

高三数学试卷(文科)

考生注意:

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分。考试时间 120 分钟。
2. 请将各题答案填写在答题卡上。
3. 本试卷主要考试内容:高考全部内容。

第 I 卷

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 若 $iz=1-2i$, 则 $z^2=$
 A. $-3-4i$ B. $3-4i$ C. $-3+4i$ D. $3+4i$
2. 已知集合 $A=\{x|4x<1\}$, $B=\{x|-3<6x<8\}$, 则 $A\cup B=$
 A. $\{x|-\frac{1}{2}<x<\frac{1}{4}\}$ B. $\{x|x<\frac{4}{3}\}$
 C. $\{x|x<\frac{1}{4}\}$ D. $\{x|-\frac{1}{2}<x<\frac{3}{4}\}$
3. 已知平面向量 $a=(2,m)$, $b=(4,-6)$, 且 $a \cdot b=-10$, 则 $|a|=$
 A. 5 B. $2\sqrt{2}$ C. $\sqrt{13}$ D. $\sqrt{15}$
4. 已知互相垂直的两个平面 α, β 交于直线 l , 若直线 m 满足 $m \perp \alpha$, 则
 A. $m \perp \beta$ B. $l \perp m$ C. $m // \beta$ D. $l // m$
5. 某企业为了解员工身体健康情况, 采用分层抽样的方法从该企业的营销部门和研发部门抽取部分员工体检, 已知该企业营销部门和研发部门的员工人数之比是 4:1, 且被抽到参加体检的员工中, 营销部门的人数比研发部门的人数多 72, 则参加体检的人数是
 A. 90 B. 96 C. 120 D. 144
6. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对应的边分别是 a, b, c , 若 $\triangle ABC$ 的面积是 $\frac{\sqrt{3}(b^2+c^2-a^2)}{4}$, 则 $A=$
 A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{2\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{6}$ D. $\frac{5\pi}{6}$
7. 已知实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 2x+y-2 \geq 0, \\ x-2y-2 \leq 0, \\ y \leq 1, \end{cases}$ 则 $\frac{y}{x}$ 的最大值是
 A. 1 B. $\frac{5}{3}$ C. 2 D. 3
8. 已知函数 $f(x-1)$ 为偶函数, 且函数 $f(x)$ 在 $[-1, +\infty)$ 上单调递增, 则关于 x 的不等式 $f(1-2^x) < f(-7)$ 的解集为
 A. $(-\infty, 3)$ B. $(3, +\infty)$
 C. $(-\infty, 2)$ D. $(2, +\infty)$

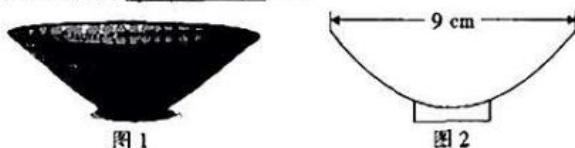
【※高三数学 第 1 页(共 4 页)文科※】

9. 已知 $\cos(\alpha + \frac{\pi}{12}) + \cos(\alpha + \frac{7\pi}{12}) = \frac{1}{5}$, 则 $\cos(2\alpha + \frac{2\pi}{3}) =$
 A. $-\frac{23}{25}$ B. $\frac{23}{25}$ C. $-\frac{24}{25}$ D. $\frac{24}{25}$
10. 将函数 $f(x) = 2\sin(2x + \frac{\pi}{3})$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度, 得到函数 $g(x)$ 的图象, 则 $g(x)$ 的单调递增区间为
 A. $[-\frac{13\pi}{24} + k\pi, -\frac{\pi}{24} + k\pi](k \in \mathbf{Z})$ B. $[-\frac{\pi}{24} + k\pi, \frac{11\pi}{24} + k\pi](k \in \mathbf{Z})$
 C. $[-\frac{\pi}{6} + k\pi, \frac{\pi}{3} + k\pi](k \in \mathbf{Z})$ D. $[\frac{\pi}{3} + k\pi, \frac{5\pi}{6} + k\pi](k \in \mathbf{Z})$
11. 已知体积为 $\frac{4\pi}{3}$ 的球 O_1 与正三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的所有面都相切, 则三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 外接球的表面积为
 A. 24π B. 20π C. 16π D. 12π
12. 若函数 $f(x) = x^2 e^x - \ln x$ 的最小值为 m , 则函数 $g(x) = x^2 e^{e^x+2} - \ln x$ 的最小值为
 A. $m-1$ B. $em+1$ C. $m+1$ D. $em-1$

第 II 卷

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡的相应位置.

