



2021 理科数学

考号

姓名

班级

学校

答

题

青桐鸣®

绝密★启用前

# 2021 年普通高等学校招生全国统一考试冲刺卷(一)

## 理科数学

本试卷共 4 页,共 23 题(含选考题),满分 150 分,考试用时 120 分钟。

注意事项:

1. 答题前,先将自己的姓名、准考证号填写在试题卷和答题卡上,并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答:每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 非选择题的作答:用 0.5 毫米的黑色中性(签字)笔或碳素笔直接答在答题卡上对应的答题区域内,字体工整、笔迹清楚。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 选考题的作答:先把所选题目的题号在答题卡上指定的位置用 2B 铅笔涂黑。答案写在答题卡上对应的答题区域内,写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
5. 考试结束后,请将本试卷和答题卡一并上交。

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

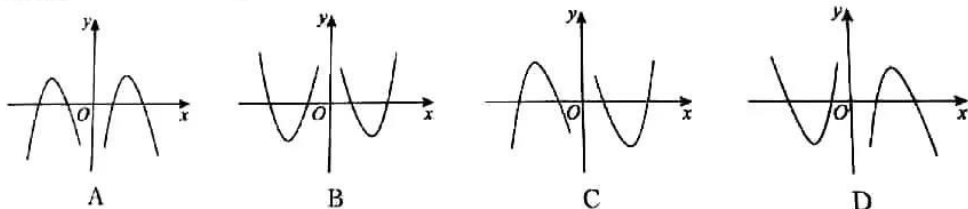
1. 已知复数  $z = \frac{8+ai}{1-2i}$  为纯虚数,则  $a =$  ( )

- A. 2                      B. 4                      C. -16                      D. -4

2. 已知集合  $A = \{x | x^2 - 2x - 3 \leq 0\}$ ,  $B = \{y | y = 1 - e^x\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )

- A.  $(1, 3]$                       B.  $[1, 3]$                       C.  $[-1, 1)$                       D.  $[-1, 1]$

3. 函数  $f(x) = (x^2 - 6)\log_2 |x|$  的图像大致为 ( )



4. 已知双曲线  $C$  的渐近线方程为  $x \pm 2y = 0$ , 且曲线经过点  $(3, \frac{1}{2})$ , 则  $C$  的实轴长为 ( )

- A.  $4\sqrt{3}$                       B.  $2\sqrt{3}$                       C.  $4\sqrt{2}$                       D.  $2\sqrt{2}$

5. 2020 年是脱贫攻坚决战决胜之年,某市为早日实现目标,现将甲、乙、丙、丁 4 名干部派遣到 A, B, C 三个贫困县扶贫,要求每个贫困县至少分到一人,则甲、乙 2 名干部不被分到同一个贫困县的概率为

- A.  $\frac{1}{2}$                       B.  $\frac{2}{3}$                       C.  $\frac{3}{4}$                       D.  $\frac{5}{6}$

6. “十二平均律”是目前世界上通用的把一组音(八度)分成十二个半音音程的律制,各相邻两律之间的振动数之比完全相等,亦称“十二等程律”,即一个八度 13 个音,相邻两个音之间的频率之



比相等,且最后一个音的频率是最初那个音的2倍.设第8个音的频率为 $f$ ,则频率为 $\frac{\sqrt{8}}{2}f$ 的音是 ( )

A. 第3个音  
B. 第4个音  
C. 第5个音  
D. 第6个音

7. 若  $\cos 2\theta = -\frac{1}{9}, \theta \in [\frac{\pi}{2}, \pi]$ , 则  $\tan \theta =$  ( )

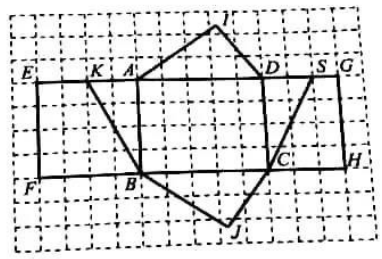
A.  $-\frac{\sqrt{5}}{2}$   
B.  $\frac{\sqrt{5}}{2}$   
C.  $-\sqrt{5}$   
D.  $\sqrt{5}$

