内，则四棱锥 $P-ABCD$ 即为所求，且 $PA=PB=3$，$PC=PD=\sqrt{5}$，可求得表面积为 $6+2(\sqrt{2}+\sqrt{5})$.



8. C 【解析】设 H 是 BC 上除 E 点外的另一个三等分点，如图，连接 FH，连接 BD 交 AC 于 O，则 $BD/\!/FH$. 在三角形 CFH 中，CG，FG 是两条中线的交点，故 G 是三角形 CFH 的重心，结合 $\frac{CH}{BH}=\frac{CF}{DF}=2$ 可知 $\frac{CG}{CO}=\frac{2}{4.5}$，由于 O 是 AC 中点，故 $\frac{CG}{AC}=\frac{2}{4.5\times2}=\frac{2}{9}$. 所以 $\frac{|\overrightarrow{AG}|}{|\overrightarrow{CG}|}=\frac{7}{2}$，由此可知 $\lambda=\frac{7}{2}$，故选 C.

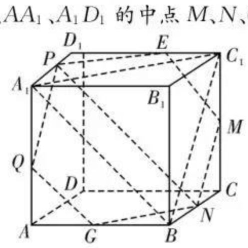


9. C 【解析】$\because \sqrt{1-\sin 2x}=\sqrt{\sin^2x+\cos^2x-2\sin x\cos x}$

$=\sqrt{(\sin x-\cos x)^2}=|\sin x-\cos x|=\sin x-\cos x$，

$\therefore \sin x-\cos x\geqslant 0$，即 $\sin x\geqslant\cos x$，$\because 0\leqslant x\leqslant 2\pi$，$\therefore \frac{\pi}{4}\leqslant x\leqslant\frac{5\pi}{4}$. 故选 C.

10. C 【解析】如图，分别取棱 CC_1、BC、AB、AA_1、A_1D_1 的中点 M、N、G、Q、P，



理科数学试题参考答案(长郡版)—1

则 $PE/\!/A_1C_1/\!/GN$，$EM/\!/A_1B/\!/GQ$，$PQ/\!/BC_1/\!/MN$，

∴平面 $EMNGQP/\!/$平面 A_1BC_1，

∵点 F 在正方体内部或正方体的表面上，$EF/\!/$平面 A_1BC_1，

∴动点 F 的轨迹所形成的区域是平面 $EMNGQP$，

∵正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1，

∴$PE=EM=MN=NG=GQ=PQ=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$PN=\sqrt{2}$，

∴E 到 PN 的距离 $d=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2-\left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2}=\frac{\sqrt{6}}{4}$，

∴动点 F 的轨迹所形成的区域面积：

$S=2S_{梯形PNME}=2\times\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}+\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{6}}{4}=\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

故选 C.

11. D 【解析】由 $x^2-1>0$ 解得 $x<-1$ 或 $x>1$，故函数的定义域为 $\{x|x<-1$ 或 $x>1\}$，且 $f(-x)=f(x)$，所以函数 $f(x)$ 为偶函数，且当 $x>1$ 时，令 $y=2^x+2^{-x}$，$y'=\left(2^x-\frac{1}{2^x}\right)\ln 2=\frac{4^x-1}{2^x}\times\ln 2>0$，所以 $y=2^x+2^{-x}$ 在 $x>1$ 时递增，根据复合函数单调性可知 $y=\ln(x^2-1)$ 在 $x>1$ 时递增，所以函数 $f(x)$ 在 $x>1$ 时递增，故在 $x<-1$ 时递减. 由 $f(x+1)<f(2x)$ 可知 $\begin{cases}|x+1|<|2x|,\\|x+1|>1,\\|2x|>1,\end{cases}$ 解得 $x\in(-\infty,-2)\cup(1,+\infty)$.

故选 D.

