2023届高三第七次百校大联考试卷

数 学

考生注意：

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分150分，考试时间120分钟。
2. 答题前，考生务必用直径0.5毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚。
3. 考生作答时，请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径0.5毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，**超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效。**
4. 本卷命题范围：高考范围。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分. 在每小题给出的四个选项中，只有一个选项是符合题目要求的.

1. 若复数 z 满足 $z(1+i)=i^5$，则其共轭复数 $\bar{z}$ 在复平面内对应的点位于

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

2. 已知集合 $A=\{x|x^2-x-6>0\}$，$B=\{x|y=\sqrt{9-x^2}\}$，则 $A\cap B=$

A. $[-3,-2)$　　B. $[-3,-2]$　　C. $[-3,-2]\cup\{3\}$　　D. $[-3,-2)\cup\{3\}$

3. $\sin 226^\circ\cos 196^\circ-\sin 164^\circ\sin 44^\circ$ 等于

A. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $-\frac{1}{2}$

4. 椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{3}=1(a>\sqrt{3})$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2，A 为上顶点，若 $\triangle AF_1F_2$ 的面积为 $\sqrt{3}$，则 $\triangle AF_1F_2$ 的周长为

A. 8　　B. 7　　C. 6　　D. 5

5. 已知非零向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$，则"$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{b}|$"是"$\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}=\boldsymbol{0}$"成立的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

6. 世界公认的三大著名数学家为阿基米德、牛顿、高斯，其中享有"数学王子"美誉的高斯提出了取整函数 $y=[x]$，$[x]$ 表示不超过 x 的最大整数，例如 $[1.1]=1$，$[-1.1]=-2$. 已知 $f(x)=\left[x+\frac{4}{x}\right]$，$x\in\left[\frac{1}{2},6\right)$，则函数 $f(x)$ 的值域为

A. $\{4,6,8\}$　　B. $\{4,5,6\}$　　C. $\{4,5,6,7,8\}$　　D. $\{4,8\}$

7. 已知三棱锥 $P-ABC$ 的外接球 O，PC 为球 O 的直径，且 $PC=2$，$PA=PB=\sqrt{3}$，$AB=1$，那么三棱锥 $P-ABC$ 的体积为

A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$　　B. $\frac{\sqrt{6}}{6}$　　C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{6}$

8. 已知定义在 R 上的偶函数 $y=f(x)$ 的导函数为 $y=f'(x)$，当 $x>0$ 时，$\dfrac{xf'(x)+f(x)}{x}>0$，且 $f(2)=1$，则不等式 $f(2x-1)<\dfrac{2}{2x-1}$ 的解集为

A. $\left(-\infty,\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{3}{2},+\infty\right)$　　B. $\left(\frac{3}{2},+\infty\right)$

C. $\left(\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$　　D. $\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$

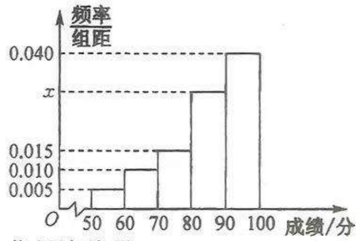
二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 2 分.

9. 在二项式 $\left(\sqrt{x}-\frac{1}{2x}\right)^6$ 的展开式中，下列说法正确的是

A. 常数项是 $\frac{15}{4}$　　B. 各项的系数和是 64

C. 第 4 项二项式系数最大　　D. 奇数项二项式系数和为 -32

10. 在某市高三年级举行的一次模拟考试中，某学科共有 20000 人参加考试. 为了了解本次考试学生成绩情况，从中抽取了 n 名学生的成绩(成绩均为正整数，满分为 100 分)进行统计，其成绩都在区间[50，100]内. 按照[50，60)，[60，70)，[70，80)，[80，90)，[90，100]的分组作出频率分布直方图如图所示. 其中，成绩落在区间[90，100]内的人数为 40，则下列结论正确的是



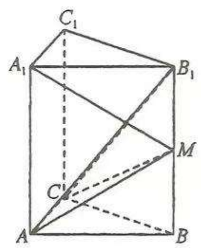
A. $n=1000$

B. 图中 $x=0.030$

C. 估计该市全体学生成绩的平均分为 84 分(同一组数据用该组区间的中点值作代表)

D. 若对 80 分以上的学生授予"优秀学生"称号，则该市约有 14000 人获得该称号

11. 如图，直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AB=4$，$AC=3$，$BC=AA_1=5$，M 是 BB_1 上的点，则下列结论正确的是



A. $AC\perp A_1M$

B. 若 M 是 BB_1 的中点，异面直线 AA_1，CM 夹角的余弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. 平面 AB_1C 将三棱柱截成一个五面体和一个四面体

D. A_1M+MC 的最小值是 $\sqrt{106}$

12. 过抛物线 $x^2=8y$ 的焦点 F 的直线交抛物线于 A，B 两点，分别过 A，B 作抛物线的切线交于点 P，则下列说法正确的是

A. 若直线 AB 的倾斜角为 $\frac{\pi}{4}$，则 $|AB|=16$　　B. 点 P 在直线 $y=-4$ 上

C. $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BP}=0$　　D. $\dfrac{|AB|+1}{|PF|}$ 的最小值为 $\frac{9}{4}$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 曲线 $f(x)=\frac{\ln x}{x}$在点$(1,f(1))$处的切线方程为________.