8. 在  $\triangle ABC$  中,  $AB=4, AC=6, \vec{AC}=3\vec{AM}, \vec{CN}=\vec{NB}, \vec{AN} \cdot \vec{BM} = -3$ , 则  $\vec{AB} \cdot \vec{AC} =$  ( )

A.  $\frac{3}{2}$   
B. 3  
C. 6  
D. 15

9. 某三棱柱的平面展开图如图, 网格中的小正方形的边长均为1, 则在原三棱柱中, 异面直线  $BK$  和  $CS$  所成角的余弦值为 ( )

A.  $\frac{3}{10}$   
B.  $\frac{2}{5}$   
C.  $\frac{3}{5}$   
D.  $\frac{4}{5}$



10. 已知函数  $f(x) = \sin \omega x + \sqrt{3} \cos \omega x (\omega > 0)$  的图像相邻的对称中心之间的距离为  $\pi$ , 则下列结论 错误 的是 ( )

A. 函数  $y=f(x)$  的图像关于直线  $x=\frac{\pi}{6}$  对称

B. 函数  $y=f(x)$  的图像关于点  $(\frac{2}{3}\pi, 0)$  对称

C. 将函数  $y=f(x)$  的图像向左平移  $\pi$  个单位后, 得到函数  $g(x)$  的图像, 则函数  $g(x)$  在区间  $(-\frac{5}{6}\pi, \frac{\pi}{6})$  上单调递增

D. 函数  $f(x)$  在区间  $[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}]$  上的值域为  $[1, 2]$

11. 已知抛物线  $C: y^2 = 2px (p > 0)$  的焦点为  $F$ , 准线为  $l$ , 过焦点  $F$  的直线交抛物线于  $A, B$  两点, 作  $AM \perp l, BN \perp l$ , 垂足分别为  $M, N$ , 若  $|MF|=4, |NF|=\frac{4\sqrt{3}}{3}$ , 则  $|AB|=$  ( )

A.  $\frac{10}{3}$   
B. 4  
C. 5  
D.  $\frac{16}{3}$

12. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} -x^2 - 2x - 2, & x \leq 0 \\ \ln(x+1), & x > 0 \end{cases}$ , 若关于  $x$  的不等式  $f(x) \leq ax + a - \frac{1}{2}$  在  $\mathbf{R}$  上恒成立, 则实数  $a$  的取值范围是 ( )

A.  $[e^{-\frac{1}{2}}, \sqrt{2}]$   
B.  $[\sqrt{2}, e^{\frac{1}{2}}]$   
C.  $[e^{-\frac{1}{2}}, \sqrt{6}]$   
D.  $[e^{\frac{1}{2}}, \sqrt{6}]$

二、填空题: 本大题共4小题, 每小题5分, 共20分。

13. 已知等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n, S_6=51, a_8=22$ , 则  $a_3 =$  \_\_\_\_\_.

14. 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左、右焦点分别为  $F_1, F_2, P$  为第二象限内椭圆上的一点, 连接  $PF_2$  交  $y$  轴于点  $N$ , 若  $\vec{PF}_1 \cdot \vec{PF}_2 = 0, |F_1F_2| = 4|ON|$ , 其中  $O$  为坐标原点, 则该椭圆的离心率为 \_\_\_\_\_.



15. 已知甲、乙、丙三位选手参加某次射击比赛, 比赛规则如下: ①每场比赛有两位选手参加, 并决出胜负; ②每场比赛获胜的选手与未参加此场比赛的选手进行下一场的比赛; ③在比赛中, 若有一位选手首先获胜两场, 则本次比赛结束, 该选手获得此次射击比赛第一名. 若在每场比赛中, 甲胜乙的概率为  $\frac{1}{3}$ , 甲胜丙的概率为  $\frac{3}{4}$ , 乙胜丙的概率为  $\frac{1}{2}$ , 且甲与乙先参加比赛, 则甲获得第一名的概率为 \_\_\_\_\_.

16. 在四棱锥  $S-ABCD$  中,  $AB \parallel CD$ ,  $AD = AB = BC = \frac{1}{2}CD = 2$ ,  $SA = \sqrt{5}$ ,  $SB = SD = \sqrt{7}$ , 则三棱锥  $S-ABD$  外接球的表面积为 \_\_\_\_\_.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (12 分)

在  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ ,  $a \cos A \cos C - c \sin^2 A = (b + 2c) \cos A$ .

