鹰潭市2023届高三第二次模拟考试
数学试题(文科)

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，满分150分，时间120分钟

第Ⅰ卷（选择题共60分）

一、选择题：本大题12小题，每小题5分，共60分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设集合$A=\{x|x^2-x-12\le 0\}$，集合$B=\{x|\log_2(x-1)\le 2\}$，则$A\cap B=$（　　）

A. $\varnothing$　　B. $(1,4]$　　C. $(1,3]$　　D. $[-3,4]$

2. 已知i为虚数单位，复数$z=\dfrac{a_0-2i}{1-i}(a_0\in R)$是纯虚数，则$a=a_0$是直线$l_1:ax+4y+1=0$与直线$l_2:x+ay+\dfrac{1}{2}=0$平行的（　　）条件

A. 充要　　B. 必要不充分　　C. 充分不必要　　D. 既不充分也不必要

3. 在区间$(0,4]$上随机取值作为x，则$x^2+2x\ge 3-\ln x$的概率为（　　）

A. $\dfrac{1}{4}$　　B. $\dfrac{1}{3}$　　C. $\dfrac{3}{4}$　　D. $\dfrac{2}{3}$

4. 下列说法中正确的是（　　）

A. “$a>b$”是“$a^2>b^2$”成立的充分不必要条件

B. 命题$p:\forall x\in R,2^x>0$，则$\neg p:\exists x_0\in R,2^{x_0}<0$

C. 在研究成对数据的相关关系时，相关关系越强，相关系数r越接近于1

D. 已知样本点$(x_i,y_i)(i=1,2,3\ldots10)$组成一个样本，得到回归直线方程$\hat{y}=2x-0.4$，且$\bar{x}=2$，剔除两个样本点$(-3,1)$和$(3,-1)$得到新的回归直线的斜率为3，则新的回归方程为$\hat{y}=3x-3$

5. 在$\triangle ABC$中，角A，B，C所对的边分别为a，b，c，若a，b，c成等差数列，$C=2(A+B)$，则$\dfrac{b+c}{a}=$（　　）

A. $\dfrac{7}{5}$　　B. 4　　C. $\dfrac{5}{3}$　　D. $\dfrac{7}{4}$

6. 已知等差数列$\{a_n\}$的公差$d>0$，且a_2，a_5-1，a_{10}成等比数列，若$a_1=5$，S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和，则$\dfrac{2S_n+2n+12}{a_n-2}$的最小值为（　　）

A. $2\sqrt{3}+3$　　B. 7　　C. $\dfrac{13}{2}$　　D. $\dfrac{17}{3}$

7. 已知函数 $f(x)$ 对任意 $x\in R$，都有 $2f(x)-3f(-x)=5\sin 2x+\cos 2x$，以下关于 $f(x)$ 的命题，正确的是（　　）

A. 函数 $y=f(x)$ 在区间 $\left(0,\dfrac{2\pi}{3}\right)$ 上单调递增

B. 直线 $x=\dfrac{\pi}{8}$ 是函数 $y=f(x)$ 图象的一条对称轴

C. 点 $\left(\dfrac{5\pi}{8},0\right)$ 是函数 $y=f(x)$ 图象的一个对称中心

D. 将函数 $y=f(x)$ 图象向右平移 $\dfrac{\pi}{8}$ 个单位，可得到 $y=\sqrt{2}\sin 2x$ 的图象

8. 已知定义在 R 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x)=f(x+1)-f(x+2)$，若 $f(2)=-2$，则 $f(-2023)=$（　　）.

A. -3　　B. -2　　C. 3　　D. 2

9. 已知双曲线 $C_1: x^2-\dfrac{y^2}{24}=1$ 的两焦点分别是 F_1，F_2，双曲线 C_1 在第一象限部分有一点 P，满足 $|PF_1|+|PF_2|=14$，若圆 C_2 与 ΔPF_1F_2 三边都相切，则圆 C_2 的标准方程为（　　）