12. C 【解析】设 $a_1,a_2,\cdots,a_{50}$ 中有 s 项取值 0，由条件②知，取值 1 的项数为 $\frac{50-s-9}{2}+9$，取值 -1 的项数为 $\frac{50-s-9}{2}$，再由条件③得 $101\leqslant s+4\left(\frac{50-s-9}{2}+9\right)\leqslant 111$，解得 $7\leqslant s\leqslant 17$，又易知 s 必为奇数，故 $s=7,9,11,13,15,17$. 它们对应 6 个不同的值 $a_1^2+a_2^2+\cdots+a_{50}^2=50-s$.

二、填空题

13. $y=\frac{1}{e}$ 【解析】依题意 $y=\frac{x}{e^x}$，所以 $y'=\frac{e^x-xe^x}{e^{2x}}=\frac{1-x}{e^x}$，故当 $x=1$ 时，导数为 0，也即在点 $\left(1,\frac{1}{e}\right)$ 处的切线的斜率为 0，故切线方程为 $y=\frac{1}{e}$.

14. $\left[1,\frac{3}{2}\right]$ 【解析】计算三条直线 $x+2y-4=0$，$x-y-1=0$，$x=1$ 的三角形区域的顶点，分别是 $(1,0)$，$\left(1,\frac{3}{2}\right)$，$(2,1)$，代入目标函数 $1\leqslant ax+y\leqslant 4$，解得 $1\leqslant a\leqslant 4$，$-\frac{1}{2}\leqslant a\leqslant\frac{5}{2}$，$0\leqslant a\leqslant\frac{3}{2}$，所以，$a\in\left[1,\frac{3}{2}\right]$.

15. $\frac{\sqrt{2}+1}{4}$ 【解析】由于三角形面积 $S=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{a^2+b^2-1}{4}$①，由余弦定理得 $\cos C=\frac{a^2+b^2-1}{2ab}$②，由①②得 $\sin C=\cos C$，由于 $C\in(0,\pi)$，所以 $C=\frac{\pi}{4}$. 故 $\cos C=\frac{a^2+b^2-1}{2ab}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，化简得 $\sqrt{2}ab=a^2+b^2-1$，故 $\sqrt{2}ab=a^2+b^2-1\geqslant 2ab-1$，化简得 $ab\leqslant\frac{2+\sqrt{2}}{2}$. 所以三角形面积 $S=\frac{1}{2}ab\sin C\leqslant\frac{1}{2}\times\frac{2+\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{2}+1}{4}$.

16. $\left(-\frac{33}{16},\frac{15}{16}\right)$ 【解析】先求 $\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AC}$：

如图所示，设 D 是线段 AB 的中点，由于 O 是三角形 ABC 外接圆的圆心，故 $OD\perp AB$，所以 $\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AB}=|\overrightarrow{AB}|\cdot|\overrightarrow{AO}|\cdot\cos\langle\overrightarrow{AO},\overrightarrow{AB}\rangle=|\overrightarrow{AB}|\cdot\frac{1}{2}|\overrightarrow{AB}|=\frac{1}{2}|\overrightarrow{AB}|^2=18$，同理可得 $\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AC}=|\overrightarrow{AC}|\cdot|\overrightarrow{AO}|\cdot\cos\langle\overrightarrow{AO},\overrightarrow{AC}\rangle=|\overrightarrow{AC}|\cdot\frac{1}{2}|\overrightarrow{AC}|=\frac{1}{2}|\overrightarrow{AC}|^2=32$.

由于 $\overrightarrow{AO}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC}(\alpha,\beta\in\mathbf{R})$，

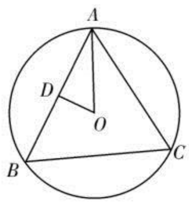
故$\begin{cases}\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AB}=\alpha\overrightarrow{AB}^2+\beta\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=18,\\ \overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AC}=\beta\overrightarrow{AC}^2+\alpha\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=32,\end{cases}$即$\begin{cases}4\beta+3\alpha\cos A=2,\\ 6\alpha+8\beta\cos A=3,\end{cases}$解得$\begin{cases}\alpha=\dfrac{3-4\cos A}{6\sin^2 A},\\ \beta=\dfrac{4-3\cos A}{8\sin^2 A},\end{cases}$将上式代入$\sin^2 A\cdot$