(1) 求角  $A$  的大小;

(2) 若  $\triangle ABC$  的面积为  $\frac{15}{4}\sqrt{3}$ ,  $a = 2b - c$ , 求  $b$  的值.

18. (12 分)

区块链技术被认为是继蒸汽机、电力、互联网之后下一代颠覆性的核心技术. 区块链作为构造信任的机器, 将可能彻底改变整个人类社会价值传递的方式. 某 5G 科技公司对 2020 年 1 月份至 6 月份某款 5G 产品的销售量及销售单价进行了调查, 销售单价  $x$  和销售量  $y$  之间的一组数据如下表所示:

月份	1	2	3	4	5	6
月销售单价 $x$ (百元)	9	8.8	8.6	8.4	8.2	8
月销售量 $y$ (万件)	68	75	80	83	84	90

(1) 由散点图可知变量  $x, y$  具有线性相关关系, 根据 1 至 6 月份的数据, 求出  $y$  关于  $x$  的回归直线方程;

(2) 预计在今后的销售中, 月销售量与月销售单价仍然服从(1)中的关系, 若该种产品的成本是 350 元/件, 那么该产品的月销售单价应定为多少元才能获得最大月利润? (注: 利润 = 销售收入 - 成本)

参考公式和数据:  $\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = -14$ ,  $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ , 其中  $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$ ,  $\hat{a} =$

$\bar{y} - \hat{b}\bar{x}$ .





19. (12分)

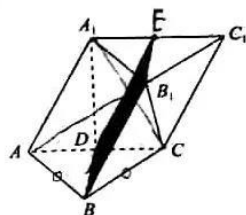
已知抛物线  $C: x^2 = 16y$  的焦点为  $F$ , 准线为  $l$ , 椭圆  $E: \frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的上焦点  $F_1$  到  $l$  的距离为 5, 过  $F_1$  的直线  $l_1$  与  $E$  交于  $M, N$  两点, 当  $MN \perp y$  轴时,  $|MN| = 3$ .

- (1) 求椭圆  $E$  的方程;
- (2) 直线  $FM$  与  $x$  轴交于  $A$  点, 直线  $FN$  与  $x$  轴交于  $B$  点, 求证:  $|FA| = |FB|$ .

20. (12分)

如图所示, 在三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中,  $AB = BC$ , 点  $A_1$  在平面  $ABC$  的射影为线段  $AC$  的中点, 侧面  $AA_1C_1C$  是菱形, 过点  $B_1, B, D$  的平面  $\alpha$  与棱  $A_1C_1$  交于点  $E$ .

- (1) 判断四边形  $BB_1ED$  的形状并证明;
- (2) 求  $CB_1$  与平面  $ABB_1A_1$  所成角的正弦的最大值.



21. (12分)

已知函数  $f(x) = 2\ln x + m(x-1)^2, m > 0$ .

- (1) 求函数  $f(x)$  的单调区间;
- (2) 若  $g(x) = f(x+1) - 2\sin x, x=0$  是  $g(x)$  的极大值点, 求  $m$  的取值范围.

二. 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C_1: \begin{cases} x = 1 + \cos \theta \\ y = \sin \theta \end{cases} (\theta \text{ 为参数})$ , 在以  $O$  为极点,  $x$  轴的正半轴为极

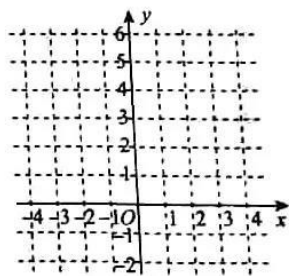
轴的极坐标系中, 曲线  $C_2: \rho = \frac{6}{\sqrt{4 + 5\sin^2 \theta}}$ .

- (1) 求曲线  $C_1$  和  $C_2$  的普通方程;
- (2) 若  $P, Q$  分别为  $C_1$  和  $C_2$  上的动点, 求  $|PQ|$  的最小值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知函数  $f(x) = |2x+a| - |x-1|$ .

- (1) 若  $a=2$ , 画出函数  $f(x)$  的图像, 并求出  $f(x)$  的最值;
- (2) 若关于  $x$  的不等式  $f(x) - |x-1| \leq 3a+1$  恒成立, 求  $a$  的取值范围.



## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（<http://www.zizzs.com/>）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线

关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》