

2. 选择题的作答:每小题选出答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

3. 非选择题的作答:用签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

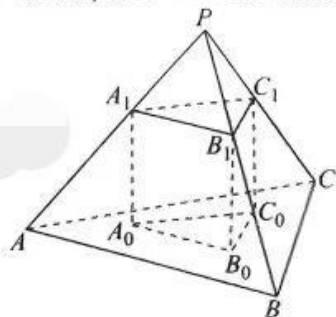
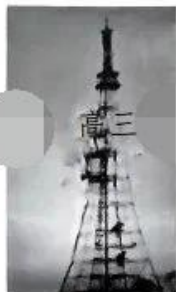
4. 选考题的作答:先把所选题目的题号在答题卡上指定的位置用2B铅笔涂黑。答案写在答题卡上对应的答题区域内,写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

5. 考试结束后,请将本试题卷和答题卡一并上交。

第I卷

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

- 已知复数 $z(i-1)=2i$, 其中 i 为虚数单位, 则 z 的共轭复数的虚部为
A. -1 B. 1 C. i D. $-i$
- 已知全集 $U=\mathbf{R}$, 集合 $A=\{x|y=\sqrt{2-x}\}$, $B=\{x|\frac{x-1}{x-3}\geq 0\}$, 则 $A\cap \complement_{\mathbf{R}}B=$
A. $(-\infty, 1)\cup(2, +\infty)$ B. $(1, 2]$
C. $(-\infty, 1)\cup[3, +\infty)$ D. $(1, 3]$
- 已知二项式 $(\sqrt{x}+\frac{a}{x})^n$ 的展开式中, 含 x 项的系数为 35 , 则实数 a 的值为
A. -5 B. 5 C. 2 D. 2
- 若 $x, y\in\mathbf{R}$, 向量 $a=(x, 2)$, $b=(-1, y)$, $c=(2, 1)$, 且 $a\perp c, b\parallel c$, 则 $a\perp y$
A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{5}{2}$ C. 5 D. 2
- 已知函数 $f(x)=\ln x$, 若函数 $g(x)=\lambda f(x)+2\cdot f(\frac{1}{x})-1$ 在区间 $(0, e)$ 上有两个零点, 则正实数 λ 的取值范围为
A. $\lambda>1$ B. $0<\lambda<1$ C. $\lambda>4$ D. $0<\lambda<2$
- 我国华为公司具有知识产权的第五代移动通信技术(简称5G)是具有高速率、低时延和大连接特点的新一代移动通信技术,是实现人机物互联的网络基础设施. 如图为“华为企业”在泰山上的信号接收塔,该接收塔可近似作为底面边长为5米,高为10米的正三棱锥 $P-ABC$. 若公司为了减少建造费用,要在该棱锥内部建造一个正三棱柱机房,要求上顶点 A_1, B_1, C_1 分别在三棱锥的侧棱上,下顶点 A_0, B_0, C_0 在底面 $\triangle ABC$ 上,则该机房体积的最大值为



A. $\frac{250\sqrt{3}}{23} \text{ m}^3$

B. $\frac{250\sqrt{3}}{27} \text{ m}^3$

C. $\frac{289\sqrt{3}}{27} \text{ m}^3$

D. $\frac{36\sqrt{3}}{27} \text{ m}^3$

“剩余定理”又称“孙子定理”，最早可见于中国南北朝时期的数学著作《孙子算经》卷上第二十六题，叫做“物不知数”，原文如下：今有物不知其数，三三数之剩二，五五数之剩三，七七数之剩二，问物几何？现有这样一个相关的问题：数列 $\{a_n\}$ 由被 2 除余 1，且被 3 除余 2 的正整数按照从小到大的顺序排列而成，则数列 $\left\{ \frac{6n^2 + 27}{1 + a_n} \right\}$ 取最小值时 n 的值为

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 5

8. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a, b > 0$) 的离心率等于焦距，且焦点到渐近线的距离为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ，则 C 的一条渐近线被圆 $(x-1)^2 + y^2 = 2$ 截得的弦长为

- A. $2\sqrt{2}$ B. 3 C. $2\sqrt{3}$ D. $\sqrt{5}$

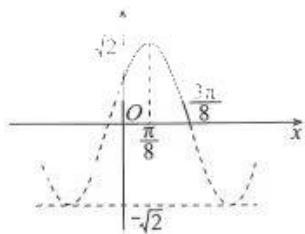
9. 已知 $\sin \alpha - \cos \alpha = -1$ ($0 < \alpha < \frac{3\pi}{4}$)，则 $\cos\left(2\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$

- A. $\frac{17\sqrt{2}}{5}$ B. $\frac{13\sqrt{2}}{50}$
C. $\frac{17}{5}$ D. $\frac{19\sqrt{2}}{52}$

10. 已知抛物线 $C: y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的准线方程是 $x = -1$ ，若 C 上存在两点 A, B 关于直线 $x - y - 5 = 0$ 对称，则直线 AB 的方程为

- A. $x - y - 2 = 0$
B. $x - y + 1 = 0$
C. $x - y + 3 = 0$
D. $x - y + 4 = 0$

11. 已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示，将 $f(x)$ 的图象沿着 x 轴向右平移 $\frac{7\pi}{24}$ 个单位长度得到函数 $g(x)$ ，若 $g(x)$ 在区间 $\left[\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{4}\right]$ 上单调递减，则 A 的最大值为