$\left(t\alpha+\beta-\frac{1}{2}\right)$并化简得$\frac{1}{2}\cos^2 A-\left(\frac{2}{3}t+\frac{3}{8}\right)\cos A+\frac{t}{2}$，由于$-1<\cos A<1$，依题意$\frac{1}{2}\cos^2 A-$

$\left(\frac{2}{3}t+\frac{3}{8}\right)\cos A+\frac{t}{2}$有最小值，结合二次函数的性质可知当$-1<-\dfrac{-\left(\frac{2}{3}t+\frac{3}{8}\right)}{2\times\frac{1}{2}}<1$时，$\frac{1}{2}\cos^2 A-$

$\left(\frac{2}{3}t+\frac{3}{8}\right)\cos A+\frac{t}{2}$有最小值．由$-1<-\dfrac{-\left(\frac{2}{3}t+\frac{3}{8}\right)}{2\times\frac{1}{2}}<1$解得$-\frac{33}{16}<t<\frac{15}{16}$.

故答案为$\left(-\frac{33}{16},\frac{15}{16}\right)$.



三、解答题

17.【解析】(1)$t_1,t_2,\cdots,t_{n+2}$构成递增的等比数列，其中$t_1=1,t_{n+2}=100$，则

$T_n=t_1\cdot t_2\cdot\cdots\cdot t_{n+2}=t_{n+2}\cdot t_{n+1}\cdot\cdots\cdot t_1$，又$t_{n+2}\cdot t_1=t_{n+1}\cdot t_2=\cdots=t_1\cdot t_{n+2}=10^2$，

得$T_n^2=10^{2(n+2)}$，$a_n=\lg T_n=\lg 10^{n+2}=n+2,n\geqslant 1.$ ……………………………………(6分)

(2)$b_n=n\cdot 2^{n-1}$，

故$S_n=1\times 2^0+2\times 2^1+3\times 2^2+\cdots+(n-1)\times 2^{n-2}+n\times 2^{n-1}$，

$2S_n=1\times 2^1+2\times 2^2+3\times 2^3+\cdots+(n-1)\times 2^{n-1}+n\times 2^n$，

上述两式相减，得$-S_n=1\times 2^0+1\times 2^1+1\times 2^2+\cdots+1\times 2^{n-1}-n\times 2^n$，

整理，得$S_n=n\cdot 2^n-2^n+1.$ ……………………………………(12分)

18.【解析】(1)延长BA,CD交于点E，连接PE，则$PE\subset$平面PCD.

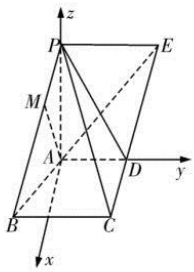
若$AM//$平面PCD，由平面$PBE\cap$平面$PCD=PE$，$AM\subset$平面PBE，则$AM//PE$.

由$AD=\frac{1}{3}BC,AD//BC$，则$\frac{PM}{PB}=\frac{EA}{EB}=\frac{1}{3}$，

故点M是线段PB上靠近点P的一个三等分点．……………………………………(6分)

(2)$\because PA\perp AD,PA\perp CD,AD\cap CD=D,AD\subset$平面$ABCD,CD\subset$平面$ABCD$，则$PA\perp$平面$ABCD$.

以点A为坐标原点，以AD,AP所在的直线分别为y轴、z轴，过点A与平面PAD垂直的直线为x轴，建立如图所示的直角坐标系，



设CD的长为t，

则$P(0,0,2),D(0,1,0),C(t,1,0),B\left(t,1-\frac{1}{\lambda},0\right)$，则$\overrightarrow{BC}=\left(0,\frac{1}{\lambda},0\right),\overrightarrow{PC}=(t,1,-2),\overrightarrow{CD}=(-t,0,0)$，

设平面 PBC 和平面 PCD 的法向量分别为 $\boldsymbol{n}_1=(x_1,y_1,z_1)$，$\boldsymbol{n}_2=(x_2,y_2,z_2)$.

