沈阳市第 120 中学 2022-2023 学年度下学期

高二年级期末质量监测

数学试题

满分：150 分　　　时间：120 分钟　　　命题人：高二数学组

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知集合 $A=\{x|2-x>3\}$，$B=\{x|y=\ln(x+3)\}$，则 $A\cap B=$（　）

A．$(-1,+\infty)$　　B．$[-3,+\infty)$　　C．$(-3,-1)$　　D．$[-3,1)$

2．已知命题 $p:\forall x>0$，使得 $(x+1)e^x>1$，则 $\neg p$ 为（　）

A．$\exists x_0\le 0$，使得 $(x_0+1)e^{x_0}\le 1$　　B．$\exists x_0>0$，使得 $(x_0+1)e^{x_0}\le 1$

C．$\forall x_0>0$，使得 $(x_0+1)e^{x_0}<1$　　D．$\forall x_0\le 0$，使得 $(x_0+1)e^{x_0}\le 1$

3．$y=x+\sqrt{1-x}+3$ 的最大值是（　）

A．$\dfrac{17}{4}$　　B．2　　C．$\dfrac{1}{2}$　　D．4

4．设 p:“函数 $f(x)=2x^2-mx+5m$ 在 $(-\infty,-2]$ 上单调递减”，q：“$\forall x>0$，$2x^3+\dfrac{8}{x^3}\ge 3-m$”，则 p 是 q 的（　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

5．设 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，且 $\forall n\in\mathbf{N}^*$，都有 $\dfrac{S_n}{n}<\dfrac{S_{n+1}}{n+1}$，若 $S_5=S_{13}$，则（　）

A．S_n 的最小值是 S_9　　B．S_n 的最小值是 S_{10}

C．S_n 的最大值是 S_9　　D．S_n 的最大值是 S_{10}

6．若 $f(x)=\log_2(x^2-ax+6)$ 在区间 $[-2,2)$ 上是减函数，则实数 a 的取值范围为（ ）

A．$[4,5]$　　B．$(4,5]$

C．$[4,5)$　　D．$[5,+\infty)$

7．记数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若存在实数 $M>0$，使得对任意的 $n\in\mathbf{N}^*$，都有 $|S_n|<M$，则称数列 $\{a_n\}$ 为“和有界数列”．下列命题正确的是（　）

A．若$\{a_n\}$是等差数列，且首项$a_1=0$，则$\{a_n\}$是“和有界数列”

B．若$\{a_n\}$是等差数列，且公差$d=0$，则$\{a_n\}$是“和有界数列”

C．若$\{a_n\}$是等比数列，且公比$|q|<1$，则$\{a_n\}$是“和有界数列”

D．若$\{a_n\}$是等比数列，且$\{a_n\}$是“和有界数列”，则$\{a_n\}$的公比$|q|<1$

8．已知函数$f(x)$及其导函数$f'(x)$的定义域均为R，且$f(x-1)$为奇函数，

$f'(2-x)+f'(x)=2$，$f'(-1)=2$，则$\sum_{i=1}^{2024} f'(2\mathrm{i}-1)=$（　）

A．2025　　B．2024　　C．1013　　D．1012

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的四个选项中，有多项是符合题目要求的。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9．若函数$f(x)=x^2-4x+1$在定义域T上的值域为$[-3,1]$，则区间T可能为（　）

A．$(2,4]$　　B．$[1,4]$

C．$[0,4]$　　D．$[3,4]$

10．下面结论错误的是（　）

A．不等式$a^2+b^2\geq 2ab$与$\frac{a+b}{2}\geq\sqrt{ab}$成立的条件是相同的.

B．函数$y=x+\frac{1}{x}$的最小值是 2

C．函数$y=\sin x+\frac{4}{\sin x}$，$x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$的最小值是 4

D．“$x>0$且$y>0$”是“$\frac{y}{x}+\frac{x}{y}\geq 2$”的充分条件

11．已知一家公司生产某种品牌服装的年固定成本为 10 万元，每生产 1000 件需另投入 2.7 万元.设该公司一年内生产该品牌服装x千件并全部销售完，每千件的销售收入为$R(x)$万元，

且$R(x)=\begin{cases}10.8-\frac{1}{30}x^2, 0<x\leq 10,\\ \frac{108}{x}-\frac{1000}{3x^2}, x>10\end{cases}$当该公司在这一品牌服装的生产中所获得的年利润最大时，