13. 函数 $f(x) = 5\sin x + 3\cos x$ 的图象在点 $(0, 3)$ 处的切线的斜率为 .
14. 南宋晚期的龙泉窑粉青釉刻花斗笠盏如图 1 所示, 忽略杯盏的厚度, 这只杯盏的轴截面如图 2 所示, 其中光滑的曲线是抛物线的一部分, 已知杯盏盛满茶水时茶水的深度为 3 cm, 则该抛物线的焦点到准线的距离为 cm.



15. 2023 年杭州亚运会需招募志愿者, 现从甲、乙等 5 名志愿者中任意选出 2 人进行应急救援工作, 则甲、乙 2 人中恰有 1 人被选中的概率为 .
16. 已知 O 是坐标原点, F 是双曲线 $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左焦点, 平面内一点 M 满足 $\triangle OMF$ 是等边三角形, 线段 MF 与双曲线 E 交于点 N , 且 $|MN| = |NF|$, 则双曲线 E 的离心率为 .

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤. 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22, 23 题为选考题, 考生根据要求作答.

() 必考题: 共 60 分.

17. (12 分)

设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_n = 2a_n - 1$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $b_n = a_n + \log_2 a_{n+1}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

18. (12分)

赤霉素在幼芽、幼根、未成熟的种子中合成,其作用是促进细胞的生长,使得植株变高,每粒种子的赤霉素含量 x (单位: ng/g) 直接影响该粒种子后天的生长质量. 现通过生物仪器采集了赤霉素含量分别为 10, 20, 30, 40, 50 的种子各 20 粒, 并跟踪每粒种子后天生长的情况, 收集后天生长茁壮的种子数量 y (单位: 粒), 得到的数据如下表:

| | | | | | |
|-----------------|----|----|----|----|----|
| 赤霉素含量 x | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 |
| 后天生长茁壮的种子数量 y | 2 | 3 | 7 | 8 | 10 |

(1) 求 y 关于 x 的线性回归方程;

(2) 利用(1)中的回归方程, 估计 1000 粒赤霉素含量为 60 ng/g 的种子中后天生长茁壮的数量.

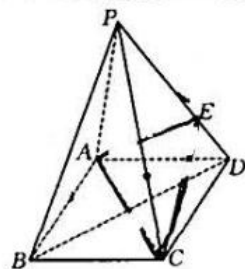
附: 回归直线的斜率和截距的最小二乘估计公式分别为 $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$, $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$.

19. (12分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 四边形 $ABCD$ 是菱形, $\angle ABC = 60^\circ$, $PA = PC$, E 是棱 PD 上的动点, 且 $2\overrightarrow{PD} = 3\overrightarrow{PE}$.

(1) 证明: $AC \perp$ 平面 PBD .

(2) 若 $AB = 2$, $PB = PD = \sqrt{6}$, 求点 P 到平面 ACE 的距离.



20. (12分)

已知函数 $f(x) = \ln x - \frac{1}{2}x + \frac{a}{x}$.

(1) 若 $f(x)$ 在 $(3, +\infty)$ 上不单调, 求实数 a 的取值范围;

(2) 当 $x \in [1, +\infty)$ 时, $f(x) \leq 0$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

21. (12分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, 四点 $M_1(-2, -2), M_2(2, 1), M_3(2, 2), M_4(\sqrt{10}, 1)$ 中恰有三点在椭圆 C 上.

(1) 求椭圆 C 的标准方程.

(2) 过点 $(-2, -4)$ 的直线 l 与椭圆 C 交于不同的两点 P, Q , 试问直线 M_3P, M_3Q 的斜率之和是否为定值? 若是定值, 求出此定值; 若不是定值, 请说明理由.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生从第 22, 23 两题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一个题目计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程](10分)

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=1+\sqrt{2}\cos\alpha, \\ y=1+\sqrt{2}\sin\alpha \end{cases}$ (α 为参数). 在以坐标原点为

极点, x 轴正半轴为极轴的极坐标系中, 曲线 C 与极轴相交于 O, A 两点.

(1) 求曲线 C 的极坐标方程及点 A 的极坐标;

(2) 若直线 l 的极坐标方程为 $\theta = \frac{\pi}{3}$, 曲线 C 与直线 l 相交于 O, B 两点, 求 $\triangle OAB$ 的面积.

23. [选修 4-5: 不等式选讲](10分)

已知函数 $f(x) = |x+a| + |x-3|$.

(1) 当 $a=2$ 时, 求不等式 $f(x) \geq 2x$ 的解集;

(2) 若不等式 $f(x) \leq \frac{1}{2}a+5$ 的解集非空, 求 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