由 $\boldsymbol{n}_1\perp\overrightarrow{BC}$，$\boldsymbol{n}_1\perp\overrightarrow{PC}$ 得 $\begin{cases}\boldsymbol{n}_1\cdot\overrightarrow{BC}=0,\\ \boldsymbol{n}_1\cdot\overrightarrow{PC}=0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}\frac{1}{\lambda}y_1=0,\\ tx_1+y_1-2z_1=0,\end{cases}$

令 $x_1=1$，则 $z_1=\frac{t}{2}$，故 $\boldsymbol{n}_1=\left(1,0,\frac{t}{2}\right)$.

同理可求得 $\boldsymbol{n}_2=(0,2,1)$.

于是 $\cos\theta=\left|\frac{\boldsymbol{n}_1\cdot\boldsymbol{n}_2}{|\boldsymbol{n}_1||\boldsymbol{n}_2|}\right|$，则 $\frac{\left|\frac{t}{2}\right|}{\sqrt{1+\left(\frac{t}{2}\right)^2}\cdot\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{10}}{10}$，

解之得 $t=\pm2$(负值舍去)，故 $t=2$.

$\therefore CD=2$. ……………………………………………………………………………… (12 分)

19.【解析】(1)$\because$ 离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$，可得 $\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2}$. ①

又 $\because\triangle MF_1F_2$ 的面积为 $\sqrt{3}$，可得 $S_{\triangle MF_1F_2}=\frac{1}{2}\cdot2c\cdot b=\sqrt{3}$. ②

根据椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，可得 $a^2=b^2+c^2$. ③

联立①②③解得：$a^2=4,b^2=1$，

$\therefore$ 椭圆方程为 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$. ……………………………………………………………… (5 分)

(2)设直线 $l:x=t(y-\sqrt{2})$，$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，

由 $\begin{cases}x=t(y-\sqrt{2}),\\ \frac{x^2}{4}+y^2=1,\end{cases}$ 消掉 x 得：$(t^2+4)y^2-2\sqrt{2}t^2y+2t^2-4=0$，

根据韦达定理：$y_1+y_2=\frac{2\sqrt{2}t^2}{t^2+4}$，$y_1y_2=\frac{2t^2-4}{t^2+4}>0$，$t^2>2$，

$\Delta=8t^4-4(t^2+4)(2t^2-4)>0$，$t^2<4$，

$\because\ \overrightarrow{PQ}=\lambda_1\overrightarrow{QA}=\lambda_2\overrightarrow{BQ}$，

$\therefore\ -\sqrt{2}=\lambda_1y_1=-\lambda_2y_2$，

故 $\lambda_1+\lambda_2=-\frac{\sqrt{2}}{y_1}+\frac{\sqrt{2}}{y_2}=\frac{\sqrt{2}(y_1-y_2)}{y_1y_2}=-2\sqrt{6}$，

$\therefore(y_1-y_2)^2=12y_1^2y_2^2$，即 $(y_1+y_2)^2-4y_1y_2=12y_1^2y_2^2$，

$\therefore\frac{8t^4}{(t^2+4)^2}-\frac{8t^2-16}{t^2+4}=12\cdot\frac{(2t^2-4)^2}{(t^2+4)^2}$，

即 $3t^4-11t^2+8=0$，解得 $t^2=1$(舍)或 $t^2=\frac{8}{3}$，

$\therefore$ 直线 $l:y=\pm\frac{\sqrt{6}}{4}x+\sqrt{2}$. ……………………………………………………………… (12 分)

20.【解析】(1)设恰好经过 2 次检验能把阳性样本全部检验出来为事件 A，

则 $P(A)=\frac{A_2^2A_3^3}{A_5^5}=\frac{1}{10}$，

$\therefore$ 恰好经过两次检验就能把阳性样本全部检验出来的概率为 $\frac{1}{10}$. ……………………………… (4 分)

(2)(ⅰ)由已知得 $E\xi_1=k$，ξ_2 的所有可能取值为 $1,k+1$，

$\therefore P(\xi_2=1)=(1-p)^k$，$P(\xi_2=k+1)=1-(1-p)^k$，

$\therefore E(\xi_2)=(1-p)^k+(k+1)[1-(1-p)^k]=k+1-k(1-p)^k$，

若 $E(\xi_1)=E(\xi_2)$，则 $k=k+1-k(1-p)^k$，$(1-p)^k=\frac{1}{k}$，

$\therefore 1-p=\left(\frac{1}{k}\right)^{\frac{1}{k}}$，$\therefore p=1-\left(\frac{1}{k}\right)^{\frac{1}{k}}$.

