文科数学答案解析及评分标准

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 【答案】C

【考查意图】本小题通过设置数学情境，设计解分式不等式与交集运算，主要考查解分式不等式，集合的交集运算等基础知识；考查运算求解能力。

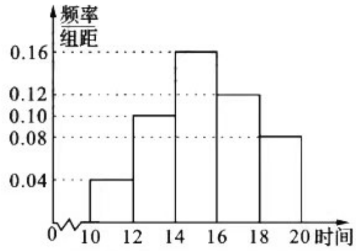
【解析】由 $\frac{2x-1}{x+1}\leqslant 1$ 等价于 $\frac{2x-1-x-1}{x+1}\leqslant 0$ 即 $\frac{x-2}{x+1}\leqslant 0$，解得 $-1<x\leqslant 2$，所以 $A\cap B=\{x|-2<x<1\}\cap\{x|-1<x\leqslant 2\}=\{x|-1<x<1\}$.

2. 【答案】A

【考查意图】本小题通过设置复数乘法情境，设计复数的除法运算，主要考查复数概念，共轭复数与复数的除法法则等基础知识；考查运算求解能力。

【解析】由题意得 $z=\frac{-1+2\mathrm{i}}{3+4\mathrm{i}}=\frac{(-1+2\mathrm{i})(3-4\mathrm{i})}{(3+4\mathrm{i})(3-4\mathrm{i})}=\frac{5+10\mathrm{i}}{25}=\frac{1}{5}+\frac{2}{5}\mathrm{i}$.

3. 【答案】C



【考查意图】本小题课外活动时间调查的实际情境，设计统计图表识别和运算问题，主要考查直方图概率计算等基础知识；考查运算求解能力。

【解析】设所求人数 $N=2\times(0.16+0.12+0.08)\times 200=144$，故选 C.

4. 【答案】B

【考查意图】本小题设置三角恒等变换情境，主要考查同角间的三角函数关系，二倍角公式等基础知识；考查运算求解能力，逻辑推理素养。

【解析】由 $\sin\frac{\alpha}{2}-\cos\frac{\alpha}{2}=\frac{\sqrt{5}}{5}$，两边平方得，$1-\sin\alpha=\frac{1}{5}$，从而 $\sin\alpha=\frac{4}{5}$.

5. 【答案】A

【考查意图】本小题设置课程学习情境，主要考查直线与圆的位置关系，充分条件与必要条件等基础知识，考查数学运算素养和逻辑推理素养。

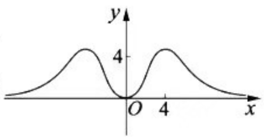
【解析】直线 $y=k(x+2)$ 与圆 $x^2+y^2=1$ 相切，则 $k=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$，故“$k=\frac{\sqrt{3}}{3}$”是“直线 $y=k(x+2)$ 与圆 $x^2+y^2=1$ 相切”的充分不必要条件.

6. 【答案】D

【考查意图】本小题通过设置曲线切线题情境，设计导数几何意义问题，主要考查求导公式、直线方程、导数几何意义等基础知识；考查运算求解能力，数学运算素养。

【解析】由题可知，切点坐标为 $(1,2)$，又 $y'=\frac{1}{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}$，则切线斜率 $k=y'\big|_{x=1}=2$，故切线方程为 $y-2=2(x-1)$，即 $y=2x$.

7. 【答案】A



【考查意图】本小题通过设置函数图象情境，设计与函数奇偶性、单调性等性质相关的问题，主要考查函数性质综合应用；考查推理论证能力，直观想象、逻辑推理素养。

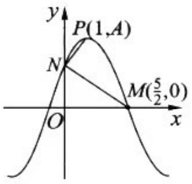
【解析】由图象的对称性可知，函数 $f(x)$ 可为偶函数，B，D 中的函数为奇函数，不符合题意；A，C 中的函数满足，对于 C，$f(4)=\frac{4^2}{e^4+e^{-4}}\leqslant\frac{16}{e^4}<1$，不符合题意，故选 A.

