



乌江新高考协作体

2022-2023 学年（下）期末学业质量联合调研抽测

高二数学试题

（分数：150 分，时间：120 分钟）

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. $\frac{1}{9^{\frac{1}{2}}} - (-10)^0 + (\log_2 \frac{1}{4}) \cdot (\log_{\sqrt{2}} 2)$ 的值等于 ()
- A. -2 B. 0 C. 8 D. 10
2. 已知集合 $P = \{x | -1 < x < 1\}$, $Q = \{x | 0 < x < 2\}$, 那么 $P \cup Q =$ ()
- A. $\{x | -1 < x < 2\}$ B. $\{x | 0 < x < 1\}$
- C. $\{x | -1 < x < 0\}$ D. $\{x | 1 < x < 2\}$
3. 实验测得六组成对数据 (x, y) 的值为 $(4, 90)$, $(5, 84)$, $(6, 83)$, $(7, 80)$, $(8, 75)$, $(9, 68)$, 由此可得 y 与 x 之间的回归方程为 $y = -4x + b$, 则可预测当 $x = 10$ 时, y 的值为 ()
- A. 67 B. 66 C. 65 D. 64
4. 若复数 z 满足 $(z-1)(i-1) = i$, 则 $z^2 =$ ()
- A. $-\frac{4+3i}{2}$ B. $\frac{4-3i}{2}$ C. $-\frac{3+4i}{2}$ D. $\frac{3-4i}{2}$
5. “ $x \in (1, +\infty)$ ”是“ x 属于函数 $f(x) = \ln(x^2 - 2x - 8)$ 单调递增区间”的 ()
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
- C. 充分且必要条件 D. 既不充分也不必要条件
6. 已知向量 $\vec{a} = (x-3, 2)$, $\vec{b} = (1, 1)$, 则“ $x > 1$ ”是“ $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 夹角为锐角”的
- A. 必要不充分条件 B. 充分不必要条件
- C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
7. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $y = f(x)$. 对任意区间 $[a, b]$ 和 $c \in [a, b]$, 若存在开区间 I , 使得 $c \in I \cap [a, b]$,

且对任意 $x \in I \cap [a, b]$ ($x \neq c$) 都成立 $f(x) < f(c)$, 则称 c 为 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上的一个“ M 点”. 有以下两个命题:

①若 $f(x_0)$ 是 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上的最大值, 则 x_0 是 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上的一个 M 点;

②若对任意 $a < b$, b 都是 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上的一个 M 点, 则 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上严格增.

那么 ()

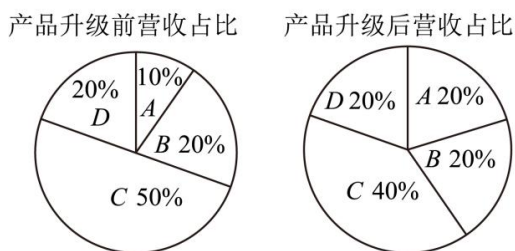
- A. ①是真命题, ②是假命题 B. ①是假命题, ②是真命题
C. ①、②都是真命题 D. ①、②都是假命题

8. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 3^{x-2} + 2, & x \leq 2 \\ |\log_3(x-2)|, & x > 2 \end{cases}$ 则函数 $F(x) = f[f(x)] - 2f(x) - \frac{19}{9}$ 的零点个数是 ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求的。全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。

9. 某企业对目前销售的 A, B, C, D 四种产品进行改造升级, 经过改造升级后, 企业营收实现翻番, 现统计了该企业升级前后四种产品的营收占比, 得到如下饼图:



下列说法正确的是 ()

- A. 产品升级后, 产品 A 的营收是升级前的 4 倍
B. 产品升级后, 产品 B 的营收是升级前的 2 倍
C. 产品升级后, 产品 C 的营收减少
D. 产品升级后, 产品 B, D 营收的总和占总营收的比例不变

10. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的最小正周期为 π , 且图象经过点 $D(0, \frac{1}{2})$, 则 ()

- A. $\omega = 2$
B. 点 $(\frac{\pi}{3}, 0)$ 为函数 $y = f(x)$ 图象的对称中心

C. 直线 $x = \frac{\pi}{6}$ 为函数 $y = f(x)$ 图象的对称轴

D. 函数 $f(x)$ 的单调增区间为 $\left[k\pi - \frac{\pi}{3}, k\pi + \frac{\pi}{6}\right], k \in \mathbb{Z}$

11. 已知函数 $f(x) = |e^x - a|, a > 0$. 下列说法正确的为 ()