$\therefore p$ 关于 k 的函数关系式为 $p=f(k)=1-\left(\frac{1}{k}\right)^{\frac{1}{k}}(k\in\mathbf{N}^*$，且 $k\geqslant 2)$. …………（8分）

（ⅱ）由题意知 $E(\xi_1)>E(\xi_2)$，得 $\frac{1}{k}<(1-p)^k$，

$\because p=1-\frac{1}{\sqrt[3]{e}}$，$\therefore \frac{1}{k}<\left(\frac{1}{\sqrt[3]{e}}\right)^k$，$\therefore \ln k>\frac{1}{3}k$.

设 $f(x)=\ln x-\frac{1}{3}x(x>0)$，

则 $f'(x)=\frac{1}{x}-\frac{1}{3}$，

$\therefore$ 当 $x>3$ 时，$f'(x)<0$，即 $f(x)$ 在 $(3,+\infty)$ 上单调增减，

又 $\ln 4\approx 1.3863$，$\frac{4}{3}\approx 1.3333$，

$\therefore \ln 4>\frac{4}{3}$，$\ln 5\approx 1.6094$，$\frac{5}{3}\approx 1.6667$，$\therefore \ln 5<\frac{5}{3}$，

$\therefore k$ 的最大值为 4. …………（12分）

21.【解析】(1) 由 $x>0$，恒有 $f(x)\leqslant x$ 成立，即 $\ln x-\frac{a}{2}x\leqslant 1$，$\frac{\ln x-1}{x}\leqslant\frac{a}{2}$ 对任意 $x>0$ 成立，记 $H(x)=\frac{\ln x-1}{x}$，$H'(x)=\frac{2-\ln x}{x^2}$，

当 $x\in(0,e^2)$ 时，$H'(x)>0$，$H(x)$ 单调递增；当 $x\in(e^2,+\infty)$ 时，$H'(x)<0$，$H(x)$ 单调递减；$H(x)$ 最大值为 $H(e^2)=\frac{1}{e^2}$，

所以 $\frac{a}{2}\geqslant\frac{1}{e^2}$，$a\geqslant\frac{2}{e^2}$. …………（5分）

(2) 函数 $g(x)=f(x)-x$ 有两个相异的极值点 x_1,x_2，即 $g'(x)=\ln x-ax=0$ 有两个不同的实数根.

①当 $a\leqslant 0$ 时，$g'(x)$ 单调递增，$g'(x)=0$ 不可能有两个不同的实根；

②当 $a>0$ 时，设 $h(x)=\ln x-ax$，$h'(x)=\frac{1-ax}{x}$，

当 $0<x<\frac{1}{a}$ 时，$h'(x)>0$，$h(x)$ 单调递增；

当 $x>\frac{1}{a}$ 时，$h'(x)<0$，$h(x)$ 单调递减；

$\therefore h\left(\frac{1}{a}\right)=-\ln a-1>0$，$\therefore 0<a<\frac{1}{e}$，

不妨设 $x_2>x_1>0$，$\because g'(x_1)=g'(x_2)=0$，

$\therefore \ln x_2-ax_2=0$，$\ln x_1-ax_1=0$，$\ln x_2-\ln x_1=a(x_2-x_1)$，

先证 $\frac{1}{\ln x_1}+\frac{1}{\ln x_2}>2$，即证 $\frac{\ln x_2-\ln x_1}{x_2-x_1}<\frac{x_2+x_1}{2x_1x_2}$，即证 $\ln\frac{x_2}{x_1}<\frac{x_2^2-x_1^2}{2x_1x_2}=\frac{1}{2}\left(\frac{x_2}{x_1}-\frac{x_1}{x_2}\right)$，

