2023年春期六校第二次联考

高二年级数学参考答案

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	B	A	D	B	C	A	C

1．D

【解析】由求导公式即可计算，$(\sin x)'=\cos x$，$(\ln 3)'=0$，$(2^x)'=\ln 2\cdot 2^x$，$(\frac{1}{x})'=-\frac{1}{x^2}$.

2．B

【解析】由抛物线过点（-2,1），可得出参数 $a=1$，故准线方程为 $y=-1$.

3．A

【解析】由两线平行可得 $a=2$ 或 $a=-1$，又因为两平行线间的距离为 $\frac{3\sqrt{2}}{4}$，所以可验证 $a=2$.

4．D

【解析】由等比数列性质可得 $a_2=2$ 或 $a_2=-2$，又因为 $a_9=256$，当 $a_2=2$ 时，得公比 $q=2$，此时 $a_7=64$，当 $a_2=-2$ 时，得公比 $q=-2$，此时 $a_7=64$.

5．B

【解析】由导函数的图像可知，当 $x\in(-\infty,-3)$ 时，$f'(x)<0$，当 $x\in(-3,1)$ 时，$f'(x)\ge 0$，所以函数 $f(x)$ 在 $x\in(-\infty,-3)$ 上单调递减，在 $x\in(-3,1)$ 上，单调递增，故 B 项正确.-3 是函数的极小值点故 A 错，-1 不是函数的最小值点，故 C 错.由 $f'(0)>0$ 可知，在 $x=0$ 处切线的斜率大于 0；故 D 错.

6．C

【解析】$\left(\frac{f(x)}{e^x}\right)'=\frac{f'(x)-f(x)}{e^x}<0,\ \frac{f(x)}{e^x}$ 是减函数，由 $f(x)<2e^x$ 得：$\frac{f(x)}{e^x}<2=\frac{f(0)}{e^0}$，所以 $x>0$，故选 C.

【点睛】用导数解抽象函数不等式，实质是利用导数研究对应函数单调性，而对应函数需要

构造.构造辅助函数常根据导数法则进行：如 $f'(x)<f(x)$ 构造 $g(x)=\dfrac{f(x)}{e^x}$；如 $f'(x)+f(x)<0$ 构造 $g(x)=e^x f(x)$；如 $xf'(x)<f(x)$ 构造 $g(x)=\dfrac{f(x)}{x}$；如 $xf'(x)+f(x)<0$ 构造 $g(x)=xf(x)$ 等.

7．A

【解析】根据“躺平点”定义可得 $g(a)=g'(a)$，又 $g'(x)=e^x-1$；

所以 $e^a-a=e^a-1$，解得 $a=1$；同理 $h'(x)=\dfrac{1}{x}$，即 $\ln b=\dfrac{1}{b}$；

另 $m(x)=\ln x-\dfrac{1}{x}$，则 $m'(x)=\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}>0$，即 $m(x)$ 为 $(0,+\infty)$ 上的单调递增函数，

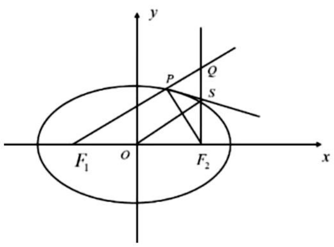
有 $m(1)=-1<0,m(e)=1-\dfrac{1}{e}>0$，所以 $m(x)$ 在 $(1,e)$ 有唯一零点，即 $b\in(1,e)$；

易知 $\varphi'(x)=1024$，即 $\phi(c)=1024c+1024=\phi'(c)=1024$，解得 $c=0$；因此可得 $b>a>c$，选 A.

8．C

【解析】由题意，P 是以 F_1,F_2 为焦点的椭圆上一点，过焦点 F_2 作△ F_1PF_2 在点 P 处的外角平分线的垂线，垂足为 S，延长 F_2S 交 F_1P 的延长线于 Q，得 $PQ=PF_2$，由椭圆的定义知 $PF_1+PF_2=2a$，故有 $PF_1+PQ=QF_1=2a$，连接 OS，知 OS 是三角形 F_1F_2Q 的中位线，

$\therefore OS=a$，即点 S 到原点的距离是定值 a，由此知点 S 的轨迹是以原点为圆心，a 为半径的圆。点 S 的轨迹所围成的图形的面积为 πa^2.



