

绝密★启用前

2018年普通高等学校招生全国统一考试 理科数学

本试卷共 23 题，共 150 分，共 5 页。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

注意事项：1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内。

2. 选择题必须使用 2B 铅笔填涂；非选择题必须使用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。

3. 请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效。

4. 作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。

5. 保持卡面清洁，不要折叠、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. $\frac{1+2i}{1-2i} =$

A. $-\frac{4}{5} - \frac{3}{5}i$

B. $-\frac{4}{5} + \frac{3}{5}i$

C. $-\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$

D. $-\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$

2. 已知集合 $A = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 3, x \in \mathbb{Z}, y \in \mathbb{Z}\}$ ，则 A 中元素的个数为

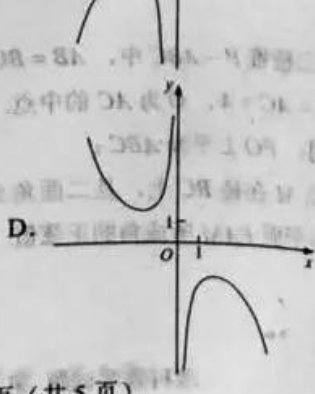
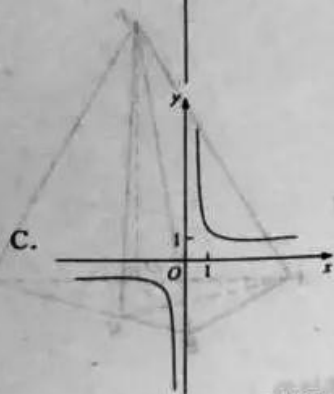
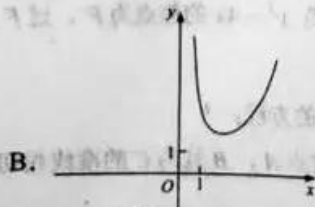
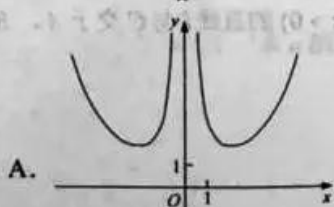
A. 9

B. 8

C. 5

D. 4

3. 函数 $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{x^2}$ 的图像大致为



理科数学试题 第 1 页 (共 5 页)

4. 已知向量 a, b 满足 $|a|=1, a \cdot b=-1$, 则 $a \cdot (2a-b)=$
- A. 4 B. 3 C. 2 D. 0
5. 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a>0, b>0)$ 的离心率为 $\sqrt{3}$, 则其渐近线方程为
- A. $y = \pm\sqrt{2}x$ B. $y = \pm\sqrt{3}x$ C. $y = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}x$ D. $y = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}x$
6. 在 $\triangle ABC$ 中, $\cos\frac{C}{2} = \frac{\sqrt{5}}{5}, BC=1, AC=5$, 则 $AB=$
- A. $4\sqrt{2}$ B. $\sqrt{30}$ C. $\sqrt{29}$ D. $2\sqrt{5}$
7. 为计算 $S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100}$, 设计了右侧的程序框图, 则在空白框中应填入
- A. $i = i + 1$
B. $i = i + 2$
C. $i = i + 3$
D. $i = i + 4$
-
- ```

 graph TD
 Start([开始]) --> Init[N = 0, T = 0]
 Init --> i1[i = 1]
 i1 --> Cond{i < 100}
 Cond -- 是 --> Nplus[N = N + 1/i]
 Nplus --> Tplus[T = T + 1/(i+1)]
 Tplus --> iupdate[]
 iupdate --> Cond
 Cond -- 否 --> Scalc[S = N - T]
 Scalc --> Output[/输出 S/]
 Output --> End([结束])

```
8. 我国数学家陈景润在哥德巴赫猜想的研究中取得了世界领先的成果. 哥德巴赫猜想是“每个大于 2 的偶数可以表示为两个素数的和”, 如  $30 = 7 + 23$ . 在不超过 30 的素数中, 随机选取两个不同的数, 其和等于 30 的概率是
- A.  $\frac{1}{12}$                   B.  $\frac{1}{14}$                   C.  $\frac{1}{15}$                   D.  $\frac{1}{18}$
9. 在长方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中,  $AB = BC = 1, AA_1 = \sqrt{3}$ , 则异面直线  $AD_1$  与  $DB_1$  所成角的余弦值为
- A.  $\frac{1}{5}$                       B.  $\frac{\sqrt{5}}{6}$                       C.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$                       D.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
10. 若  $f(x) = \cos x - \sin x$  在  $[-a, a]$  是减函数, 则  $a$  的最大值是
- A.  $\frac{\pi}{4}$                       B.  $\frac{\pi}{2}$                       C.  $\frac{3\pi}{4}$                       D.  $\pi$

理科数学试题 第 2 页 (共 5 页)

11. 已知  $f(x)$  是定义域为  $(-\infty, +\infty)$  的奇函数, 满足  $f(1-x) = f(1+x)$ . 若  $f(1) = 2$ , 则

$$f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(50) =$$

A. -50      B. 0      C. 2      D. 50

12. 已知  $F_1, F_2$  是椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左、右焦点,  $A$  是  $C$  的左顶点, 点  $P$

在过  $A$  且斜率为  $\frac{\sqrt{3}}{6}$  的直线上,  $\triangle PF_1F_2$  为等腰三角形,  $\angle F_1F_2P = 120^\circ$ , 则  $C$  的离心率为

A.  $\frac{2}{3}$       B.  $\frac{1}{2}$       C.  $\frac{1}{3}$       D.  $\frac{1}{4}$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 曲线  $y = 2\ln(x+1)$  在点  $(0,0)$  处的切线方程为\_\_\_\_\_.