- A. $\frac{\pi}{12}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{2}$

12. 已知长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， $AA_1 = AB = 2BC$ ，点 M 为棱 C_1D_1 中点，直线 BC 到平面 ADM 的距离为 $\frac{12\sqrt{5}}{5}$ ，则该长方体外接球的表面积为

- A. 60π B. 68π C. 76π D. 81π

第 II 卷

本卷包括必考题和选考题两部分。第 13~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22~23 题为选考题，考生根据要求作答。

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分。

13. 若实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} -x + y - 1 \leq 0 \\ 5x - 3y - 3 \leq 0 \\ 2x + y + 2 \geq 0 \end{cases}$ ，则 $z = 3x + y$ 的最大值是 _____

14. 设 $f(x) = 2^x - 2^{-x} + 2x - 1$ ，则不等式 $f(3 + x^2) + f(3 - 5x) < 2$ 的解集为 _____

15. 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ， $c = \frac{7\sqrt{2}}{2}$ ， $\cos A = \frac{3}{5}$ ，若 $\triangle ABC$ 的面积为 _____

新能源汽车受到越来越多消费者的青睐.某大型新能源汽车厂生产货车、小轿车、小客车三类新能源汽车.2023年1月份该厂在某市共销售货车200辆,小轿车900辆,小客车 a 辆.该厂销售部门为了增加本厂新能源汽车在该市的销售量,决定在该市实行抽奖活动.销售部门若从1月份购买该厂汽车的所有人员中随机抽取1人,则抽到货车或小轿车购买者的概率为 $\frac{11}{12}$.现销售部门决定从1月份货车和小客车的所有购买者中用分层抽样的方法

随机抽取6人,分别赠送一台洗衣机,然后再从这6人中随机抽取2人分别奖励600元红包,则这两人都是货车购买者的概率为_____.

三、解答题:解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.(本小题满分12分)

设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n, a_1=2, a_{n+1}=2+3S_n(n \in \mathbb{N}^*)$.

(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2)设 $b_n = \frac{(-1)^{n+1}n}{\log_2 a_n \log_2 a_{n+1}}$,求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

18.(本小题满分12分)

某村作为乡村振兴示范点,通过充分利用村落中原有的资源,引进多家知名民宿品牌,设计了当地独特的土坯房文化、茶马文化,展现乡村古朴风貌,为游客提供融入自然、文化与生产生活方式的沉浸式、个性化体验,每逢周末和节假日,来此旅游的游客络绎不绝.下面是该村委在2022年统计的其中五个月份 x 与该月前来旅游的人数 y 之间的数据:

月份 x	2	3	5	7	8
旅游人数 y (单位:万人)	30	40	55	70	80

(1)请计算相关系数 r ,并判断是否可以认为 y 与 x 具有很强的相关性?(若 $|r| > 0.754$ 则线性相关性很强,可用线性回归模型拟合)

(2)请根据上表提供的数据,求出 y 关于 x 的线性回归方程,并预测2022年10月份前来旅游的人数为多少万人?(预测结果按四舍五入保留整数)

$$\text{参考公式: } r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}, \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}.$$

参考数据: $\sqrt{442} \approx 21.0238$.

19.(本小题满分12分)

已知四棱锥 $P-ABCD, PD \perp$ 底面 $ABCD, ABCD$ 是矩形, $AB=2AD=4$,点 E 是侧棱 PA 的中点,点 F 为线段 PB 上一点,且 $FB=2FP$.

(1)若 $PD=AD$,求证: $PB \perp DE$;

(2)若 $PD \leq 2$,直线 PC 与平面 DEF 所成角的正弦值为 $\frac{4\sqrt{5}}{15}$,求平面 DEF 与平面 PCD 所成锐二面角的余弦值.



来源:高三答案公众号

20. (选修4-4,坐标系与参数方程)(本小题满分10分)

已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$, 上顶点为 M , 左焦点为 F , 原点 O 到直线 MF 的距离为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

- (1) 求椭圆 C 的方程;
- (2) 动直线 l 交椭圆 C 于 A, B 两点, 且 $MA \perp MB$, 试求当点 F 到直线 l 的距离最大时直线 l 的方程.

21. (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = xe^{x-1}$, $g(x) = \ln x + x + 1$, 其中 e 为自然对数的底数.

- (1) 求函数 $F(x) = f(x) - g(x)$ 的单调区间;
- (2) 若关于 x 的不等式 $ef(x) - g(x) \geq \frac{a-1}{2}x$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分。

22. (选修4-4,坐标系与参数方程)(本小题满分10分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}t \\ y = \frac{1}{2}t \end{cases}$ (t 为参数), 以坐标原点

O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho(5 - 3\cos 2\theta) = 8$.

- (1) 求直线 l 的普通方程及曲线 C 的直角坐标方程;
- (2) 点 P 为曲线 C 上的任意一点, 求点 P 到直线 l 的距离的最大值及此时点 P 的坐标.

23. (选修4-5,不等式选讲)(本小题满分10分)

已知函数 $f(x) = |x-5| + \left| \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}a \right|$.

- (1) 当 $a=2$ 时, 求不等式 $f(x) \leq 4$ 的解集;
- (2) 若关于 x 的不等式 $f(x) + \left| \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}a \right| \geq a^2 - 1$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

