乌鲁木齐地区2023年高三年级第三次质量监测

文科数学（问卷）

（卷面分值：150分；考试时间：120分钟）

注意事项：

1. 本试卷分为问卷（4页）和答卷（4页），答案务必书写在答卷（或答题卡）的指定位置上.

2. 答题前，先将答卷密封线内的项目（或答题卡中的相关信息）填写清楚.

第Ⅰ卷（选择题　共60分）

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的.

1. 设集合 $A=\{-1,0,1,2\},B=\{x|x^2-x\le 0\}$，则 $A\cap B$ 的子集个数为

A. 2　　B. 4　　C. 8　　D. 16

2. 已知复数 $z=1-\mathrm{i}$（i是虚数单位），则 $\frac{5\mathrm{i}}{z+\mathrm{i}}=$

A. $2+\mathrm{i}$　　B. $2-\mathrm{i}$　　C. $-2+\mathrm{i}$　　D. $-2-\mathrm{i}$

3. 定义符号函数 $\operatorname{sgn}x=\begin{cases}1,x>0\\0,x=0\\-1,x<0\end{cases}$，则方程 $x^2\operatorname{sgn}x=5x-6$ 的解是

A. 2或−6　　B. 3或−6　　C. 2或3　　D. 2或3或−6

4. 如图，是1963年在陕西宝鸡贾村出土的一口"何尊"（尊为古代的酒器，用青铜制成），尊内底铸有12行、122字铭文. 铭文中写道"唯武王既克大邑商，则廷告于天，曰：'余其宅兹中国，自之辟民'"，其中宅兹中国为"中国"一词最早的文字记载. "何尊"可以近似看作是圆台和圆柱组合而成，经测量，该组合体的深度约为30cm，上口的内径约为20cm，圆柱的深度和底面内径分别约为20cm,16cm，则"何尊"的容积大约为

A. 5500cm^3　　B. 6000cm^3　　C. 6500cm^3　　D. 7000cm^3

5. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $a_5=5,a_1+S_{11}=67$，则 a_5a_{11} 是 $\{a_n\}$ 中的

A. 第45项　　B. 第50项　　C. 第55项　　D. 第60项

6. 若 $\cos\left(\frac{\pi}{6}-\alpha\right)=\frac{3}{5}$，则 $\cos\left(\frac{5\pi}{3}+2\alpha\right)=$

A. $-\frac{24}{25}$　　B. $-\frac{7}{25}$　　C. $\frac{7}{25}$　　D. $\frac{24}{25}$

7. 从长度为2,4,6,8,10的5条线段中任取3条，则这三条线段能构成一个三角形的概率为

A. $\frac{1}{5}$　　B. $\frac{3}{10}$　　C. $\frac{2}{5}$　　D. $\frac{1}{2}$

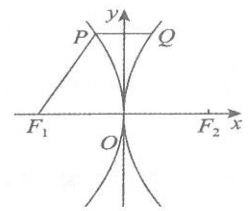
8. 已知直线 $l:x+2y-4=0$ 与 x 轴和 y 轴分别交于 A,B 两点，点 P 在以点 A 为圆心，2为半径的圆上，当 $\angle ABP$ 最大时，ΔAPB 的面积为

A. 2　　B. $\sqrt{5}$　　C. 4　　D. $2\sqrt{5}$

9. 已知四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面是边长为2的正方形，侧棱与底面垂直，O 为 AC 的中点，若点 O 到平面 AB_1D_1 的距离为 $\frac{4}{3}$，则直线 OD_1 与直线 BC_1 所成角的余弦值为

A. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$　　B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{10}}{10}$　　D. $\frac{1}{3}$

10. "米"是象形字．数学探究课上，某同学用抛物线 $C_1:y^2=-2px(p>0)$ 和 $C_2:y^2=2px(p>0)$ 构造了一个类似"米"字型的图案，如图所示，若抛物线 C_1,C_2 的焦点分别为 F_1,F_2，点 P 在抛物线 C_1 上，过点 P 作 x 轴的平行线交抛物线 C_2 于点 Q，若 $PF_1=3PQ=6$，则 $p=$



A. 4　　B. 6

C. 8　　D. 10

11. 设 $a=\sin\frac{5}{2}$，则

A. $2^a<a^2<\log_{\frac{1}{2}}a$　　B. $\log_{\frac{1}{2}}a<2^a<a^2$

C. $a^2<\log_{\frac{1}{2}}a<2^a$　　D. $\log_{\frac{1}{2}}a<a^2<2^a$

12. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，且满足 $f(1)=9$，对任意实数 x_1,x_2 都有 $f(x_1+x_2)=\left(\frac{9}{10}\right)^{x_2}f(x_1)+\left(\frac{9}{10}\right)^{x_1}f(x_2)$，若 $a_n=f(n)$，则 $\{a_n\}$ 中的最大项为

