菁师联盟2023届12月质量监测考试

理科数学

试卷满分:150分　　考试时间:120分钟

注意事项:

1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内。
2. 全部答案在答题卡上完成，答在本试题上无效。
3. 回答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案用0.5mm黑色笔迹签字笔写在答题卡上。
4. 考试结束后，将本试题和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.已知全集$U=R$，集合$A=\{x||x-1|<1\}$，$B=\{x|x^2+x\geqslant 0\}$，则$(C_UA)\cup(C_UB)=$ (　　)

A.$[0,2]$　　B.$(-\infty,0]\cup[2,+\infty)$

C.$(0,2)$　　D.$(-\infty,0)\cup(2,+\infty)$

2.已知复数z满足$z\cdot(3+2i)=-1+3i$，则z的虚部为 (　　)

A.$\frac{11}{13}$　　B.$\frac{3}{13}$　　C.$-\frac{3}{13}$　　D.$-\frac{11}{13}$

3.2021年，我国全年货物进出口总额391009亿元，比上年增长21.4%.其中，出口217348亿元，增长21.2%；进口173661亿元，增长21.5%。货物进出口顺差43687亿元，比上年增加7344亿元.如图是我国2017—2021年货物进出口总额统计图，则下面结论中不正确的是 (　　)

2017-2021年货物进出口总额

A.2020年的货物进出口总额322215亿元

B.2020年的货物进出口顺差36343亿元

C.2017—2021年，货物进口总额逐年上升

D.2017—2021年，货物出口总额逐年上升

4. 丹麦化学家索伦森是首位建立PH值概念的生化学家，他把PH值定义为$PH=-\lg[H^+]$，式子中的$[H^+]$指的是溶液中的氢离子的浓度，单位为摩尔/升（mol/L），若某种溶液中的氢离子的浓度为6×10^{-8} mol/L，则该溶液的PH值约为（$\ln 6\approx0.78$）（　　）

A. 8　　B. 7.78　　C. 7.22　　D. 6

5. 已知直线$l:\sqrt{2}x-y-\sqrt{2}=0$与抛物线$C:y^2=4x$交于A，B两点，点A，B到x轴的距离分别为m，n，则$\frac{1}{m}+\frac{1}{n}=$（　　）

A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{6}}{4}$　　D. $\frac{\sqrt{6}}{6}$

6. 已知单位向量$\vec{e_1},\vec{e_2}$的夹角为θ，且向量$2\vec{e_1}+\vec{e_2}$与$\vec{e_1}-3\vec{e_2}$的夹角为120°，则$\cos\theta=$（　　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. $-\frac{23}{31}$　　C. $\frac{1}{2}$或$-\frac{23}{31}$　　D. $-\frac{1}{2}$或$\frac{23}{31}$

7. ΔABC的内角A，B，C的对边分别为a，b，c，$a=3$，$b=4$，$c=\sqrt{13}$，点D，E分别是边BC，BA的中点，且AD，CE交于点O，则四边形$BDOE$的面积为（　　）

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　B. $\frac{4\sqrt{3}}{5}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. $\frac{5\sqrt{3}}{4}$

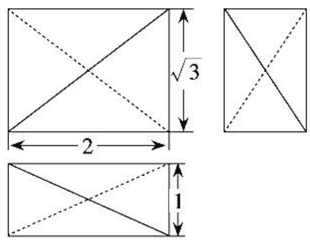
8. 右图为某四面体的三视图，则该几何体的体积为（　　）

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

C. $\sqrt{3}$

D. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$



9. 已知函数$f(x)=\cos(\omega x+\varphi)$，$(\omega>0,\ -\pi<\varphi<0)$，$f(0)=\frac{\sqrt{3}}{2}$，且$f(x)$在$[-100\pi,100\pi]$上恰有100个零点，则$\omega$的取值范围是（　　）

A. $\left[\frac{147}{300},\frac{149}{300}\right)$　　B. $\left(\frac{147}{300},\frac{149}{300}\right]$　　C. $\left[\frac{149}{300},\frac{151}{300}\right)$　　D. $\left(\frac{149}{300},\frac{151}{300}\right]$

10. 盒子中有9个大小质地完全相同的小球，其中3个红球，6个黑球，从中依次随机摸出3个小球，则第三次摸到红球的概率为（　　）

A. $\frac{19}{84}$　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{5}{14}$

11. 双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左，右焦点分别为$F_1$，$F_2$，过$F_2$的直线与$C$交于$A$，$B$两点，且$\overrightarrow{AF_2}=2\overrightarrow{F_2B}$，$\angle ABF_1=60°$，点$M$为线段$AF_2$的中点，则$\frac{|F_1M|}{|F_1F_2|}=$（　　）

A. $\frac{4}{3}$　　B. $\frac{2\sqrt{21}}{7}$　　C. $\frac{5}{3}$　　D. $\frac{3\sqrt{21}}{8}$

12. 设$a=\log_6 4$，$b=\log_9 5$，$c=\log_{12}8$，则（　　）

A. $a<b<c$　　B. $b<a<c$　　C. $b<c<a$　　D. $c<a<b$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.

13.若x，y满足约束条件$\begin{cases} x-y+1\geqslant 0 \\ x+y-1\geqslant 0 \\ y\geqslant 0 \end{cases}$，则$y-2x$的最大值为________.