8. 【答案】A

【考查意图】本小题设置课程学习情境，考查线线角和线面角的表示和计算，主要考查空间想象能力，数据分析和数学运算素养。

【解析】设 $AB=a$，$AD=b$，$AA_1=c$，则 $A_1C=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$，由于 $AD\,/\!/\,BC$，所以异面直线 A_1C 与 AD 所成角为 $\angle A_1CB=60°$，从而 $A_1C=2b$，由于 $AB\,/\!/\,CD$，所以异面直线 A_1C 与 AB 所成角为 $\angle A_1CD=45°$，从而 $A_1C=\sqrt{2}a$，所以 $c=b$，$a=\sqrt{2}b$，所以 $A_1B=\sqrt{5}b$，$B_1D=2b$，故 $d_{B_1-A_1BC}=\frac{\sqrt{6}}{3}$，直线 B_1D 和平面 A_1BC 所成的角的正弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$，从而直线 B_1D 和平面 A_1BC 所成的角的余弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$. 故选 A.

9. 【答案】B



【考查意图】本小题通过设置正弦型函数图象情境，设计两弦互相垂直问题，主要考查正弦函数的解析式，特殊角的三角函数值等必备知识；考查运算求解能力，逻辑推理能力，数形结合思想，直观想象素养。

【解析】若 $f(x)$ 的周期为 T，由题意有 $\frac{T}{4}=x_M-x_P=\frac{5}{2}-1=\frac{3}{2}$，所以 $T=6$，所以 $\omega=\frac{2\pi}{6}=\frac{\pi}{3}$，由 $\frac{\pi}{3}\times\frac{5}{2}+\varphi=k\pi\,(k\in\mathbf{Z})$，因为 $|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，所以 $\varphi=\frac{\pi}{6}$，即 $f(x)=A\sin\left(\frac{\pi}{3}x+\frac{\pi}{6}\right)$，所以 $f(x)$ 与 y 轴的交点 $N\left(0,\frac{A}{2}\right)$，由 $NM\perp NP$，则 $\overrightarrow{NM}\cdot\overrightarrow{NP}=\left(\frac{5}{2},-\frac{A}{2}\right)\cdot\left(1,\frac{A}{2}\right)=\frac{5}{2}-\frac{A^2}{4}=0$，解得 $A=\pm\sqrt{10}$（舍负）.

10. 【答案】B.

【考查意图】本小题设置课程学习情境，主要考查直线与抛物线的位置关系，三角形的面积计算等基础知识，考查数学运算素养和逻辑推理素养。

【解析】不妨设 A 在上方，直线与抛物线联立得 $A(6,9)$，$B(-2,1)$，而 $F(0,1)$，从而 $|BF|=2$，易知点 A 到直线 BF 的距离为 8，则 $\triangle ABF$ 的面积为 8.

11. 【答案】D

【考查意图】本小题通过设置对数式大小探索性情境，设计函数与导数应用问题，主要考查利用导数研究函数性质等基础知识；考查推理论证、运算求解等数学能力，数学抽象、逻辑推理素养。

【解析】设函数 $f(x)=\frac{x}{\ln x}$，则 $f'(x)=\frac{\ln x-1}{(\ln x)^2}$. 所以，当 $x\geqslant e$ 时，$f'(x)\geqslant 0$ 恒成立，故函数 $f(x)$ 在 $[e,+\infty)$ 上单调递增. 又 $a=2\log_2 e=\frac{2}{\ln 2}=\frac{4}{\ln 4}=f(4)$，$b=\frac{3}{\ln 3}=f(3)$，$e<3<$

4，所以 $f(\mathrm{e})<f(3)<f(4)$，故 $\mathrm{e}<b<a$.

12. 【答案】C

【考查意图】本小题设置课程学习情境，设计四棱锥和球的组合体，分析数据的相关关系，并计算，主要考查空间想象能力和数学运算素养。

【解析】设正方形 $ABCD$ 的外接圆的半径为 r，球心 O 到平面 $ABCD$ 的距离为 d，则 $d^2+r^2=4$，且正方形 $ABCD$ 的面积为 $2r^2$，四棱锥 $P-ABCD$ 的体积为 $V=\frac{1}{3}(2r^2)\cdot(2d)=\frac{4}{3}d(4-d^2)$，设 $f(x)=x(4-x^2)$，则 $f'(x)=4-3x^2$，于是 $f(x)$ 在 $\left(0,\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$ 单增，$\left(\frac{2\sqrt{3}}{3},2\right)$ 单减，从而 $f(x)_{\max}=f\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)=\frac{16\sqrt{3}}{9}$，于是 $V=\frac{4}{3}f(d)\leqslant\frac{64\sqrt{3}}{27}$.