则有（　）

A．年产量为 9000 件　　B．年产量为 10000 件

C．年利润最大值为 38 万元　　D．年利润最大值为 38.6 万元

12．已知函数 $f(x)$ 对任意 $x,y\in\mathbf{R}$ 都有 $f(x+y)+f(x-y)=f(x)f(y)$，且 $f(0)\neq 0$．则下列结论正确的是（　　）

A．$f(x)$ 为偶函数　　B．若 $f(\pi)=0$，则 $f(2\pi)=0$

C．$f(2x)=f^2(x)-2$　　D．若 $f(1)=0$，则 $f(x+4)=f(x)$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13．不等式 $\dfrac{5-x}{x^2-2x-3}\leq -1$ 的解集为_________.

14．已知 $f(x)=-x^2+mx+1$ 在区间 $(-2,-1)$ 上的最大值就是函数 $f(x)$ 的极大值，则 m 的取值范围是________.

15．已知函数 $f(x)=\lg\left(5^x+\dfrac{4}{5^x}+m\right)$ 的值域为 $\mathbf{R}$，则 m 的取值范围是______.

16．黎曼猜想由数学家波恩哈德·黎曼于 1859 年提出，是至今仍未解决的世界难题.黎曼猜想研究的是无穷级数 $\xi(s)=\sum\limits_{n=1}^{\infty}n^{-s}=\dfrac{1}{1^s}+\dfrac{1}{2^s}+\dfrac{1}{3^s}+\cdots$，我们经常从无穷级数的部分和 $\dfrac{1}{1^s}+\dfrac{1}{2^s}+\dfrac{1}{3^s}+\cdots+\dfrac{1}{n^s}$ 入手.已知正项数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且满足 $S_n=\dfrac{1}{2}\left(a_n+\dfrac{1}{a_n}\right)$，则 $\left[\dfrac{1}{S_1}+\dfrac{1}{S_2}+\cdots+\dfrac{1}{S_{100}}\right]=$______（其中 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数）.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17．已知集合 $A=\{x\mid ax^2-3x+2=0\}$，问

（1）若集合 A 中至多有一个元素，求 a 的取值范围；

（2）若集合 A 中至少有一个元素，求 a 的取值范围.

18．数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1}=3a_n+1-2n$，$a_1=2$，

(1)若数列 $\{a_n-\lambda n\}$ 是等比数列，求 λ 及 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2)若数列 $\{b_n\}$ 满足：$b_n=\dfrac{2n-1}{a_n-n}$，数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n，求证：$T_n<3$.

19．已知函数 $f\left(x\right)=ax^{2}-\left(a+1\right)x+1$．

(1)若 $f\left(x\right)<0$ 的解集为($\dfrac{1}{2}$，1)，求 a 的值；

(2)求关于 x 的不等式 $f\left(x\right)>0$ 的解集．

20．对于函数 $f\left(x\right)=ax^{2}+\left(b+1\right)x+b-2,\left(a\neq 0\right)$,若存在实数 x_0,使 $f\left(x_0\right)=x_0$ 成立,则称 x_0 为 $f\left(x\right)$ 的不动点.

(1)当 $a=2,b=-2$ 时,求 $f\left(x\right)$ 的不动点;

(2)当 $a=2$ 时,函数 $f(x)$ 在 $(-2,3)$ 内有两个不同的不动点,求实数 b 的取值范围.

(3)若对于任意实数 b ,函数 $f\left(x\right)$ 恒有两个不相同的不动点,求实数 a 的取值范围.

21．已知函数 $f(x)=\dfrac{a\cdot 4^{x}-1}{4^{x}+1}$ 是定义在R上的奇函数．

(1)求a的值；

(2)判断并证明函数$f(x)$的单调性，并利用结论解不等式：$f(x^2-2x)+f(3x-2)<0$；

(3)是否存在实数k，使得函数$f(x)$在区间$[m,n]$上的取值范围是[$\dfrac{k}{4^{m}}$，$\dfrac{k}{4^{n}}$]?若存在，求出实数k的取值范围；若不存在，请说明理由．

22．已知函数 $f(x)=e^{x}(\ln x+a)$．

(1)若 $f(x)$是增函数，求实数 a 的取值范围；

(2)若 $f(x)$有两个极值点 x_1，x_2，证明：$x_1+x_2>2$．