

1. 【答案】D【解析】因为 $A = \{x | 0 < x < 2\}$, $B = \{x | x \leq 2\}$, 所以 $A \cup B = \{x | x \leq 2\}$. 故选 D.
2. 【答案】D【解析】若 $z_2 > z_1$, 可得复数 z_1, z_2 都为实数, 当 $z_1 < z_2 < 0$ 时, $\frac{z_2}{z_1} < 1$, 充分性不成立; 反之, 若 $\frac{z_2}{z_1} > 1$ 取复数 $z_1 = 1 + i, z_2 = 2 + 2i$, 满足 $\frac{z_2}{z_1} = 2 > 1$, 但此时复数 z_1, z_2 均为虚数, 不能比较大小, 必要性不成立, 所以“ $z_2 > z_1$ ”是“ $\frac{z_2}{z_1} > 1$ ”的既不充分也不必要条件. 故选 D.
3. 【答案】C【解析】依题意, $f\left(3^{\frac{5}{2}}\right) = \log_9 3^{\frac{5}{2}} - \frac{3}{4} = \frac{5}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$, 故 $f\left[f\left(3^{\frac{5}{2}}\right)\right] = f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{4}{17}$, 故选 C.
4. 【答案】C【解析】由条件可得 $(0.004 + m + 0.054 + 0.012 + 0.010) \times 10 = 1$, 则 $m = 0.020$, 故得分的平均数为: $(0.004 \times 55 + 0.020 \times 65 + 0.054 \times 75 + 0.012 \times 85 + 0.010 \times 95) \times 10 = 75.4$.
5. 【答案】B【解析】在 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ 中, 令 $z = 0$ 可得该建筑室内地面对应的曲线方程为 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, 根据条件可得, 该曲线是半径为 m 的圆, 故 $a = b = m$, 由 a, b, c 不全相等可知 $c \neq m$, 则①④正确, ②③错误.
6. 【答案】A【解析】 $\because \alpha$ 是第三象限角, $3 \cos 2\alpha + \sin \alpha = 2$, $\therefore 3(1 - 2 \sin^2 \alpha) + \sin \alpha = 2$, $\therefore 6 \sin^2 \alpha - \sin \alpha - 1 = 0$: $\therefore \sin \alpha = -\frac{1}{3}$ 或 $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ (舍), $\therefore \cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$, $\therefore \tan \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$, 故选 A.
7. 【答案】C【解析】由直线 l 与圆 O 相切可得 $\frac{|-4|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 2$, 故 $a^2 + b^2 = 4$, 即点 (a, b) 在圆 O 上, $(a-3)^2 + (b-4)^2$ 的几何意义为点 (a, b) 与点 $(3, 4)$ 之间距离的平方, 最大值为 $(\sqrt{3^2 + 4^2} + 2)^2 = 49$.
8. 【答案】A【解析】分两种情况: 第一种情况, 先从 4 本里选其中 2 本, 作为一组, 有 C_4^2 种, 第二组从第一组所选书籍中选 1 本, 再从另外 2 本中选取 1 本作为一组, 剩余一本作为一组, 再分给 3 名同学, 共有 $\frac{1}{2} C_4^2 C_2^1 C_2^1 A_3^3$ 种方法; 第二种情况: 从 4 本里任选 2 本作为一组, 剩余的两本作为一组, 有 $\frac{C_4^2 C_2^2}{A_2^2}$ 种分法, 分给 3 名同学中的 2 名同学, 有 A_3^2 种分法, 剩余 1 名同学, 从这 4 本中任选一本阅读, 有 C_4^1 种分法, 共有 $\frac{C_4^2 C_2^2}{A_2^2} \cdot A_3^2 C_4^1$ 种方法. 故这三名同学选取图书的不同情况有 $\frac{1}{2} C_4^2 C_2^1 C_2^1 A_3^3 + \frac{C_4^2 C_2^2}{A_2^2} \cdot A_3^2 C_4^1 = 144$ 种.
9. 【答案】AD【解析】由 $f(x) = \sin \omega x + \cos \omega x = \sqrt{2} \sin(\omega x + \frac{\pi}{4})$ 的最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$ 可得 $\frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi}{2}$, 即 $\omega = 4$, 故 $f(x) = \sqrt{2} \sin(4x + \frac{\pi}{4})$, 由 $f(x_1) f(x_2) = -2$ 可得 $f(x_1) f(x_2)$ 分别为 $f(x)$ 的最大值和最小值, 故 $f(x)$ 关于直线 $x = x_1$