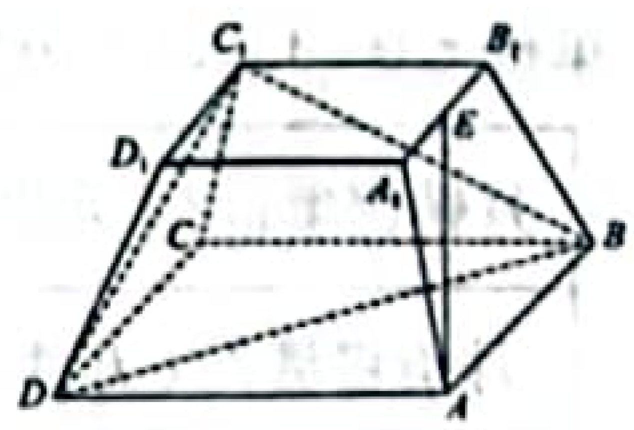
A. $(x-1)^2+(y-2)^2=4$　　B. $(x-1)^2+(y-3)^2=9$

C. $(x-2)^2+(y-2)^2=4$　　D. $(x-2)^2+(y-3)^2=9$

10. 已知抛物线 $C: y^2=2px(p>0)$，其焦点为 F，准线为 l，过焦点 F 的直线交抛物线 C 于点 A,B（其中 A 在 x 轴上方），A,B 两点在抛物线的准线上的投影分别为 M,N，若 $|MF|=2\sqrt{3}$，$|NF|=2$，则 $p=$（　　）

A. $\sqrt{3}$　　B. 2　　C. 3　　D. 4.

11. 已知正四棱台的上下底面边长分别为 4，6，高为 $\sqrt{2}$，E 是 A_1B_1 的中点，则下列说法正确的个数是：（　　）



①正四棱台 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的体积为 $\dfrac{76\sqrt{3}}{3}$

②平面 $BC_1D\perp$ 平面 AA_1C_1C

③$AE//$ 平面 BC_1D

④正四棱台 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的外接球的表面积为 104π

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

12. 已知 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\ln x}{x}, x\geq 1\\ -(x-1)^3, x<1\end{cases}$，若关于 x 的方程 $[f(x)]^2+mf(x)-1-m=0$ 恰好有 4 个不相等的实数解，则实数 m 的取值范围为（　　）

A. $(-1,\dfrac{1}{e}-1)$　　B. $(-1-\dfrac{1}{e},-1)$　　C. $(1,\dfrac{1}{e}+1)$　　D. $(0,\dfrac{1}{e})$

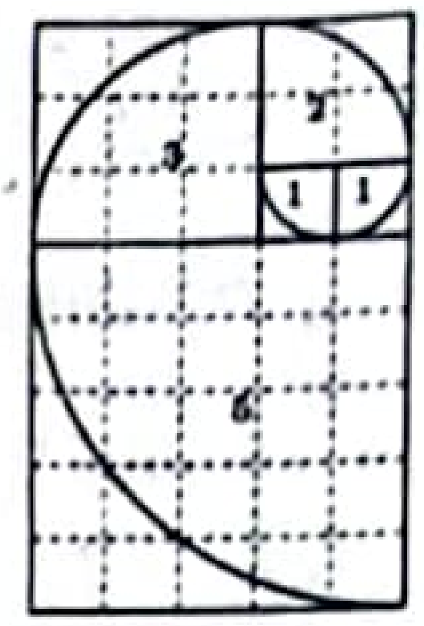
第Ⅱ卷 （非选择题共 90 分）

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知非零向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}|=2|\vec{b}|$，且 $(\vec{b}-3\vec{a})\cdot\vec{b}=\vec{a}^2$，则 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 的夹角为______.

14. 已知函数 $f(x)=-x\ln x+(2-f'(e))x-3$，则 $f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线方程为________.

15. 斐波那契螺旋线，也称"黄金螺旋"，是根据斐波那契数列画出来的螺旋曲线. 它的画法是：以斐波那契数：1，1，2，3，5，…为边长的正方形拼成长方形，然后在每个正方形中画一个圆心角为 90°的扇形，连起来的弧线就是斐波那契螺旋线. 下图为该螺旋线的前一部分，如果用接下来的一个扇形做圆锥的侧面，则该圆锥的体积为______.



16. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足：$a_1=1, a_3=5$，数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n 满足 $S_n=2b_n-1(n\in N^*)$，则数列 $\{(-1)^n a_n b_n\}$ 的前 n 项和 $T_n=$______.

三、解答题：共 70 分。解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一)必考题：共 60 分。

17.（本小题满分 12 分）

$\triangle ABC$ 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，设 $a=\sqrt{17}$，$2b\sin A-\sqrt{17}\sin B=2b\cos A$.

（1）求 cosA；

（2）若 D 是 AC 边上的中点，$\angle ABD=\dfrac{\pi}{2}$，求 $\sin\angle DBC$.

18.（本小题满分 12 分）. 某公司为了对某种商品进行合理定价，需了解该商品的月销售量 y（单位：万件）与月销售单价 x（单位：元/件）之间的关系，对近6个月的月销售量 y_i 和月销售单价 x_i $(i=1,2,3,\cdots,6)$ 数据进行了统计分析，得到一组检测数据如表所示：

月销售单价 x（元/件）	4	5	6	7	8	9
月销售量 y（万件）	89	83	82	79	74	67

（1）若用线性回归模型拟合 y 与 x 之间的关系，现有甲、乙、丙三位实习员工求得回归直线方程分别为：$\hat{y}=-4x+105$，$\hat{y}=4x+53$ 和 $\hat{y}=-3x+104$，其中有且仅有一位实习员工的计算结果是正确的. 请结合统计学的相关知识，判断哪位实习员工的计算结果是正确的，并说明理由；

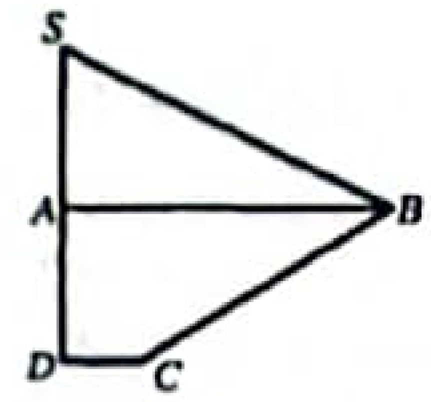
（2）已知该商品的月销售额为 Z（单位：万元），利用（1）中的计算正确的结果回答问题：当月销售单价为何值时，商品的月销售额预报值最大，并求出其最大值。

19.（本小题满分 12 分）

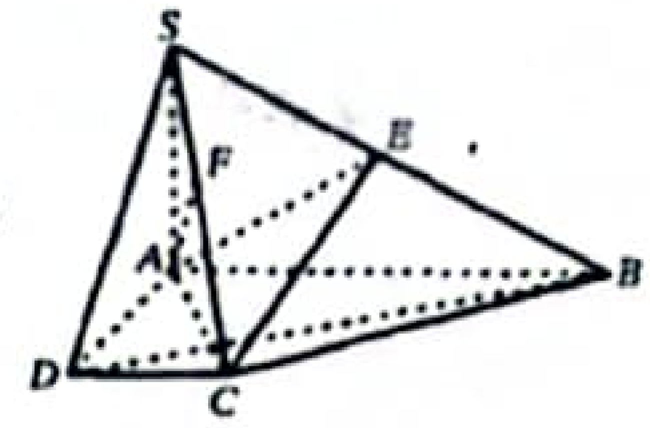
如图（1）所示，已知四边形 $SBCD$ 是由 $Rt\Delta SAB$ 和直角梯形 $ABCD$ 拼接而成的，其中 $\angle SAB=\angle SDC=90^\circ$.且点 A 为线段 SD 的中点，$AD=2DC=1$，$AB=2$.现将 ΔSAB 沿 AB 进行翻折，使得二面角 $S-AB-C$ 的大小为 90°，得到图形如图（2）所示，连接 SC，点 E,F 分别在线段 SB,SC 上.

（Ⅰ）证明：$BD\perp AF$；

（Ⅱ）若三棱锥 $B-AEC$ 的体积为四棱锥 $S-ABCD$ 体积的 $\frac{4}{7}$，求点 E 到平面 $ABCD$ 的距离.



图(1)



图(2)

20.（本小题满分 12 分）

已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$），四点 $P_1(2,2)$，$P_2(0,2)$，$P_3(-2,\sqrt{2})$，$P_4(2,\sqrt{2})$ 中恰有三点在椭圆 C 上.