14. 若直线 $2x-y+a=0$ 被圆$(x-1)^2+(y-1)^2=1$ 截得的弦长为 2，则实数 a 的值为________.

15.《笑林广记》中有这样一则笑话："有自负棋高者.与人角，连负三局.次日，人问之曰：昨日较棋几局？答曰：三局.又问：胜负如何？曰：第一局我不曾赢，第二局他不曾输，第三局我本等要和，他不肯罢了."已知每局对弈结果有胜、和、负三种情形，根据"自负棋艺者"的回答，判断他"与人角"仅和了 1 局，则这一判断正确的概率为________.

16. 黎曼猜想由数学家波恩哈德·黎曼于 1859 年提出，是至今仍未解决的世界难题.黎曼猜想涉及到很多领域的应用，有些数学家将黎曼猜想的攻坚之路趣称为："各大行长躲在银行保险柜前瑟瑟发抖，不少黑客则潜伏敲着键盘蓄势待发".黎曼猜想研究的是无穷级数 $\xi(s)=\sum_{n=1}^{\infty}n^{-s}=\frac{1}{1^s}+\frac{1}{2^s}+\frac{1}{3^s}+\cdots$，我们经常从无穷级数的部分和$\frac{1}{1^s}+\frac{1}{2^s}+\frac{1}{3^s}+\cdots+\frac{1}{n^s}$入手.已知正项数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且满足 $S_n=\frac{1}{2}\left(a_n+\frac{1}{a_n}\right)$，则$\left[\frac{1}{S_1}+\frac{1}{S_2}+\cdots+\frac{1}{S_{400}}\right]=$________(其中$[x]$表示不超过 x 的最大整数).

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.(10 分)

已知公差不为 0 的等差数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，且 a_2,a_4-2,a_6 成等比数列.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2)设 $b_n=3^{a_n-1}$，求数列$\{b_n\}$的前 n 项和 S_n.

18.(12 分)

已知△ABC 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，且 $c\sin A=\sqrt{3}a+\sqrt{3}a\cos C$.

(1)求角 C 的大小；

(2)若 $c=2\sqrt{3}$，角 A 与角 B 的内角平分线相交于点 D，求△ABD 面积的最大值.

19.(12分)

农业科研人员为了提高某农作物的产量,在一块试验田中随机抽取该农作物50株作研究,单株质量(单位:克)落在各个小组的频数分布如下表:

数据分组	[12.5,15.5)	[15.5,18.5)	[18.5,21.5)	[21.5,24.5)	[24.5,27.5)	[27.5,30.5)	[30.5,33.5]
频数	4	8	10	12	10	3	3

(1)根据频数分布表,求该农作物单株质量落在[27.5,33.5]的概率(用频率估计概率);

(2)求这50株农作物质量的样本平均数 $\overline{X}$;(同一组数据用该组区间的中点值作代表)

(3)若这种农作物单株质量 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$,其中 μ 近似为样本平均数 $\overline{X}$,σ^2 近似为样本方差 S^2,经过计算知 $S^2=22.2516$,求 $P(X<26.94)$.

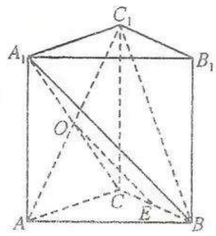
附:①若 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$,则 $P(\mu-\sigma<X\leqslant\mu+\sigma)=0.6826$,$P(\mu-2\sigma<X\leqslant\mu+2\sigma)=0.9544$;② $\sqrt{22.2516}\approx4.72$.

20.(12分)

如图,三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,$AA_1\perp$底面 ABC,$AC\perp BC$,$AC=BC=2$,$AA_1=4$,O 为侧面 AA_1C_1C 的对角线的交点,E 为棱 BC 的中点.

(1)求证:$OE/\!/$平面 A_1BC_1;

(2)求直线 OE 与平面 ABC_1 所成角的正弦值.



21.(12分)

已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的离心率为$\sqrt{5}$.

(1)求双曲线 C 的渐近线方程;

(2)动直线 l 分别交双曲线 C 的渐近线于 A,B 两点(A,B 分别在第一、四象限),且$\triangle OAB$(O 为坐标原点)的面积恒为8,是否存在总与直线 l 有且只有一个公共点的双曲线 C,若存在,求出双曲线 C 的方程;若不存在,说明理由.

22.(12分)

已知函数 $f(x)=(x-a-1)e^x-\dfrac{1}{2}ax^2+a^2x$.

(1)当 $a=0$ 时,求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2)若 $f(x)$在$(-\infty,0)$上只有一个极值,且该极值小于$-e^a-1$,求实数 a 的取值范围.


微信搜一搜
自主选拔在线