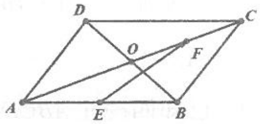
A. a_9　　B. a_{10}　　C. a_8 和 a_9　　D. a_9 和 a_{10}

第Ⅱ卷（非选择题　共 90 分）

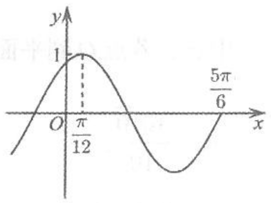
本卷包括必考题和选考题两部分，第 13～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22～23 题为选考题，考生根据要求作答．

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分．

13．如图，平行四边形 $ABCD$ 的对角线相交于点 O，E,F 分别为 AB,OC 的中点，若 $\overrightarrow{EF}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AD}\,(x,y\in\mathbf{R})$，则 $x+y=$______．



14．已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)\left(A>0,\omega>0,|\varphi|<\dfrac{\pi}{2}\right)$ 的部分图象如图所示，若将函数 $f(x)$ 图象上所有的点向右平移 $\dfrac{\pi}{4}$ 个单位长度得到函数 $g(x)$ 的图象，则 $g\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$ 的值为____．



15．已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{4}-y^2=1$ 的左右焦点分别为 F_1,F_2，过 F_2 的直线交双曲线 C 的右支于 A,B 两点，若 ΔABF_1 的周长为 20，则线段 AB 的长为____．

16．已知正实数 a,b 满足 $a^3-\dfrac{8}{(b+1)^3}=\dfrac{6}{b+1}-3a$，则 $2a+3b+4$ 的最小值是____．

三、解答题：第 17～21 题每题 12 分，解答应在答卷的相应各题中写出文字说明，证明过程或演算步骤．

17．在 ΔABC 中，角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，且 $2\sqrt{2}a^2\cos B-c^2=2ab\cos C+a^2-b^2$．

（Ⅰ）求 $\angle B$ 大小；

（Ⅱ）若 ΔABC 为锐角三角形，且 $a=2$，求 ΔABC 面积的取值范围．

18．某企业生产经营的某种产品的广告费支出 x 与销售额 y 之间有如下对应数据：

x（万元）	2	4	5	6	8
y（万元）	30	40	60	50	70

（Ⅰ）求 x 与 y 的相关系数（精确到 0.01）；

（Ⅱ）当广告费支出每增加1万元时，求销售额平均增加多少万元．

附：相关系数 $r=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2\sum\limits_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}}$；

回归方程的最小二乘估计公式为 $\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}$，$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}$；$\sqrt{2}\approx1.414$．

19．在 ΔABC 中，$\angle ACB=45^\circ, BC=3$，过点 A 作 $AD\perp BC$，交线段 BC 于点 D（如图 1），沿 AD 将 ΔABD 折起，使 $\angle BDC=90^\circ$（如图 2）点 E,M 分别为棱 BC,AC 的中点．

（Ⅰ）求证：$CD\perp ME$；

（Ⅱ）求三棱锥 $A-BCD$ 的体积最大值．

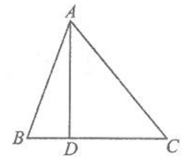


图1

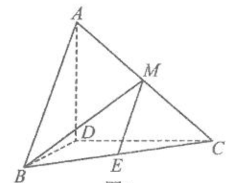


图2

20．已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的一个顶点为 $A(0,1)$，离心率为 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$．

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）过点 $P(-2,1)$ 的直线与椭圆 C 交于不同的两点 D,E，点 D 在第二象限，直线 AD,AE 分别与 x 轴交于 M,N，求四边形 $DMEN$ 面积的最大值．

21．已知函数 $f(x)=e^x(1+a\ln x)$，$f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数，且 $f'(x)\geq 3e^x$ 恒成立．

（Ⅰ）求实数 a 的取值范围；

（Ⅱ）函数 $f(x)$ 的零点为 x_1，$f'(x)$ 的极值点为 x_2，证明：$x_1>x_2$．

选考题：共 10 分，请考生在 22、23 两题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分．作答时用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目的题号涂黑．

22．[选修 4-4：坐标系与参数方程]

在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 $C:x^2+y^2=1$ 所对应的图形经过伸缩变换 $\begin{cases}x'=2x\\ y'=\sqrt{3}y\end{cases}$ 得到图形 C'．

（Ⅰ）写出曲线 C' 的平面直角坐标方程；

（Ⅱ）点 P 在曲线 C' 上，求点 P 到直线 $l:\sqrt{3}x+y-6=0$ 的距离的最小值及此时点 P 的坐标．

23．[选修 4-5：不等式选讲]

已知 $f(x)=|2x+1|$，不等式 $f(x)\leq 3x$ 的解集为 M．

（Ⅰ）求集合 M；

（Ⅱ）$x\in M$，不等式 $f(x)+\dfrac{a}{f(x)}\geq 4-a$ 恒成立，求正实数 a 的最小值．