对称, 不关于点 $(x_2, 0)$ 对称, 故 A 正确, B 错误; 由 $4x + \frac{\pi}{4} = k\pi (k \in \mathbf{Z})$ 可得 $x = \frac{1}{4}k\pi - \frac{\pi}{16} (k \in \mathbf{Z})$, 故 $f(x)$ 的对称中心为 $(\frac{1}{4}k\pi - \frac{\pi}{16}, 0) (k \in \mathbf{Z})$, 则 $|x_1 + x_2| = 2|\frac{1}{4}k\pi - \frac{\pi}{16}| = |\frac{1}{2}k\pi - \frac{\pi}{8}|$, 当 $k=0$ 时, $|x_1 + x_2|$ 取得最小值 $\frac{\pi}{8}$, 没有最大值, 故 C 错误, D 正确.

10. 【答案】BCD 【解析】由题意 $b=1$, 双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - y^2 = 1$. 对于 A, 若 $P(m, n)$, 则 $\frac{m^2}{a^2} - n^2 = 1$, 即 $m^2 - a^2n^2 = a^2$.

设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 利用点差法可得 $k_l = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{x_1 + x_2}{a^2(y_1 + y_2)} = \frac{m}{a^2n}$, 所以直线 l 的方程为 $y - n = \frac{m}{a^2n}(x - m)$,

即 $a^2ny - a^2n^2 = mx - m^2$, 所以 $mx - a^2ny = m^2 - a^2n^2 = a^2$, 即 $\frac{mx}{a^2} - ny = 1$, 故 A 错误; 对于 B, 若 $P(2, 1)$, 可得

$a = \sqrt{2}$, 由前面解答过程可知直线 l 的斜率为 $\frac{m}{a^2n} = \frac{2}{2 \times 1} = 1$, 即 B 正确; 对于 C, 若离心率 $e = \frac{\sqrt{5}}{2}$, 可得 $a = 2$,

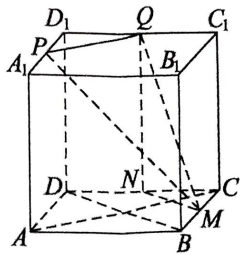
则双曲线 $C: \frac{x^2}{4} - y^2 = 1$, 其渐近线方程为 $y = \pm \frac{x}{2}$, 设 $A(x_1, \frac{x_1}{2}), B(x_2, -\frac{x_2}{2})$, 则 $S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2}|x_1y_2 - x_2y_1| = \frac{1}{2}|x_1x_2|$,

联立方程 $\begin{cases} \frac{mx}{4} - ny = 1 \\ y = \frac{x}{2} \end{cases}$ 可得 $x_1 = \frac{4}{m-2n}$, 同理可得 $x_2 = \frac{4}{m+2n}$, 所以 $S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2}|x_1x_2| = \frac{1}{2}|\frac{4}{m-2n} \times \frac{4}{m+2n}|$