A. 若 $a = 1$, 则函数 $y = f(x)$ 与 $y = 1$ 的图象有两个公共点

B. 若函数 $y = f(x)$ 与 $y = a^2$ 的图象有两个公共点, 则 $0 < a < 1$

C. 若 $a > 1$, 则函数 $y = f(f(x))$ 有且仅有两个零点

D. 若 $y = f(x)$ 在 $x = x_1$ 和 $x = x_2$ 处的切线相互垂直, 则 $x_1 + x_2 = 0$

12. 大衍数列来源于《乾坤谱》中对易传“大衍之数五十”的推论, 主要用于解释中国传统文化中的太极衍生原理, 数列中的每一项都代表太极衍生过程. 已知大衍数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 0, a_{n+1} = \begin{cases} a_n + n + 1, n \text{ 为奇数} \\ a_n + n, n \text{ 为偶数} \end{cases}$, 则

()

A. $a_4 = 6$

B. $a_{n+2} = a_n + 2(n+1)$

C. $a_n = \begin{cases} \frac{n^2 - 1}{2}, n \text{ 为奇数} \\ \frac{n^2}{2}, n \text{ 为偶数} \end{cases}$

D. 数列 $\{(-1)^n a_n\}$ 的前 $2n$ 项和为 $n(n+1)$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

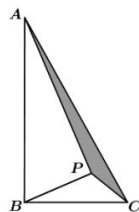
13. 某校高二(4)班统计全班同学中午在食堂用餐时间, 有 7 人用时为 6 分钟, 有 14 人用时 7 分钟, 有 15 人用时为 8 分钟, 还有 4 人用时为 10 分钟, 则高二(4)班全体同学用餐平均用时为_____分钟.

14. 已知向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 满足 $3|\vec{a}| = 2|\vec{b}| = 3$, 若 $|\vec{a} + 2\vec{b}| = \sqrt{14}$, 则 $\vec{a}, \vec{b}$ 夹角的余弦值为_____.

15. 如图所示, 制作某回旋飞梭的飞行翅膀时, 需从一个直角三角形的塑料板上裁去一个以其斜边为一边且对角为 150° 的三角形(图中的阴影部分)再加工而成为游戏者安全考虑,

具体制作尺寸为 $\angle ABC = 90^\circ, \angle BPC = 120^\circ, AC = 2BC = 2\sqrt{3}$, 则

$\tan(\angle PAB + 60^\circ) =$ _____.



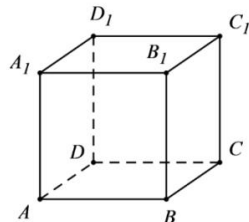
16. 已知圆 $O: x^2 + y^2 = 4$, A, B 是圆上两点, 点 $P(1, 2)$ 且 $PA \perp PB$, 则 $|AB|$ 最大值是_____.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. 计算： $(0.25)^{-0.5} + \left(\frac{1}{27}\right)^{\frac{1}{3}} - 3\pi^0$

18. 如图，直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ ，底面 $ABCD$ 是边长为 2 的菱形， $AA_1 = 2$ ，

$\angle ADC = \frac{2\pi}{3}$ ，点 E 在平面 A_1C_1D 上，且 $BE \perp$ 平面 A_1C_1D 。



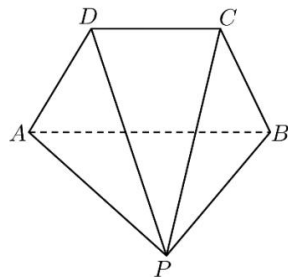
(1) 求 BE 的长；

(2) 若 F 为 A_1A 的中点，求 BE 与平面 FC_1B 所成角的正弦值。

19. 已知四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为等腰梯形， $AB \parallel CD$ ， $AB = 2CD = 4$ ， $AD = BC = \sqrt{2}$ ， $\triangle PAB$ 是斜边为 AP 的等腰直角三角形。

(1) 若 $PC = 3\sqrt{2}$ 时，求证：平面 $PBC \perp$ 平面 $ABCD$ ；

(2) 若 $PC = \sqrt{22}$ 时，求直线 PD 与平面 $ABCD$ 所成的角的正弦值。



20. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ，且

$$c \cdot \cos A + \sqrt{3}c \sin A - a - b = 0.$$

(1) 求角 C ；

(2) 若 $c = 4$ ， $\triangle ABC$ 的面积为 $4\sqrt{3}$ ，求 a, b 。

21. 设函数 $f(x) = ax \ln x$ ，其中 $a \in \mathbb{R}$ ，曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线经过点 $(3, 2)$ 。

(1) 求函数 $f(x)$ 的极值；

(2) 证明： $f(x) > \frac{x}{e^x} - \frac{2}{e}$ 。

22. 已知函数 $f(x) = ae^x - \ln(x+2) + \ln a - 2$ 。

(1) 若函数 $f(x)$ 在 $x = 2023$ 处取得极值，求 a 的值及函数的单调区间；

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线