

座号:

考号:

姓名:

班 部

班级:

学校:

试卷类型: A

山东新高考联合质量测评 12 月联考试题

高三数学

2022. 12

考试用时 120 分钟, 满分 150 分.

注意事项:

1. 答题前, 考生先将自己的学校、班级、姓名、考号、座号填涂在相应位置.
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号. 回答非选择题时, 将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效.
3. 考试结束, 考生必须将试题卷和答题卡一并交回.

一、单项选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \left\{ x \mid \left(\frac{1}{3} \right)^x \geq 9 \right\}$, $B = \{ y \in \mathbb{Z} \mid y = \sqrt{x-4} \}$, 则集合 $(A \cap B)$ 的子集个数为

A. 1 B. 2 C. 4 D. 8

2. 复数 $z = \frac{(1-i) \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right)}{-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i}$, 则 $|z| =$

A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. 4 D. 8

3. 设 $\sin \frac{\pi}{7} = m$, 则 $\tan \frac{\pi}{14} + \frac{1}{\tan \frac{\pi}{14}} =$

A. $2m$ B. $\frac{1}{m}$ C. $\frac{2}{m}$ D. m

4. 在 $\left(x + \frac{1}{x} - 1 \right)^5$ 的展开式中, 含 x^3 项的系数为

A. 10 B. 15 C. 20 D. 30

5. 已知在三棱锥 $P-ABC$ 中, $PA \perp$ 平面 ABC , $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形, 且 $AB = AC = 2$, $PA = 4$, 点 D 为棱 PC 上一点, 且 $PD = \frac{1}{4}PC$, 过点 D 作平行于底面 ABC 的截面 DEF , 那么三棱台 $DEF-CAB$ 的体积等于

A. $\frac{1}{24}$ B. $\frac{21}{8}$ C. $\frac{8}{3}$ D. $\frac{63}{64}$

6. 若 $a = e^{0.1}$, $b = \sqrt{1.2}$, $c = -\ln 0.9$, 则 a, b, c 的大小关系为

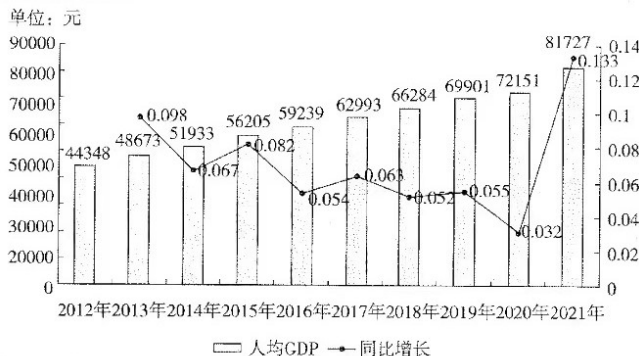
A. $a > b > c$ B. $a > c > b$ C. $b > a > c$ D. $c > b > a$

高三数学试题 第 1 页 (共 4 页)

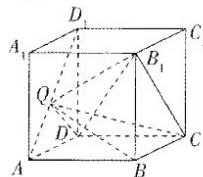
7. 若点 G 是 $\triangle ABC$ 所在平面上一点, 且 $\vec{AG} + \vec{BG} + \vec{CG} = \vec{0}$, H 是直线 BC 上一点, $\vec{AH} = x\vec{AB} + y\vec{AC}$, 则 $x^2 + 4y^2$ 的最小值是
- A. 2 B. 1 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{4}$
8. 已知函数 $f(x) = e^{2x}$, $g(x) = x - 1$, 对任意 $x_1 \in \mathbf{R}$, 存在 $x_2 \in (0, +\infty)$, 使 $f(x_1) = g(x_2)$, 则 $x_2 - x_1$ 的最小值为
- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $2 + \ln 2$ D. $\frac{3}{2} + \frac{1}{2} \ln 2$

二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 党的二十大报告从 16 个方面概括了我国十年来的伟大变革, 报告指出, “我们提出并贯彻新发展理念, 着力推进高质量发展, 推动构建新发展格局, 实施供给侧结构性改革, 制定一系列具有全局性意义的区域重大战略, 我国经济实力实现历史性跃升, 国内生产总值从五十四万亿元增长到一百一十四万亿元, 我国经济总量占世界经济的比重达百分之十八点五, 提高七点二个百分点, 稳居世界第二位; 人均国内生产总值从三万九千八百元增加到八万一千一百元. 谷物总产量稳居世界首位, 制造业规模、外汇储备稳居世界第一.” 下图是某地区 2012 年—2021 年人均国内生产总值 (人均 GDP) 及同比增长率变化情况, 则下列说法正确的是