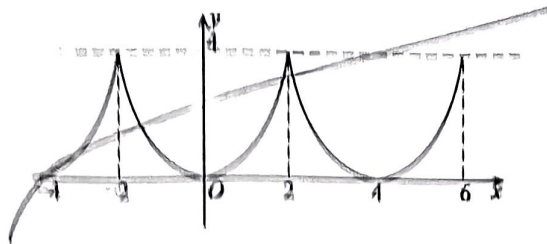
$= |\frac{8}{m^2 - 4n^2}| = \frac{8}{4} = 2$, 故 C 正确; 对于 D, 若直线 l 的斜率不存在, 则直线 l 过双曲线的顶点, 所以 $P(\pm a, 0)$, 双

曲线的渐近线方程为 $y = \pm \frac{1}{a}x$, 易得 A, B 两点的纵坐标为 ± 1 , 所以 $|AB| = 2$, 故 D 正确; 故选 BCD.

11. 【答案】ABC 【解析】连接 A_1C_1 , 由条件可得 $AC \parallel A_1C_1$, 且 $A_1C_1 \parallel PQ$, 故 $AC \parallel PQ$, 则 $AC \parallel$ 平面 PQM , 即 A 正确; 若四棱柱有外接球, 则四边形 $ABCD$ 有外接圆, 则 $ABCD$ 对角互补, 则 $ABCD$ 为正方形, 即 B 正确; 若 $BC \perp$ 平面 PQM , 则 $BC \perp PQ$, 由 $PQ \parallel AC$ 可得 $BC \perp AC$, 与条件矛盾, 故 BC 与平面 PQM 不可能垂直, 即 C 正确; 对于 D, 取 CD 的中点 N , 连接 MN, QN , 则 $MN \parallel BD$, 由条件可得 $\angle QNM = 90^\circ$, 则 $\angle QMN < 90^\circ$, 故 BD 与 QM 不垂直, 即 D 错误.



12. 【答案】AD 【解析】由 $f(x)$ 的图象关于 $x=2$ 对称可得 $f(x+4) = f(-x)$, 再由 $f(x)$ 为偶函数可得 $f(-x) = f(x)$, 故 $f(x) = f(x+4)$, 即 $f(x)$ 的周期为 4, 即 A 正确; 当 $x \in [0, 2]$ 时, 由 $f(x) = x^2$, 可得 $f(x)$ 在 $[0, 2]$ 上单调递增, 故 $f(x)$ 在 $[8, 10]$ 上单调递增, 即 B 错误; $f(0) = 0, f(2) = 4$, 故 $f(x)$ 的值域为 $[0, 4]$, 即 C 错误; 在同一坐标系下画出函数 $y = f(x)$ 与 $y = 4 \log(x+5) (a > 1)$ 的图象如下图所示.



由图可知, 要使 $y=f(x)$ 与 $g(x)=4\log_a(x+5)$ 在 $[-4, 6]$ 上恰有 5 个不同交点, 只需
$$\begin{cases} g(2) < 4 \\ g(6) > 4 \\ a > 1 \end{cases}, \text{ 即 } \begin{cases} \log_a 7 < 1 \\ \log_a 11 > 1 \end{cases}, \text{ 解}$$

得 $7 < a < 11$, 即 a 的取值范围为 $(7, 11)$.

13. 【答案】 $-2\sqrt{3}$ 【解析】 由圆的性质可得 $\angle BOC = 150^\circ$, 故 $\overline{OB} \cdot \overline{OC} = 2 \times 2 \times \cos 150^\circ = -2\sqrt{3}$.

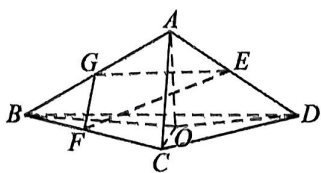
14. 【答案】 -2 【解析】 依题意, $f(-x) = -f(x)$, 即 $\frac{4+mx}{4+2x} = \frac{4-2x}{4-mx}$, 解得 $m = \pm 2$, 当 $m = 2$ 时, 定义域不关于原点对称, 舍去, 故 $m = -2$.