二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

题号	9	10	11	12
答案	BC	BD	AC	CD

9．BC

【解析】直接由曲线的定义可得.

10．BD

【详解】对 A，$S_9>0$，$S_{10}<0$，即 $\dfrac{9(a_1+a_9)}{2}>0$，$\dfrac{10(a_1+a_{10})}{2}<0$，即 $9a_5>0$，$5(a_5+a_6)<0$，则 $a_5>0$，$a_6<0$，故 $d=a_6-a_5<0$，故 $\{a_n\}$ 为递减数列，故 A 错误；

对 B，设 $\{a_n\}$ 的首项为 a_1，则 $S_n=na_1+\dfrac{n(n-1)}{2}d$，$\dfrac{S_n}{n}=a_1+\dfrac{n-1}{2}d=a_1+\dfrac{d}{2}(n-1)$，故数列 $\left\{\dfrac{S_n}{n}\right\}$ 是以 a_1 为首项，公差为 $\dfrac{d}{2}$ 的等差数列，故 B 正确；对 C，由 A 知 $a_6<0$，$a_5>0$，$d<0$，故当 S_n 取得最大值时，$n=5$，C 错误；对 D，当 $a_1=2$ 时，由 A 知 $a_5=2+4d>0$，$S_{10}=10a_1+\dfrac{10\times9}{2}d=10\times(2+\dfrac{9}{2}d)<0$，则 d 的取值范围为 $(-\dfrac{1}{2},-\dfrac{4}{9})$ 故 D 正确.故选：BD.

11．AC

【解析】对于 $f(x)$，因为 $f\left(\dfrac{3}{2}-2x\right)$ 为偶函数，所以 $f\left(\dfrac{3}{2}-2x\right)=f\left(\dfrac{3}{2}+2x\right)$ 即 $f\left(\dfrac{3}{2}-x\right)=f\left(\dfrac{3}{2}+x\right)$①，所以 $f(3-x)=f(x)$，所以 $f(x)$ 关于 $x=\dfrac{3}{2}$ 对称，则 $f(-1)=f(4)$，故 C 正确；对于 $g(x)$，因为 $g(2+x)$ 为偶函数，$g(2+x)=g(2-x)$，$g(4-x)=g(x)$，所以 $g(x)$ 关于 $x=2$ 对称，由①求导，和 $g(x)=f'(x)$，得

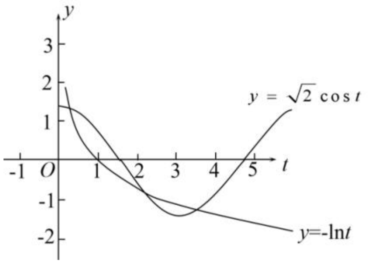
$$\left[f\left(\frac{3}{2}-x\right)\right]'=\left[f\left(\frac{3}{2}+x\right)\right]'\Leftrightarrow -f'\left(\frac{3}{2}-x\right)=f'\left(\frac{3}{2}+x\right)\Leftrightarrow -g\left(\frac{3}{2}-x\right)=g\left(\frac{3}{2}+x\right)，$$ 所以

$g(3-x)+g(x)=0$，所以 $g(x)$ 关于 $(\dfrac{3}{2},0)$ 对称，因为其定义域为 R，所以 $g\left(\dfrac{3}{2}\right)=0$，结合 $g(x)$ 关于 $x=2$ 对称，从而周期 $T=4\times\left(2-\dfrac{3}{2}\right)=2$，所以 $g\left(-\dfrac{1}{2}\right)=g\left(\dfrac{3}{2}\right)=0$，$g(-1)=g(1)=-g(2)$，故 A 正确，D 错误；若函数 $f(x)$ 满足题设条件，则函数 $f(x)+C$（C 为常数）也满足题设条件，所以无法确定 $f(x)$ 的函数值，故 B 错误.故选：AC.