14. 若  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x+2y-5 \geq 0, \\ x-2y+3 \geq 0, \\ x-5 \leq 0, \end{cases}$  则  $z = x+y$  的最大值为\_\_\_\_\_.

15. 已知  $\sin \alpha + \cos \beta = 1, \cos \alpha + \sin \beta = 0$ , 则  $\sin(\alpha + \beta) =$ \_\_\_\_\_.

16. 已知圆锥的顶点为  $S$ , 母线  $SA, SB$  所成角的余弦值为  $\frac{7}{8}$ ,  $SA$  与圆锥底面所成角

为  $45^\circ$ . 若  $\triangle SAB$  的面积为  $5\sqrt{15}$ , 则该圆锥的侧面积为\_\_\_\_\_.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (12 分)

记  $S_n$  为等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 已知  $a_1 = -7, S_3 = -15$ .

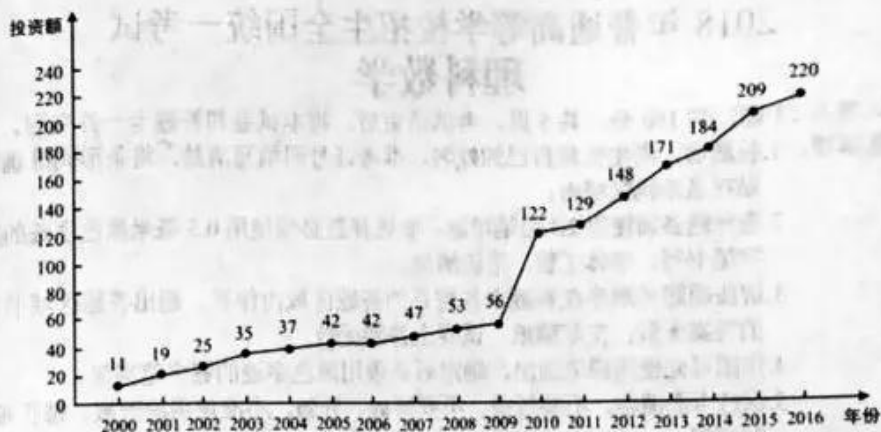
(1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 求  $S_n$ , 并求  $S_n$  的最小值.



18. (12分)

下图是某地区 2000 年至 2016 年环境基础设施投资额  $y$  (单位: 亿元) 的折线图.



为了预测该地区 2018 年的环境基础设施投资额, 建立了  $y$  与时间变量  $t$  的两个线性回归模型. 根据 2000 年至 2016 年的数据 (时间变量  $t$  的值依次为  $1, 2, \dots, 17$ ) 建立模型①:  $\hat{y} = -30.4 + 13.5t$ ; 根据 2010 年至 2016 年的数据 (时间变量  $t$  的值依次为  $1, 2, \dots, 7$ ) 建立模型②:  $\hat{y} = 99 + 17.5t$ .

- (1) 分别利用这两个模型, 求该地区 2018 年的环境基础设施投资额的预测值;
- (2) 你认为用哪个模型得到的预测值更可靠? 并说明理由.

19. (12分)

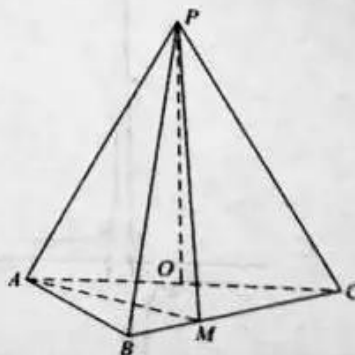
设抛物线  $C: y^2 = 4x$  的焦点为  $F$ , 过  $F$  且斜率为  $k (k > 0)$  的直线  $l$  与  $C$  交于  $A, B$  两点,  $|AB| = 8$ .

- (1) 求  $l$  的方程;
- (2) 求过点  $A, B$  且与  $C$  的准线相切的圆的方程.

20. (12分)

如图, 在三棱锥  $P-ABC$  中,  $AB = BC = 2\sqrt{2}$ ,  
 $PA = PB = PC = AC = 4$ ,  $O$  为  $AC$  的中点.

- (1) 证明:  $PO \perp$  平面  $ABC$ ;
- (2) 若点  $M$  在棱  $BC$  上, 且二面角  $M-PA-C$  为  $30^\circ$ , 求  $PC$  与平面  $PAM$  所成角的正弦值.



21. (12分)

已知函数  $f(x) = e^x - ax^2$ .

(1) 若  $a=1$ , 证明: 当  $x \geq 0$  时,  $f(x) \geq 1$ ;

(2) 若  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  只有一个零点, 求  $a$ .

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

在直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 2\cos\theta, \\ y = 4\sin\theta \end{cases}$  ( $\theta$  为参数), 直线  $l$  的参

数方程为  $\begin{cases} x = 1 + t\cos\alpha, \\ y = 2 + t\sin\alpha \end{cases}$  ( $t$  为参数).

(1) 求  $C$  和  $l$  的直角坐标方程;

(2) 若曲线  $C$  截直线  $l$  所得线段的中点坐标为  $(1, 2)$ , 求  $l$  的斜率.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10分)

设函数  $f(x) = 5 - |x+a| - |x-2|$ .

(1) 当  $a=1$  时, 求不等式  $f(x) \geq 0$  的解集;

(2) 若  $f(x) \leq 1$ , 求  $a$  的取值范围.

自主招生在线创始于 2014 年，是专注于自主招生、学科竞赛、全国高考的升学服务平台，旗下拥有网站和微信两大媒体矩阵，关注用户超百万，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学老师、家长和考生，引起众多重点高校的关注。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主招生在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信扫一扫，快速关注