15. 【答案】 $-\frac{1}{4}$ 【解析】 因为 $f(x) = \sin^4 \frac{x}{2} \cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2} \cos^4 \frac{x}{2} = \sin^2 \frac{x}{2} \cos^2 \frac{x}{2} (\sin^2 \frac{x}{2} - \cos^2 \frac{x}{2}) = -\frac{1}{2} \sin x \cos x = -\frac{1}{4} \sin 2x$,

所以 $f(x)$ 的最小值为 $-\frac{1}{4}$.

16. 【答案】 $90^\circ, \frac{\sqrt{10}}{10}$ 【解析】 取 AB 的中点 G , 连接 EG, FG , 则 $FG \parallel AC, EG \parallel BD$, 故 $\angle EFG$ 或其补角为异面直线 AC 与 EF 所成的角. 过 A 作 $AO \perp$ 平面 BCD 于点 O , 连接 BO, CO, DO , 则 $AO \perp CD$, 又 $AB \perp CD$, 且 $AB \cap AO = A$, 故 $CD \perp$ 平面 AOB , 故 $BO \perp CD$, 同理可得 $DO \perp BC$, 即 O 为 $\triangle BCD$ 的垂心, 故 $BD \perp CO$, 又 $AO \perp BD$, $AO \cap CO = O$, 故 $BD \perp$ 平面 AOC , 故 $AC \perp BD$, 即 AC 与 BD 所成角为 90° , 所以 $\angle EGF = 90^\circ$, 由 $BD = 3AC$ 可得 $EG = 3FG$, 故

$\cos \angle EFG = \frac{FG}{EF} = \frac{\sqrt{10}}{10}$, 即异面直线 AC 与 EF 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{10}}{10}$.



17. 【解析】 (1) 设数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d , $\because a_2$ 是 a_1, a_4 的等比中项, $\therefore a_2^2 = a_1 a_4$,

即 $(a_1 + d)^2 = a_1(a_1 + 3d)$, ① $\because S_{12} = 12a_1 + \frac{d}{2} \times 12 \times 11 = 78$, ② (3分)

由①②解得, $a_1 = 1, d = 1$, $\therefore a_n = n$. (5分)

(2) 由(1)知, $b_n = a_{2n-1} \times 3^{n-1} = (2n-1) \times 3^{n-1}$, $\therefore T_n = 1 \times 3^0 + 3 \times 3^1 + 5 \times 3^2 + \dots + (2n-1) \times 3^{n-1}$, ①

$\therefore 3T_n = 1 \times 3^1 + 3 \times 3^2 + 5 \times 3^3 + \dots + (2n-3) \times 3^{n-1} + (2n-1) \times 3^n$, ② (8分)

①-②得 $-2T_n = 1 \times 3^0 + 2 \times 3^1 + 2 \times 3^2 + 2 \times 3^3 + \dots + 2 \times 3^{n-1} - (2n-1) \times 3^n$

$= 1 + \frac{6(1-3^{n-1})}{1-3} - (2n-1) \times 3^n = (2-2n) \times 3^n - 2$, $\therefore T_n = (n-1) \times 3^n + 1$. (10分)

18. 【解析】(1) 从男职工中随机选取 1 人, 设支持养宠物的概率为 p ,

由条件可得 $1 - (1-p)(1-\frac{1}{3}) = \frac{1}{2}$, 解得 $p = \frac{1}{4}$, 则男职工中支持养宠物的人数为 $300 \times \frac{1}{4} = 75$, (4分)

2×2 列联表如下:

	支持养宠物	不支持养宠物	合计
男职工	75	225	300
女职工	50	100	150
合计	125	325	450

(8分)

(2) 零假设为: H_0 : 性别与态度无关联; 由于 $\chi^2 = \frac{450(75 \times 100 - 225 \times 50)^2}{125 \times 325 \times 300 \times 150} \approx 3.462 < 3.841$, (10分)

\therefore 不能认为该单位职工是否支持养宠物与性别有关. (12分)