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 【答案】$\frac{3\pi}{4}$

【考查意图】本小题通过设置数学情境，设计两个已知向量求夹角问题，主要考查求两个向量的夹角公式，特殊角的三角函数值等必备知识；考查运算求解能力，数形结合思想。

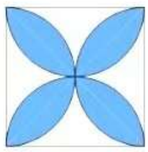
【解析】设向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 的夹角为 α，则 $\cos\alpha=\frac{(-3,1)\cdot(4,2)}{\sqrt{(-3)^2+1^2}\cdot\sqrt{4^2+2^2}}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$，所以 $\alpha=\frac{3\pi}{4}$.

14. 【答案】10

【考查意图】本题设置数学情境，设计综合性问题，主要考查双曲线的定义及标准方程，双曲线的几何性质等必备知识，考查转化与化归的思想方法，以及逻辑推理与数学运算等核心素养。

【解析】由题意，点 B 在双曲线 E 的左支上，根据双曲线的定义，$|BF|-|BF_1|=2$，$|AF_1|-|AF|=2$，从而 $|BF|=2+|BF_1|$，$|AB|=|AF_1|-|BF_1|=|AF|+2-|BF_1|=5-|BF_1|$，故 $|BF|+|AB|=7$，所以 $\triangle ABF$ 的周长 $=|BF|+|AB|+|AF|=7+3=10$，故答案为：10.

15. 【答案】$\frac{\pi}{2}-1$



【考查意图】本小题通过设置四叶草生活情境，设计几何概型问题，主要考查阴影部分求面积，几何概型等必备知识；考查运算求解能力，逻辑思维能力，数学建模能力，数学抽象和直观想象素养。

【解析】不妨设正方形的边长为 2 个单位，则图中阴影部分的面积为两个圆的面积减去一个正方形的面积，即 $2\pi-4$，根据几何概型，小豆落在四叶草图（图中阴影部分）上的概率为 $P=\frac{2\pi-4}{4}=\frac{\pi}{2}-1$.

16. 【答案】$\frac{2\pi}{3}$

【考查意图】本小题通过设置三角形与外接圆面积情境，设计正弦定理与两角和差的正弦公式应用问题，主要考查三角形面积公式，圆的面积，正弦定理，两角和差的正弦公式等必备知识；考查运算求解能力，逻辑思维能力，数学应用性与创新性。

【解析】因为 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{3}S_{\odot O}$，所以 $\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{3}\pi R^2$，由正弦定理得 $a=2R\sin A$，$b=$

$2R\sin B$，所以 $\frac{1}{2}\times 2R\sin A\times 2R\sin B\cdot\sin C=\frac{1}{3}\pi R^2$，所以 $\sin A\sin B\sin C=\frac{\pi}{6}$，又 $2\sin A\cos(B-C)+\sin 2A=2\sin A[\cos(B-C)-\cos(B+C)]=4\sin A\sin B\sin C=4\times\frac{\pi}{6}=\frac{2\pi}{3}$.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共 60 分。

17.（12 分）

【考查意图】本小题学校体育锻炼情况为情境，设计独立性检验等问题，考查列联表、卡方分布、概率等基础知识；考查统计与概率思想，数学运算、数据分析等素养。

【解析】(1)由题，

有 $K^2=\dfrac{800\times(200\times150-150\times300)^2}{350\times450\times500\times300}=\dfrac{160}{21}\approx7.619>6.635$，……6 分

因此，有 99% 的把握认为性别因素与学生锻炼的经常性有关系. ……8 分

(2)由图表可知，样本数据中，经常锻炼的学生人数为 450，频率为 $\dfrac{450}{800}=\dfrac{9}{16}$，……10 分

将频率视作概率，则在该校随机抽取一名学生，抽取到经常锻炼的学生的概率为 $\dfrac{9}{16}$，

则该校 4000 名学生中，经常锻炼的学生人数的估计值为 $\dfrac{9}{16}\times4000=2250$. ……12 分

18.（12 分）

【考查意图】本小题通过设置等差等比数列情境，设计数列通项与前 n 项和问题，主要考查等差数列，等比数列的通项公式，前 n 项和公式，方程与不等式等必备知识；考查运算求解能力，逻辑推理能力，数学应用与数学探究意识。

【解析】(1)设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d，正项等比数列 $\{b_n\}$ 的公比为 $q(q>0)$. ……1 分

由 $a_1=b_1=2$，$b_3=a_7=a_2+a_4$.