14.$(x^3-x+1)^6$展开式中x^6的系数为________.（答案用数字作答）

15.在四棱锥$S-ABCD$中，底面$ABCD$为矩形，平面$SAC\perp$平面$ABCD$，$\cos\angle SAC=-\dfrac{1}{3}$，$SC=4$，则四棱锥$S-ABCD$外接球的表面积为________.

16.关于函数$f(x)=e^{\cos x}-\dfrac{1}{e^{\cos x}}$有如下四个命题：

①$f(x)$的图象关于y轴对称；

②$f(x)$的图象关于$(\pi,\ 0)$对称；

③$f(x)$的最小值是$\dfrac{1}{e}-e$；

④$f(x)$在$[0,\ \pi]$上单调递减.

其中所有真命题的序号是________.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17～21题为必考题，每个试题考生都必须作答，第22、23题为选考题，考生根据要求作答.

（一）必考题：共60分.

17.（12分）设数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且满足$a_1=-2$，$a_{n+1}=2a_n+3n-3$.

（1）证明：数列$\{a_n+3n\}$为等比数列；

（2）若$T_n=S_n+\dfrac{3}{2}n^2-\dfrac{13}{2}n$，求$T_n$的最小值.

18.（12分）某射击队派出甲、乙两人参加某项射击比赛，比赛规则如下：开始时先在距目标50米射击，命中则停止射击；第一次没有命中，可以进行第二次射击，但目标为100米；第二次没有命中，还可以进行第三次射击，此时目标在150米处；若第三次没命中则停止射击，比赛结束.已知甲在50米，100米，150米处击中目标的概率分别为$\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{3},\dfrac{1}{6}$，乙在50米，100米，150米处击中目标的概率分别为$\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{4},\dfrac{1}{5}$.

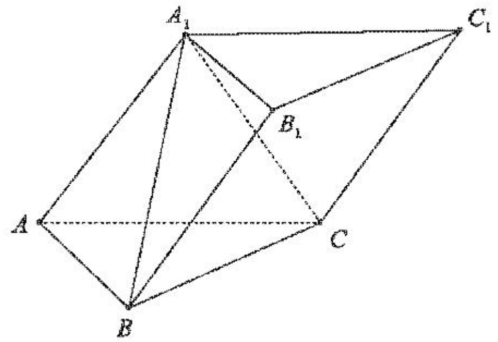
（1）求甲，乙两人中恰有一人命中目标的概率；

（2）若比赛规定，命中目标得2分，没有命中目标得0分，求该射击队得分X（X为甲，乙得分之和）的分布列和数学期望.

19.（12分）如图，在三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$AA_1=BA_1=CA_1=AC=2$，$\angle ABC=90°$.

（1）求直线A_1B与平面ABC所成的角；

（2）若$AB=1$，求二面角$A-A_1B-C$的正弦值.



20.（12分）已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$上点$P\left(1,\frac{3}{2}\right)$与圆$x^2+\left(y-\frac{a+3}{2}\right)^2=1$上点$M$的距离的最大值为$\sqrt{2}+1$.

（1）求椭圆C的方程；

（2）若点$Q\left(0,\frac{2}{3}\right)$，不过$(0,\ 1)$的动直线$l$与椭圆$C$交于$A$，$B$两点，且$\overrightarrow{QA}\cdot\overrightarrow{QB}=-\frac{23}{9}$，证明：动直线$l$过定点，并求出该定点坐标.

21.（12分）已知函数$f(x)=x\ln x-3x+4\ln(x+1)$的最小值为M.

（1）求M的值；

（2）若$g_1(x)=f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right)$，$g_{n+1}(x)=g_n(x)+g_n\left(\frac{1}{x}\right)(n\in N*)$，且函数$g_{2022}(x)$的最小值为$N$，证明：$\log_2\frac{N}{M}=2022$.

（二）选考题：共10分.请考生在第22、23题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.

22. [选修4-4：坐标系与参数方程]（10分）

在平面直角坐标系xOy中，$A(-2,0)$，$B(1,0)$，动点$P(x,y)$满足$|PA|=2|PB|$，动点P的轨迹为曲线C.

（1）写出曲线C的一个参数方程；

（2）求$|PA|\cdot|PB|$的取值范围.

23. [选修4-5：不等式选讲]（10分）

已知函数$f(x)=|x^2-3a^2-3|+|x^2-a-1|$，$a\in R$.

（1）当$a=0$时，解不等式$f(x)\leqslant 4$；

（2）若$f(x)\geqslant 2$恒成立，求a的取值范围.