19. 【解析】(1) 因为 $DE=1$, $AE=3DE$, 所以 $AD=2$,

因为 $\angle ADB + \angle ADC = \pi$, 所以 $\cos \angle ADB + \cos \angle ADC = 0$, (1分)

设 $BD=DC=x$, 则 $\frac{BD^2 + AD^2 - AB^2}{2BD \cdot AD} + \frac{CD^2 + AD^2 - AC^2}{2CD \cdot AD} = 0$, 即 $\frac{x^2 + 4 - 16}{2 \cdot x \cdot 2} + \frac{x^2 + 4 - 8}{2 \cdot x \cdot 2} = 0$,

解得 $x = 2\sqrt{2}$, 所以 $BC = 2BD = 4\sqrt{2}$, (3分)

在 $\triangle ABC$ 中, 由余弦定理知, $\cos \angle BAC = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = \frac{16 + 8 - 32}{2 \cdot 4 \cdot 2\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{4}$. (5分)

(2) 在 $\triangle ABC$ 中, 由余弦定理知, $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos \angle ABC$,

所以 $8 = 16 + BC^2 - 2 \cdot 4 \cdot BC \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$, 化简得 $BC^2 - 4\sqrt{2}BC + 8 = 0$, 解得 $BC = 2\sqrt{2}$, (7分)

因为 D 是 BC 的中点, 所以 $BD = \frac{1}{2}BC = \sqrt{2}$,

在 $\triangle ABD$ 中, 由余弦定理知, $AD^2 = AB^2 + BD^2 - 2AB \cdot BD \cdot \cos \angle ABC = 16 + 2 - 2 \times 4 \times \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 10$,

所以 $AD = \sqrt{10}$, (9分)

因为 $AE = 3DE$, 所以 $AE = \frac{3}{2}AD = \frac{3\sqrt{10}}{2}$, 在 $\triangle ABD$ 中, 由余弦定理知,

$\cos \angle BAE = \frac{AB^2 + AD^2 - BD^2}{2AB \cdot AD} = \frac{16 + 10 - 2}{2 \times 4 \times \sqrt{10}} = \frac{3}{\sqrt{10}}$, (11分)

连接 BE , 在 $\triangle ABE$ 中, 由余弦定理知,

$BE^2 = AB^2 + AE^2 - 2AB \cdot AE \cdot \cos \angle BAE = 16 + (\frac{3\sqrt{10}}{2})^2 - 2 \times 4 \times \frac{3\sqrt{10}}{2} \times \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{5}{2}$, 所以 $BE = \frac{\sqrt{10}}{2}$. (12分)

20. 【解析】(1) 如图, 取 AB 的中点 G , 由 $AC=BC$ 可得 $CG \perp AB$,

由 $AB=4AD$ 可得 D 为 AG 的中点, 由 E 为 AC 的中点可得 DE 为 $\triangle ACG$ 的中位线,

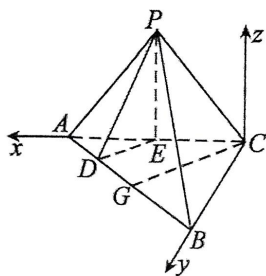
$\therefore DE \parallel CG$, $\therefore DE \perp AB$, $\because E$ 为 AC 的中点, $PA=PC$, $\therefore PE \perp AC$, (3分)

\because 平面 $PAC \perp$ 平面 ABC , 且平面 $PAC \cap$ 平面 $ABC = AC$, $\therefore PE \perp$ 平面 ABC , 而 $AB \subset$ 平面 ABC , $\therefore PE \perp AB$,

$\because PE \cap DE = E$, 且 $PE, DE \subset$ 平面 PDE , $\therefore AB \perp$ 平面 PDE . (6分)