即 $2q^2=2+6d=2+d+2+3d$，……3 分

解得 $d=1, q=2$，

所以，数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=n+1$，……6 分

数列 $\{b_n\}$ 的通项公式为 $b_n=2^n$. ……7 分

(2)由(1)得 $S_{20}=\dfrac{20\times(2+21)}{2}=230$，……9 分

$T_7=\dfrac{2(1-2^7)}{1-2}=2^8-2=254$，……11 分

所以，$T_7>S_{20}$. ……12 分

19.（12 分）

【考查意图】本小题设置课程学习情境，设计空间位置关系的证明，计算几何体的体积。准确认识线线共面垂直和异面垂直的判定方式，有效进行线线垂直和线面垂直的转化；几何体的切割和补形求几何体积。主要考查空间想象能力和数学运算素养。

【答案】(1)略；(2)$\frac{11}{6}$

【解析】(1)因为底面$ABCD$是菱形，所以四边形$ABCD$的对角线$AC\perp BD$.

因为M,N是BC,AD中点，所以$MN\parallel BD$，故$AC\perp MN$.

又因为$CG\perp MN$，且多面体$ABCD-EFGH$是四棱台，所以A,C,G,E共面，

所以$MN\perp$面$ACGE$，又因为$AE\subseteq$面$ACGE$，所以$AE\perp MN$. ……3分

又因为多面体$ABCD-EFGH$是四棱台，所以四边形$AEFB$是梯形.

取点K为线段AB的中点，连接FK.

因为$AK\parallel EF$，$AK=EF$，所以四边形$AKFE$是平行四边形，故$AE\parallel KF$.

在$\triangle FKB$中，$BF^2=BK^2+FK^2$，故$FK\perp AB$，即$AE\perp AB$，

因为MN与AB是相交直线，所以$AE\perp$面$ABCD$，

而$AE\subseteq$面$ABFE$，所以面$ABFE\perp$面$ABCD$. ……6分

(2)当$MN=\sqrt{2}$时，$BD=2MN=2\sqrt{2}=\sqrt{AB^2+AD^2}$，所以$\triangle ABD$为直角三角形，

故$AB\perp AD$，菱形$ABCD$是边长为2的正方形.

由(1)知，$AE\perp ABCD$，所以四棱台$ABCD-EFGH$的高为1，

$V_{ABCD-EFGH}=\frac{1}{3}\cdot 1(1+2+4)=\frac{7}{3}$. ……9分

又因为$V_{G-MNC}=\frac{1}{3}\cdot 1\left(\frac{1}{2}\cdot 1\cdot 1\right)=\frac{1}{6}$，$V_{H-ADN}=\frac{1}{3}\cdot 1\left(\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 1\right)=\frac{1}{3}$，

所以多面体$ABMN-EFGH$的体积为$\frac{7}{3}-\frac{1}{6}-\frac{1}{3}=\frac{11}{6}$. ……12分

20.（12分）

【答案】(1)点M在直线$x=4$上；(2)直线PQ过定点$(1,0)$.

【解析】(1)证明：设$M(x,y)$，则$k_{MA}=\frac{y}{x+4}$，$k_{MB}=\frac{y}{x-2}$， ……2分

因为$k_{MB}=3k_{MA}$，所以$3(x-2)=x+2$，即$x=4$，

故点M在直线$x=4$上. ……4分

(2)由题知：$a=2,c=1,b=\sqrt{3}$，故$C:\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$，

由(1)知，点M在直线$x=4$上，设$M(4,m)$，$P(x_1,y_1)$，$Q(x_2,y_2)$.

则$MA:y=\frac{m}{6}(x+2)$，代入$C:\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$，

得$(m^2+27)x^2+4m^2x+4m^2-108=0$.