令 $t=\frac{x_2}{x_1}>1$，即证 $\ln t<\frac{1}{2}\left(t-\frac{1}{t}\right)$，设 $\varphi(t)=\ln t-\frac{1}{2}\left(t-\frac{1}{t}\right)$，

则 $\varphi'(t)=\frac{2t-t^2-1}{2t^2}=\frac{-(t-1)^2}{2t^2}<0$，函数 $\varphi(t)$ 在 $(1,+\infty)$ 单调递减，

$\therefore \varphi(t)<\varphi(1)=0$，$\therefore \frac{1}{\ln x_1}+\frac{1}{\ln x_2}>2$，又 $0<a<\frac{1}{e}$，$\therefore ae<1$，

$\therefore \frac{1}{\ln x_1}+\frac{1}{\ln x_2}>2ae$. …………（12分）

22.【解析】(1) 圆 $C_2: x^2+y^2-2x=0$，其极坐标方程为 $\rho=2\cos\theta$，

联立 $C_1: \rho=1$ 得 $\cos\theta=\frac{1}{2}$，$\theta=\pm\frac{\pi}{3}$，

∴所求点的极坐标为$\left(1,\frac{\pi}{3}\right)$. ………………………………………………………………（5分）

(2)设点B的极坐标为$(2\cos\theta,\theta)$，

在$\triangle AOB$中，由余弦定理得：

$|AB|^2=1^2+4\cos^2\theta-2\cdot1\cdot2\cos\theta\cdot\cos\frac{\pi}{3}=4\cos^2\theta-2\cos\theta+1$，

又∵A、B都要在第一象限，

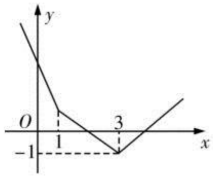
∴$\theta\in\left(0,\frac{\pi}{6}\right)$，$\cos\theta\in\left(\frac{\sqrt{3}}{2},1\right)$，

∴$|AB|\in(\sqrt{4-\sqrt{3}},\sqrt{3})$. ………………………………………………………………（10分）

23.**【解析】**(1)设$g(x)=f(x)-x=|x-3|+|x-1|-x$，

∵ $g(x)\geqslant m$恒成立，

∴ $g(x)=\begin{cases}x-4,x\geqslant3,\\-x+2,1<x<3,\\4-3x,x\leqslant1,\end{cases}$其图象如图所示：



故$g(x)_{\min}=g(3)=-1$，

∴ $m\in(-\infty,-1]$. ………………………………………………………………（5分）

(2)$f(x)=|x-3|+|x-1|\geqslant|(x-3)-(x-1)|=2$，

当且仅当$1\leqslant x\leqslant3$时等号成立，

∴$s=2$，即$a+b+c=2$，

原不等式等价于$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{4}{c}\geqslant8$，由柯西不等式得：

$(a+b+c)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{4}{c}\right)\geqslant\left(\sqrt{a}\cdot\frac{1}{\sqrt{a}}+\sqrt{b}\cdot\frac{1}{\sqrt{b}}+\sqrt{c}\cdot\frac{2}{\sqrt{c}}\right)^2=16$，

∴$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{4}{c}\geqslant8$，

当且仅当$a=\frac{1}{2}$，$b=\frac{1}{2}$，$c=1$时等号成立，

∴$4ab+bc+ac\geqslant8abc$成立. ………………………………………………………………（10分）

自主招生在线创始于 2014 年，致力于提供自主招生、综合评价、三位一体、学科竞赛、新高考生涯规划等政策资讯的服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国自主招生、综合评价领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

识别二维码，快速关注

温馨提示：

全国重点中学 2019-2020 学年高三月考试题及参考答案（更新下载中），点击链接获得

http://www.zizzs.com/c/201910/39637.html