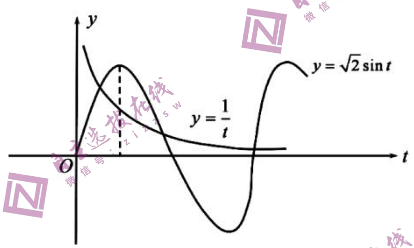
12．CD

【解析】$f(x)=\ln\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)+\sqrt{2}\cos\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)$，因为 $y=\ln\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)$ 不是周期函数，则 $f(x)$ 不是周期函数，A 错；令 $x-\dfrac{\pi}{4}=t$，$g(t)=\ln t+\sqrt{2}\cos t$，$g'(t)=\dfrac{1}{t}-\sqrt{2}\sin t$，令 $g(t)=0$，

则 $-\ln t=\sqrt{2}\cos t$，作出 $y=-\ln t$ 与 $y=\sqrt{2}\cos t$ 的大致图象，由图可知，$y=-\ln t$ 与 $y=\sqrt{2}\cos t$ 的图象有 3 个交点，



$\therefore g(t)$ 有 3 个零点，$\therefore f(x)$ 有 3 个零点，B 错误；作出 $y=\dfrac{1}{t}$ 与 $y=\sqrt{2}\sin t$ 的图象，由图可知，$g'(t)$ 有无数个零点



$\therefore g(t)$ 有无数个极值点，即 $f(x)$ 有无数个极值点，C 正确；因为 $g'(t)$ 在 $\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$ 有零点，所以 $g(t)$ 在 $\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$ 不单调，$\therefore f(x)$ 在 $\left(\dfrac{\pi}{4},\dfrac{3}{4}\pi\right)$ 不单调，D 正确；故选：CD.

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13．1

【解析】$f'(x)=\dfrac{ax-1}{x}$.当 $a\le 0$ 时，$f'(x)<0$，即 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减，所以当 $\forall x_0>1$ 时，$f(x_0)<f(1)=0$，与 $f(x)\ge 0$ 恒成立矛盾.当 $a>0$ 时，因为 $0<x<\dfrac{1}{a}$ 时 $f'(x)<0$，当 $x>\dfrac{1}{a}$ 时 $f'(x)>0$，所以 $f(x)_{\min}=f\left(\dfrac{1}{a}\right)$，又因为 $f(1)=a-a-\ln 1=0$，所以 $\dfrac{1}{a}=1$，解得 $a=1$

14．$\dfrac{13}{2}$

【解析】因为 $x=3$ 时，$y=\frac{9}{2}<6$，所以点 M 在抛物线的上侧，由抛物线的定义可知，$|FQ|$ 等于点 Q 到准线 $y=-\frac{1}{2}$ 的距离，当由点 M 作准线的垂线，交抛物线于 Q 时，$|MQ|+|QF|$ 有最小值 $6-(-\frac{1}{2})=\frac{13}{2}$.

15．$0<t<1$ （写成（0,1）也得分）

【解析】由题意得函数定义域为 $(0,+\infty)$，又$\because f'(x)=-x-3+\frac{4}{x}=\frac{-x^2-3x+4}{x}=0$，则 $-x^2-3x+4=0$，$x_1=-4$，$x_2=1$，又因为 $x>0$，所以当 $x\in(0,1)$ 时 $f'(x)>0$，函数 $f(x)$ 单调递增，当 $x\in(1,+\infty)$ 时，$f'(x)<0$，函数 $f(x)$ 单调递减，故若函数在（t，t+1）上不单调，则只需 $t<1<t+1$ 即可，故 t 范围为 $0<t<1$.

16．$[0,+\infty)$

【分析】利用等差中项列式，探讨数列 $\{a_n\}$ 项间关系，求出 $\{a_n\}$ 的通项，再列出不等式求解作答.

【解析】依题意，$na_{n+2}=(n+2)a_n+\lambda(n^2+2n)$，即 $na_{n+2}-(n+2)a_n=\lambda(n^2+2n)$，因此 $\frac{a_{n+2}}{n+2}-\frac{a_n}{n}=\lambda$，而 $a_1=1,a_2=2$，即 $\frac{a_1}{1}=\frac{a_2}{2}=1$，于是得数列 $\{\frac{a_{2n-1}}{2n-1}\},\{\frac{a_{2n}}{2n}\}$ 都是以 1 为首项，λ 为公差的等差数列，因此 $\frac{a_{2n-1}}{2n-1}=1+(n-1)\lambda$，$\frac{a_{2n}}{2n}=1+(n-1)\lambda$，即有 $a_{2n-1}=2n-1+(2n-1)(n-1)\lambda$，$a_{2n}=2n+2n(n-1)\lambda$，由 $a_{2n+1}>a_{2n}$ 得：$2n+1+n(2n+1)\lambda>2n+2n(n-1)\lambda$，整理得 $3n\lambda>-1$，即 $\lambda>-\frac{1}{3n}$，于是得 $\lambda>-\frac{1}{3n}$ 对 $n\in N^*$ 恒成立，而 $\forall n\in N^*$，$-\frac{1}{3n}<0$ 恒成立，则 $\lambda\geq 0$，所以实数 λ 的取值范围为 $[0,+\infty)$.故答案为：$[0,+\infty)$.