所以$-2x_1=\frac{4m^2-108}{m^2+27}$，即$x_1=\frac{-2m^2+54}{m^2+27}$， ……6分

故$y_1=\frac{m}{6}(x_1+2)=\frac{18m}{m^2+27}$，

同理可得：$x_2=\frac{2m^2-6}{m^2+3}$，$y_2=\frac{-6m}{m^2+3}$. ……8分

取点$N(1,0)$，则$\overrightarrow{NP}=\left(\frac{-3m^2+27}{m^2+27},\frac{18m}{m^2+27}\right)$，$\overrightarrow{NQ}=\left(\frac{m^2-9}{m^2+3},\frac{-6m}{m^2+3}\right)$， ……10分

又因为 $\dfrac{-3m^2+27}{m^2+27}\cdot\dfrac{-6m}{m^2+3}-\dfrac{18m}{m^2+27}\cdot\dfrac{m^2-9}{m^2+3}=0$，

所以 $\overrightarrow{NP}\parallel\overrightarrow{NQ}$，即直线 PQ 过定点 $(1,0)$. ……………………………………12 分

21.（12 分）

【考查意图】本小题主要考查函数零点、极值，导数的应用等基础知识，考查化归与转化、函数与方程等数学思想，考查推理论证、运算求解等数学能力。

【解析】(1)由 $f(x)=x\ln x-a(x^2-1)+x$ 得 $f'(x)=\ln x-2ax+2(x>0)$，

因为 $f(x)$ 单调递减，所以 $f'(x)=\ln x-2ax+2\leqslant 0$ 在 $x>0$ 时恒成立，

即 $2a\geqslant\dfrac{\ln x+2}{x}$，令 $g(x)=\dfrac{\ln x+2}{x}(x>0)$，则 $g'(x)=\dfrac{-\ln x-1}{x^2}$，

可知 $0<x<\dfrac{1}{\mathrm{e}}$ 时，$g'(x)>0$，$g(x)$ 单调递增；$x>\dfrac{1}{\mathrm{e}}$ 时，$g'(x)<0$，$g(x)$ 单调递减，

则 $x=\dfrac{1}{\mathrm{e}}$ 时 $g(x)$ 取极大值 $g\left(\dfrac{1}{\mathrm{e}}\right)=\mathrm{e}$，所以 $2a\geqslant\mathrm{e}$，

所以，a 的取值范围是 $\left[\dfrac{\mathrm{e}}{2},+\infty\right)$. ……………………………………4 分

(2)由(1)知 $f'(x)=\ln x-2ax+2$，

因为函数 $f(x)$ 有两个极值点 x_1,x_2，则 $f'(x)=\ln x-2ax+2$ 有两个零点 x_1,x_2，

可知 $0<a<\dfrac{\mathrm{e}}{2}$，且 $x_2>2x_1>0$，……………………………………5 分

要证明 $\mathrm{e}^6x_1x_2^2>32$，只需证明 $\ln x_1+2\ln x_2=5\ln2-6$. ……………………………………6 分

由 $\begin{cases}\ln x_1-2ax_1+2=0,\\ \ln x_2-2ax_2+2=0,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}\ln x_1=2ax_1-2,\\ \ln x_2=2ax_2-2,\end{cases}$ 则 $2a=\dfrac{\ln x_1-\ln x_2}{x_1-x_2}$，

$$\begin{aligned}\text{所以，}\ln x_1+2\ln x_2&=2a(x_1+2x_2)-6\\&=\frac{\ln x_1-\ln x_2}{x_1-x_2}(x_1+2x_2)-6\\&=\frac{\ln\frac{x_1}{x_2}}{\frac{x_1}{x_2}-1}\left(\frac{x_1}{x_2}+2\right)-6.\end{aligned}$$

令 $t=\dfrac{x_1}{x_2}$，则 $t\in\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$，要证明 $\ln x_1+2\ln x_2>5\ln2-6$，需证明 $\dfrac{\ln t}{t-1}(t+2)>5\ln2$.

……………………………………9 分

令 $h(t)=\dfrac{\ln t}{t-1}(t+2)$，且 $t\in\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$，则 $h'(t)=\dfrac{t-3\ln t-\frac{2}{t}+1}{(t-1)^2}$，

令 $u(t)=t-3\ln t-\dfrac{2}{t}+1$，且 $t\in\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$，则 $u'(t)=1-\dfrac{3}{t}+\dfrac{2}{t^2}=\dfrac{(t-1)(t-2)}{t^2}>0$，

则 $u(t)$ 在 $t\in\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$ 时单调递增，故 $u(t)<u\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{1}{2}+3\ln2-3<0$，

故 $h'(t)<0$，则 $h(t)$ 在 $t\in\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$ 时单调递减，

所以，$h(t)>h\left(\dfrac{1}{2}\right)=5\ln2$，即 $\dfrac{\ln t}{t-1}(t+2)>5\ln2$，则有 $\ln x_1+2\ln x_2>5\ln2-6$.