- A. 2020 年受到疫情影响, 该地区人均 GDP 增长减缓
B. 2012 年至 2021 年该地区人均 GDP 的 80% 分位数为 69901
C. 2012 年至 2021 年该地区人均 GDP 同比增长率的平均值在 0.06 以上
D. 根据图表和二十大报告可推测该地区十年的人均 GDP 的极差低于全国
10. 关于函数 $f(x) = \sin x + \frac{1}{\tan x}$ 有如下四个命题, 则下列选项正确的是
- A. $f(x)$ 的图像关于 y 轴对称 B. $f(x)$ 的图像关于原点对称
C. $f(x)$ 的图像关于点 $(\pi, 0)$ 对称 D. $f(x)$ 的周期是 3π
11. 在棱长为 2 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 Q 为线段 AD_1 (包含端点) 上一动点, 则下列选项正确的是
- A. 三棱锥 $C_1 - BDQ$ 的体积为定值
B. 在 Q 点运动过程中, 存在某个位置使得 $AD_1 \perp$ 平面 BQC
C. 截面三角形 BQC 面积的最大值为 $2\sqrt{2}$
D. 当三棱锥 $B - B_1CQ$ 为正三棱锥时, 其内切球半径为 $6 - \sqrt{3}$



12. 已知奇函数 $f(x)$ 在 $\mathbb{R}$ 上可导, 其导函数为 $f'(x)$, 且 $f(2-x) - f(x) + 2x - 2 = 0$ 恒成立, 则下列选项正确的是

- A. $g(x) = f(x) - x$ 为非奇非偶函数 B. $f(2) = 2$
C. $f(2022) = 2022$ D. $f'(2023) = 1$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知 $\sin x - \cos x = \frac{\sqrt{5}}{5}$, 则 $\cos\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) =$ _____.

14. 有形状完全相同的 4 个白球和 4 个红球, 若一个袋中放有 3 个白球和 2 个红球, 另一个袋中放有 1 个白球和 2 个红球, 任选一个袋子取出一球, 则恰好取出的是白球的概率为 _____.

15. 在数列 $\{b_n\}$ 中, $b_{n+1} - (-1)^{n-1}b_n = 2n + 1$, 则数列 $\{b_n\}$ 的前 20 项和为 _____.

16. 若存在 $x \in (0, +\infty)$, 使得不等式 $e^x - a \ln x < a \ln a$ 成立, 则实数 a 的取值范围为 _____.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (10 分) 在锐角 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且满足 $b \sin C \cos C + c \sin C \cos B = \sqrt{3} a \cos C$.

(1) 求角 C 的大小;

(2) 求 $\frac{a}{b}$ 的取值范围.

18. (12 分) 已知函数 $f(x) = e^{\sin x} - (x+1)$.

(1) 求函数 $y = f(x)$ 在点 $\left(\frac{\pi}{2}, f\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)$ 处的切线方程;

(2) 证明: 函数 $y = f(x)$ 在 $(-1, 0]$ 上有且仅有一个零点.

19. (12 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 2$, 且 $2a_{n+1} + a_n \cdot a_{n+1} - 2a_n = 0$, 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = a_n \cdot a_{n+1}$, 设 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n .

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式; 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n ;

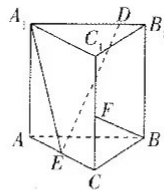
(2) 设 $C_n = \frac{2^n \cdot a_n}{b_n}$, 记数列 $\{C_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , $T_n > \lambda^2 - 2\lambda - 1$ 对 $n \in \mathbb{N}^*$ 恒成立, 求 λ 的取值范围.

20. (12分) 已知直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 侧面 AA_1B_1B 为正方形, $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形, 且 $AB=BC=2$, E, F 分别为 AC 和 CC_1 的中点, D 为棱 A_1B_1 上的点.

(1) 证明: $BF \perp A_1E$;

(2) 当 B_1D 为何值时, 直线 DE 与平面 BB_1C_1C 所成线面角的正弦值

为 $\frac{\sqrt{21}}{21}$.



21. (12分) 某公司在一种传染病毒的检测试剂品上加大了研发投入, 其研发的检验试剂品 α 分为两类不同剂型 α_1 和 α_2 . 现对其进行两次检测, 第一次检测时两类试剂 α_1 和 α_2 合格的概率分别为 $\frac{3}{4}$ 和 $\frac{3}{5}$, 第二次检测时两类试剂 α_1 和 α_2 合格的概率分别为 $\frac{4}{5}$ 和 $\frac{2}{3}$. 已知两次检测过程相互独立, 两次检测均合格, 试剂品 α 才算合格.

(1) 设经过两次检测后两类试剂 α_1 和 α_2 合格的种类数为 X , 求 X 的分布列和数学期望;

(2) 若地区排查期间, 一户 4 口之家被确认为“与确诊患者的密切接触者”, 这种情况下医护人员要对其家庭成员逐一使用试剂品 α 进行检测, 如果有一人检测呈阳性, 则检测结束, 并确定该家庭为“感染高危户”. 设该家庭每个成员检测呈阳性的概率均为 p ($0 < p < 1$) 且相互独立, 该家庭至少检测了 3 个人才确定为“感染高危户”的概率为 $f(p)$, 若当 $p = p_0$ 时, $f(p)$ 最大, 求 p_0 的值.

22. (12分) 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + ax(1 - \ln x) - \ln x$.

(1) 当 $a=1$ 时, 求函数 $f(x)$ 的极值.

(2) 若 $f(x)$ 有三个极值点 x_1, x_2, x_3 , 且 $x_1 < x_2 < x_3$,

① 求实数 a 的取值范围;

② 证明: $x_1 + x_3 + 4x_1x_3 > 3a$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线