【点睛】思路点睛：涉及数列不等式恒成立问题，可以变形不等式，分离参数，借助函数思想求解即可.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17．（10 分）**【解析】**

（1）由 $\begin{cases}2x-y+9=0\\3x+2y+3=0\end{cases}$，得 $\begin{cases}x=-3\\y=3\end{cases}$，$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(-3,3)$ ⋯⋯（2 分）

$\because$ 所求直线又经过点 $(2,4)$，得直线的两点式：$\dfrac{y-3}{4-3}=\dfrac{x+3}{2+3}$，……（4 分）

$\therefore$ 所求直线的一般式：$x-5y+18=0$.……（5 分）

（2）$\because$ 所求直线与 $l:3x-y=0$ 垂直，$\therefore$ 可设直线的方程为 $x+3y+m=0$.……（6 分）

又 $\because$ 点 $Q(2,-5)$ 到直线的距离为 $\sqrt{10}$，$\therefore\sqrt{10}=\dfrac{|2+3\times(-5)+m|}{\sqrt{1^2+3^2}}$，解得 $m=3$ 或 $m=23$，…（8 分）

$\therefore$ 所求的直线方程为 $x+3y+3=0$ 或 $x+3y+23=0$.……（10 分）

18．（12 分）【解析】

（1）因为 $a_1=\dfrac{1}{3},a_{n+1}+2a_na_{n+1}-a_n=0$，所以 $a_n\neq 0$，……（1 分）

否则与 $a_1=\dfrac{1}{3}$ 矛盾，故 $\dfrac{1}{a_{n+1}}-\dfrac{1}{a_n}=2$，……（3 分）

又 $\dfrac{1}{a_1}=3$，$\therefore$ 数列 $\left\{\dfrac{1}{a_n}\right\}$ 是以 3 为首项，2 为公差的等差数列，……（4 分）

所以 $\dfrac{1}{a_n}=3+2(n-1)=2n+1$，

因此 $a_n=\dfrac{1}{2n+1}$. ……（6 分）

（2）由（1）知，$b_n=a_n\cdot a_{n+1}=\dfrac{1}{(2n+1)(2n+3)}=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{2n+1}-\dfrac{1}{2n+3}\right)$……（9 分）

$\therefore S_n=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{5}-\dfrac{1}{7}+\cdots+\dfrac{1}{2n+1}-\dfrac{1}{2n+3}\right)=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{2n+3}\right)=\dfrac{1}{6}-\dfrac{1}{4n+6}=\dfrac{n}{6n+9}$

$\therefore s_n=\dfrac{n}{6n+9}$……（12 分）

19．（12 分）【解析】

（1）因为椭圆离心率为 $e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，焦距 $2c=2\sqrt{3}$，则解得 $a=3,c=\sqrt{3},b=\sqrt{6}$，所以椭圆方程为 $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{6}=1$ ………3 分

（2）已知椭圆方程 $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{6}=1$，左焦点为 $F(-\sqrt{3},0)$，若倾斜角为 60^0，则斜率为 $\tan 60°=\sqrt{3}$，过左焦点且倾斜角为 $60°$ 的直线方程为：$y=\sqrt{3}(x+\sqrt{3})$，

设 A， B 点的坐标为 (x_1,y_1)， (x_2,y_2)，则

$$S_{\Delta AOB}=\frac{1}{2}|OF||y_1-y_2|=\frac{\sqrt{3}}{2}\left|\sqrt{3}x_1-\sqrt{3}x_2\right|=\frac{3}{2}|x_1-x_2|.$$