所以 $e^6x_1x_2^2>32$，即原不等式成立. ……………………………………12 分

（二）选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22. [选修 4－4：坐标系与参数方程]（10 分）

【答案】(1)$C:(x-2)^2+y^2=4$，$l:x-y=-1$；(2) 直线 l 与圆 C_1 没有公共点.

【解析】(1) 因为曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=2+2\cos\theta,\\ y=2\sin\theta\end{cases}$ (θ 为参数)，

所以 $(x-2)^2+y^2=(2\cos\theta)^2+(2\sin\theta)^2=4$，

即曲线 C 的普通方程为：$(x-2)^2+y^2=4$. ……………………………………3 分

因为 $\rho\cos\theta=x,\rho\sin\theta=y$，由 $\rho(\cos\theta-\sin\theta)=-1$，

可得 l 的方程为：$x-y+1=0$. ……………………………………5 分

(2) 设 $P(x,y)$，设 $M(2+2\cos\theta,2\sin\theta)$.

因为 $\overrightarrow{AP}=2\overrightarrow{AM}$，

所以 $(x+1,y)=2(2+2\cos\theta+1,2\sin\theta)=(6+4\cos\theta,4\sin\theta)$，

则 $\begin{cases}x+1=6+4\cos\theta,\\ y=4\sin\theta,\end{cases}$

故 P 的轨迹 C_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=5+4\cos\theta,\\ y=4\sin\theta\end{cases}$ (θ 为参数). ……………………………………8 分

所以曲线 C_1 为圆心 $C_1(5,0)$，半径为 4 的圆.

而圆心 C_1 到直线 l 的距离为 $\dfrac{|5-0+1|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=3\sqrt{2}$.

因为 $3\sqrt{2}>4$，所以直线 l 与圆 C_1 相离，故直线 l 与圆 C_1 没有公共点. ……………………10 分

23. [选修 4－5：不等式选讲]（10 分）

【考查意图】本小题以含绝对值的不等式为命题情境，主要考查不等式的证明方法、重要不等式等基础知识；考查推理论证能力、运算求解能力；逻辑推理、数学运算素养。

【解析】(1) 当 $x<-2$ 时，$f(x)=-2x+2-x-2\leqslant 6-x$，解得 $-3\leqslant x<-2$；………1 分

当 $-2\leqslant x\leqslant 1$ 时，$f(x)=-2x+2+x+2\leqslant 6-x$，可得 $-2\leqslant x\leqslant 1$；………………2 分

当 $x>1$ 时，$f(x)=2x-2+x+2\leqslant 6-x$，解得 $1<x\leqslant\dfrac{3}{2}$，……………………………3 分

综上所述，原不等式的解集为 $\left\{x\middle|-3\leqslant x\leqslant\dfrac{3}{2}\right\}$. ……………………………5 分

(2) 若 $x<-2$，则 $f(x)=-3x>6$；

若 $-2\leqslant x\leqslant 1$，则 $f(x)=-x+4\geqslant 3$；

若 $x>1$，则 $f(x)=3x>3$.

所以函数 $f(x)$ 的最小值 $T=3$，故 $a+b+c=3$. ……………………………7 分

又 a,b,c 为正数，

则有 $\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{4}{c}\right)(a+b+c)=6+\dfrac{b}{a}+\dfrac{a}{b}+\dfrac{c}{a}+\dfrac{4a}{c}+\dfrac{c}{b}+\dfrac{4b}{c}$

$$\geqslant 6+2\sqrt{\frac{b}{a}\cdot\frac{a}{b}}+2\sqrt{\frac{c}{a}\cdot\frac{4a}{c}}+2\sqrt{\frac{c}{b}\cdot\frac{4b}{c}}$$
$$=16.$$

当且仅当 $a=b=\frac{3}{4}$，$c=\frac{3}{2}$ 时等号成立.

所以，$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{4}{c}\geqslant\frac{16}{3}$. ……………………………………………………………………………10 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。