设 $PA=4$. 则 $A(4,0,0), B(0,4,0), C(0,0,0), P(2,0,2\sqrt{3})$, 则 $\overline{PA}=(2,0,-2\sqrt{3})$, $\overline{AB}=(-4,4,0)$, (8分)

$$\therefore \overline{PD}=\overline{PA}+\overline{AD}=\overline{PA}+\frac{1}{4}\overline{AB}=(1,1,-2\sqrt{3}), \overline{PB}=(-2,4,-2\sqrt{3}), \overline{PC}=(-2,0,-2\sqrt{3}),$$



设平面 PBC 的一个法向量为 $\mathbf{n}=(x,y,z)$, 由 $\begin{cases} \mathbf{n} \cdot \overline{PB}=0 \\ \mathbf{n} \cdot \overline{PC}=0 \end{cases}$ 可得 $\begin{cases} -2x+4y-2\sqrt{3}z=0 \\ -2x-2\sqrt{3}z=0 \end{cases}$,

令 $x=\sqrt{3}$ 可得 $\mathbf{n}=(\sqrt{3},0,-1)$, (10分)

由 (1) 可知 $\overline{AB}=(-4,4,0)$ 为平面 PDE 的一个法向量, $\therefore \cos \langle \overline{AB}, \mathbf{n} \rangle = \frac{\overline{AB} \cdot \mathbf{n}}{|\overline{AB}| \cdot |\mathbf{n}|} = \frac{-4\sqrt{3}}{4\sqrt{2} \times 2} = -\frac{\sqrt{6}}{4}$,

又平面 PDE 与平面 PBC 所成二面角为锐角, 故所成二面角的余弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{4}$. (12分)

21. 【解析】(1) 当 $k=3$ 时, 直线 $l: y=3(x-1)-2=3x-5$,

与 $x^2=2py$ 联立消去 y , 整理可得 $x^2-6px+10p=0$, (1分)

由 $\Delta > 0$ 得 $36p^2-40p > 0$, 即 $p > \frac{10}{9}$. 设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 可得 $x_1+x_2=6p$,

所以 $y_1+y_2=3(x_1+x_2)-10=18p-10$, (3分)

由题意可得 $F(0, \frac{p}{2})$, 准线方程为 $y=-\frac{p}{2}$, 根据抛物线的定义可得 $|AF|=y_1+\frac{p}{2}$, $|BF|=y_2+\frac{p}{2}$, (4分)

所以 $|AF|+|BF|=y_1+y_2+p=18p-10+p=19p-10=28$,

解得 $p=2$, 满足 $\Delta > 0$, 所以抛物线 C 的方程为 $x^2=4y$; (6分)

(2) 直线 $l: y=k(x-1)-2(k > 0)$ 与 $x^2=4y$ 联立消去 y , 整理可得 $x^2-4kx+4k+8=0$,

由 $\Delta > 0$ 得 $16k^2-16k-32 > 0$, 即 $k > 2$ 或 $k < -1$ (舍).

设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 则 $x_1+x_2=4k$; (7分)

直线 $m: y=-k(x-1)-2$ 与 $x^2=4y$ 联立消去 y , 整理可得 $x^2+4kx-4k+8=0$,

由 $\Delta > 0$ 得 $16k^2+16k-32 > 0$, 即 $k > 1$ 或 $k < -2$ (舍), 故 $k > 2$,

设 $M(x_3, y_3), N(x_4, y_4)$, 则 $x_3+x_4=-4k$; (8分)

因为 $k_{AM}=\frac{y_3-y_1}{x_3-x_1}=\frac{x_3^2-x_1^2}{4(x_3-x_1)}=\frac{x_3+x_1}{4}$, 同理 $k_{BN}=\frac{x_4+x_2}{4}$, (10分)

$$\text{所以 } k_{AM} + k_{BN} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{4} = 0,$$

所以由直线 AM , 直线 BN 及 y 轴围成的三角形为等腰三角形. (12分)