联立方程组 $\begin{cases}\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{6}=1\\ y=\sqrt{3}\left(x+\sqrt{3}\right)\end{cases}$ 得，$11x^2+18\sqrt{3}x+9=0$，所以 $x_1+x_2=-\frac{18\sqrt{3}}{11}$，$x_1x_2=\frac{9}{11}$，

$$|x_1-x_2|=\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{\left(-\frac{18\sqrt{3}}{11}\right)^2-4\times\frac{9}{11}}=\frac{24}{11},$$

所以 $S_{\Delta AOB}=\frac{3}{2}|x_1-x_2|=\frac{3}{2}\times\frac{24}{11}=\frac{36}{11}$，所以△$AOB$ 的面积为 $\frac{36}{11}$.……12 分

20. （12 分）【解析】

（1） $f'(x)=ae^x-4$ ……（1 分）

当 $a\le 0$ 时， $f'(x)<0$， $f(x)$ 的单调递减区间为（－∞，+∞）…….（2 分）

当 $a>0$ 时，令 $f'(x)<0$ 得 $x<\ln\frac{4}{a}$，令 $f'(x)>0$ 得 $x>\ln\frac{4}{a}$……（4 分）

$\therefore$ $f(x)$ 的单调减区间为 $\left(-\infty,\ln\frac{4}{a}\right)$，单调增区间为 $\left(\ln\frac{4}{a},+\infty\right)$……（5 分）

（2）证明：当 $a=1$ 时， $f(x)=e^x-4x$

令 $g(x)=f(x)+x^2+1=e^x-4x+x^2+1$

则 $g'(x)=e^x-4+2x$， $g''(x)=e^x+2>0$ 恒成立……..（6 分）

$\therefore$ $g'(x)$ 在 R 上单调递增， $g'(0)=-3<0$， $g'(1)=e-2>0$ …….（8 分）

由零点存在性定理可知，存在 $x_0\in(0,1)$ 使得 $g'(x_0)=0$ 即 $e^{x_0}-4+2x_0=0$

当 $x\in(-\infty,x_0)$ 时， $g'(x)<0$， $g(x)$ 单调递减

当 $x\in(x_0,+\infty)$ 时， $g'(x)>0$， $g(x)$ 单调递增……..（10 分）

$\therefore g(x)_{\min}=g(x_0)=e^{x_0}-4x_0+x_0{}^2+1=x^2{}_0-6x_0+5$，$x_0\in(0,1)$ ……（11 分）

由二次函数性质得 $g(x)_{\min}>g(1)=e-2>0$，$\therefore g(x)>0$，即 $f(x)+x^2+1>0$ ··（12 分）

21．（12 分）【解析】

（1）由抛物线定义可知 $|PF|=4+\dfrac{p}{2}=5$，$\therefore p=2$ ……（2 分），

$\therefore$ 抛物线 C 的方程为：$y^2=4x$ ……（4 分）

（2）证明：由题意可知直线 l 的斜率存在且不为 0.……（5 分）

易知 $F(1,0)$，设直线 l 的方程为 $x=ty+1(t\neq 0)$，设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$

由 $\begin{cases}x=ty+1\\ y^2=4x\end{cases}$ 消去 x 并整理，得 $y^2-4ty-4=0$，则 $y_1+y_2=4t$ ……（6 分）

$\therefore x_1+x_2=t(y_1+y_2)+2=4t^2+2$，$\therefore$ M $(2t^2+1,2t)$ ……（8 分）

$\therefore$ 直线 MN 的方程为 $y-2t=-t(x-2t^2-1)$ ……（9 分）

令 $y=0$ 得 $x=2t^2+3$，$\therefore$ N（$2t^2+3$，0）……（10 分）

$\therefore |MN|^2=4+4t^2$，$|FN|=2t^2+2$，$\therefore \dfrac{2|MN|^2}{|FN|}=\dfrac{2(4t^2+4)}{2t^2+2}=4$，为定值…（12 分）

22．（12 分）【解析】

（1）因为 $f'(x)=\dfrac{2(1-\ln x)}{x^2}-a\mathrm{e}^x$，所以当 $a=\dfrac{1}{\mathrm{e}}$ 时，$f'(1)=1$． ………（1 分）

又因为 $f(1)=1$，所以 $f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线方程为 $y-1=x-1$，