（1）求椭圆 C 的方程；

（2）设直线 l 不经过 P_2 点且与椭圆 C 相交于 A，B 两点，线段 AB 的中点为 M，若 $\angle AMP_2=2\angle ABP_2$，试问直线 l 是否经过定点？若经过定点，请求出定点坐标；若不过定点，请说明理由.

21.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=a\ln x+\frac{1}{2}x^2-(a+1)x(a>0)$.

（1）讨论函数 $f(x)$ 的单调性；

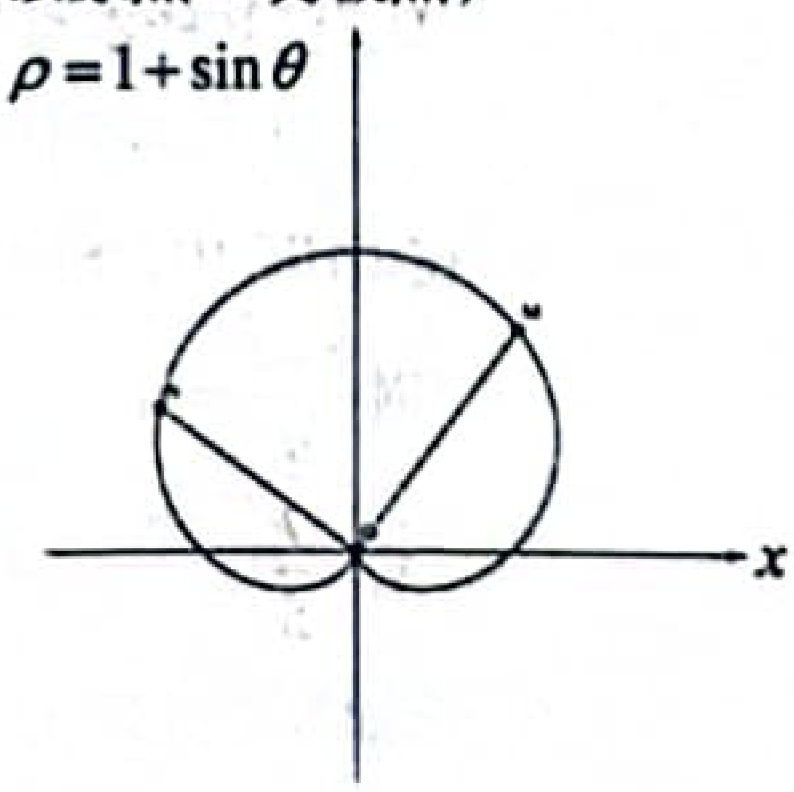
（2）设函数 $g(x)=(3-a)x-f(x)$ 有两个极值点 $x_1,x_2(x_1<x_2)$，证明：$g(x_1)+g(x_2)<10-\ln a$.

（二）选考题：共 10 分。请考生在 22、23 两题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22.（本小题满分 10 分）【选修 4-4：坐标系与参数方程】在新中国成立 70 周年国庆阅兵庆典中，众多群众在脸上贴着一颗红心，以此表达对祖国的热爱之情，在数学中，有多种方程都可以表示心型曲线，其中有著名的笛卡尔心型曲线，如图，在直角坐标系中，以原点 O 为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系.图中的曲线是心型曲线，其极坐标方程为 $\rho=1+\sin\theta$（$0\le\theta<2\pi,\rho>0$），M 为该曲线上的任意一点.

（1）当 $|OM|=\frac{3}{2}$ 时，求 M 点的极坐标；

（2）将射线 OM 绕原点 O 逆时针旋转 $\frac{\pi}{2}$ 与该曲线相交于点 N，求 $|MN|$ 的最大值



23.（本小题满分 10 分）【选修 4-5：不等式选讲】

已知正实数 x,y 满足 $x+y=1$.

（1）解关于 x 的不等式 $|x+2y|+|x-y|\le\frac{5}{2}$；

（2）证明：$\left(\frac{1}{x^2}-1\right)\left(\frac{1}{y^2}-1\right)\ge9$.