22. 【解析】(1) $f(x) = ax \ln x - x^2 - 2x$ 的定义域为 $(0, +\infty)$, 当 $a = 4$ 时, $f'(x) = 4 \ln x - 2x + 2$,

$$\text{设 } g(x) = 4 \ln x - 2x + 2, \text{ 则 } g'(x) = \frac{4}{x} - 2 = \frac{4-2x}{x}, \quad (2 \text{ 分})$$

由 $g(x) = 0$ 可得 $x = 2$, 当 $0 < x < 2$ 时, $g'(x) > 0$, 当 $x > 2$ 时, $g'(x) < 0$,

$\therefore f'(x)$ 在 $(0, 2)$ 上单调递增, 在 $(2, +\infty)$ 上单调递减,

$\therefore f'(x)$ 的极大值为 $f'(2) = 4 \ln 2 - 2$, 无极小值; (4分)

$$(2) \text{ 由 } f(x) + 2x = 0 \text{ 可得 } ax \ln x - x^2 = 0, \text{ 即 } \frac{1}{a} = \frac{\ln x}{x}. \text{ 设 } h(x) = \frac{\ln x}{x} (x > 0), \text{ 则 } h'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}.$$

由 $h'(x) = 0$ 可得 $x = e$, 当 $x \in (0, e)$ 时, $h'(x) > 0$, 函数 $h(x)$ 单调递增,

当 $x \in (e, +\infty)$ 时, $h'(x) < 0$, 函数 $h(x)$ 单调递减. (6分)

$\therefore h(x)$ 有极大值 $h(e) = \frac{1}{e}$, 当 $0 < x < 1$ 时, $h(x) < 0$, 当 $x > 1$ 时, $h(x) > 0$.

要使 $y = f(x) + 2x$ 有两个零点 x_1, x_2 , 需有 $0 < \frac{1}{a} < \frac{1}{e}$, 即 $a > e$.

$$\therefore \frac{1}{a} = \frac{\ln x_1}{x_1} = \frac{\ln x_2}{x_2}, \text{ 由比例的性质可得 } \frac{\ln x_1 + \ln x_2}{x_1 + x_2} = \frac{\ln x_2 - \ln x_1}{x_2 - x_1}, \quad (8 \text{ 分})$$

$$\text{即 } \frac{\ln(x_1 x_2)}{x_1 + x_2} = \frac{\ln x_2}{x_2 - x_1}, \text{ 故 } \ln(x_1 x_2) = \frac{x_2 + x_1}{x_2 - x_1} \ln \frac{x_2}{x_1} = \frac{x_2 + 1}{x_2 - 1} \ln \frac{x_2}{x_1},$$

$$\text{设 } t = \frac{x_2}{x_1}, \text{ 由 } x_2 > ex_1 > 0 \text{ 可得 } t > e, \text{ 设函数 } \varphi(t) = \frac{t+1}{t-1} \ln t (t > e),$$

$$\text{则 } \varphi'(t) = \frac{t - 2 \ln t - \frac{1}{t}}{(t-1)^2}, \text{ 设 } s(t) = t - 2 \ln t - \frac{1}{t}, \text{ 则 } s'(t) = 1 - \frac{2}{t} + \frac{1}{t^2} = \left(\frac{1}{t} - 1\right)^2 > 0, \quad (10 \text{ 分})$$

$\therefore s(t)$ 在 $(e, +\infty)$ 上单调递增, 故 $s(t) > s(e) = e - 2 - \frac{1}{e} > 0$, 故 $\varphi'(t) > 0$,

$\therefore \varphi(t)$ 在 $(e, +\infty)$ 上单调递增, 故 $\varphi(t) > \varphi(e) = \frac{e+1}{e-1} = 1 + \frac{2}{e-1} > 2$,

$\therefore x_1 x_2 > e^2$, 故 $ax_1 x_2 > e^3$, 故 $\ln(ax_1 x_2) > \ln e^3$, 即 $\ln a + \ln x_1 x_2 > 3$. (12分)

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