即 $x-y=0$．……………………………（2 分）

（2）因为 $f(x)=\dfrac{2(\ln x+x)-ax\mathrm{e}^x}{x}$，其中 $x>0$，

设 $g(x)=2(\ln x+x)-ax\mathrm{e}^x$，则 $g'(x)=\dfrac{(x+1)(2-ax\mathrm{e}^x)}{x}$，

当 $a\le 0$ 时，$g'(x)>0$，则 $g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 单调递增，$g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上至多有一个

零点，即 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上至多有一个零点，不合题意，舍去．……（4 分）

当 $a>0$ 时，设 $h(x)=2-ax\mathrm{e}^x$， $h'(x)=-a(x+1)\mathrm{e}^x$，所以 $h'(x)<0$， $h(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减. 又 $h(0)=2>0$，$h\left(\frac{2}{a}\right)=2-2\mathrm{e}^{\frac{2}{a}}<0$，所以 $\exists x_0\in\left(0,\frac{2}{a}\right)$，使得 $h(x_0)=0$，即 $ax_0\mathrm{e}^{x_0}=2$，

当 $x\in(0,x_0)$ 时，$h(x)>0$，此时 $g'(x)>0$，所以 $g(x)$ 在 $(0,x_0)$ 单调递增；

当 $x\in(x_0,+\infty)$ 时，$h(x)<0$，此时 $g'(x)<0$，所以 $g(x)$ 在 $(x_0,+\infty)$ 单调递减.

所以 $g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 有极大值 $g(x_0)$，

即 $[g(x)]_{\max}=2(\ln x_0+x_0)-ax_0\mathrm{e}^{x_0}=2(\ln x_0+x_0)-2=2(\ln x_0+x_0-1)$ …（6 分）

若 $\ln x_0+x_0-1\le 0$，则 $g(x)\le 0$，所以 $f(x)\le 0$， $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上至多有一个零点，不合题意.........（7 分）

若 $\ln x_0+x_0-1>0$，设 $p(x)=\ln x+x$， $p'(x)=\frac{1}{x}+1>0$，

所以 $p(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 单调递增. 又 $p(1)=1$，所以 $x_0>1$.

因为 $(x\mathrm{e}^x)'=(x+1)\mathrm{e}^x>0$，所以 $y=x\mathrm{e}^x$ 在 $(0,+\infty)$ 单调递增，

所以 $\frac{2}{a}=x_0\mathrm{e}^{x_0}>\mathrm{e}$，即 $0<a<\frac{2}{\mathrm{e}}$，此时 $g(x_0)>0$， $f(x_0)>0$...............（8 分）

因为 $g\left(\frac{1}{\mathrm{e}}\right)=2(-1+\frac{1}{\mathrm{e}})-a\frac{1}{\mathrm{e}}\mathrm{e}^{\frac{1}{\mathrm{e}}}=-2+\frac{2}{\mathrm{e}}-a\mathrm{e}^{\frac{1}{\mathrm{e}}-1}<0$， $g(x)$ 在 $(0,x_0)$ 单调递增，

$g(x_0)>0$，所以 $\exists x_1\in\left(\frac{1}{\mathrm{e}},x_0\right)$，使得 $f(x_1)=0$. ....（9 分）

又因为 $\mathrm{e}^x\ge x+1>x-1\ge\ln x$， $\mathrm{e}^x\ge x+1>x$，

所以$g\left(\frac{4}{a}\right)=2\left(\ln\frac{4}{a}+\frac{4}{a}\right)-4e^{\frac{4}{a}}=2\left[\left(\ln\frac{4}{a}-e^{\frac{4}{a}}\right)+\frac{4}{a}-e^{\frac{4}{a}}\right]<0$.

因为$g(x)$在$(x_0,+\infty)$单调递减，$g(x_0)>0$，

且因为$x_0\in\left(0,\frac{2}{a}\right)$，所以$\frac{4}{a}>x_0$，所以$\exists x_2\in\left(x_0,\frac{4}{a}\right)$，使得$g(x_2)=0$.

所以$\exists x_2\in\left(x_0,\frac{4}{a}\right)$，使得$f(x_2)=0$.　　……………………（11 分）

综上所述，若$f(x)$有两个零点，则实数a的取值范围为$\left(0,\frac{2}{\mathrm{e}}\right)$. …………（12 分）